



FACULTAD DE BIOQUIMICA Y CIENCIAS BIOLÓGICAS  
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL

---

***HACIA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LOS  
TEST DE HIPÓTESIS EN LAS CIENCIAS  
EXPERIMENTALES***

***María Florencia Walz***

Director: *Mg. Elena T. Fernández de Carrera*

Departamento de Matemática  
Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas  
UNL

- 2011 -

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero expresar, en primer lugar, mis más sincero agradecimiento al Profesor Santo Benjamín Velásquez por haberme quitado, con su cálida charla, el *Síndrome de la página en blanco*; diagnóstico que de mi hiciera, al verme tan desorientada al momento de tener que traducir en palabras lo hecho prácticamente.

Por otra parte, les estaré siempre agradecida a todos aquellos (familiares, amigos, y compañeros) que directa o indirectamente me estimularon para emprender, llevar a cabo y, sobre todo, terminar este trabajo. Especialmente, a Liliana Ester Contini, por su continua predisposición para proveerme material bibliográfico afín.

Agradezco, también, a la Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas de la Universidad Nacional del Litoral y a la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Autónoma de Entre Ríos por brindarme el entorno necesario para la realización de este trabajo.

## RESUMEN

La Estadística nace como una rama de la Matemática con fuertes raíces en su lógica de razonamiento. Sin embargo, actualmente, es una disciplina ampliamente difundida en todas las áreas, convirtiéndose en la herramienta fundamental del método científico.

Surge así, la necesidad de introducir a la Estadística como asignatura en todos los espacios curriculares de carreras universitarias, independientemente del perfil u orientación de la misma. Por lo que debió ser adaptada y transpuesta para los distintos casos, especialmente, para aquellos cuyo eje troncal fueran las Ciencias Experimentales y Sociales (entre otras); en las que el alumnado posee poco entrenamiento y uso de la estructura del pensamiento duro, abstracto o inductivo, dando origen a la Estadística Aplicada.

De la Estadística Aplicada, uno de los temas inferenciales, ampliamente aplicados, es “Test de Hipótesis”. El rol que éstos tienen en los diseños empíricos es muy importante, sin embargo, no siempre, quienes los emplean poseen una adecuada comprensión del concepto. Importantes autores coinciden en que esta herramienta es la peor comprendida y de la que más se ha abusado en toda la Estadística; lo que revela la existencia de un conocimiento no significativo de los Test de Hipótesis haciendo un uso de los mismos en forma pragmática que, potencialmente, podría perjudicar a la conclusión o discurso científico.

Considerándose los posibles obstáculos en el aprendizaje del concepto y las distintas metodologías de enseñanza del mismo, se plantea la siguiente hipótesis: La intensificación de la enseñanza de los conceptos *Población y Muestra* y de las nociones derivadas de ellos: *Parámetros y Estimadores*, a través de actividades de campo y de la resolución de problemas reales, mejoran el aprendizaje significativo del tema Test de Hipótesis Estadístico.

En función de la cual se diseña la presente investigación, cuya metodología se expone a continuación.

Se trabajó con los alumnos de las cohortes 2005 y 2006 del Profesorado en Biología de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Autónoma de Entre Ríos. La cohorte 2005 conformó la muestra “Control” y la cohorte 2006 la muestra “Experimental”.

Al grupo “Control” se le dictó la asignatura *Introducción a la Bioestadística* según la metodología y planificación seguida hasta el año 2004, mientras que para el grupo

“Experimental” se efectuaron modificaciones en ambos aspectos. En la planificación se reestructuraron los contenidos, la profundidad de los mismos y la carga horaria asignada a las distintas unidades y en la metodología se incentivó al alumno mediante la resolución de problemas reales y se implementó una actividad de campo para el tema *Muestra y Población (Parámetros y Estimadores)*.

Como resultado se ha obtenido que la proporción de alumnos, que evidenció mejor comprensión en más de la mitad de los conceptos involucrados en los *Test de hipótesis*, fue estadísticamente mayor en el grupo Experimental. Por lo que podría aceptarse que las modificaciones propuestas en el programa y las estrategias didácticas incorporadas en la planificación de la asignatura influyen positivamente en el desarrollo y aplicación de la psicología y filosofía del pensamiento estadístico inferencial, con su consecuente comprensión acabada de los objetos que componen el tema.

## ABSTRACT

Statistics has its origin as a branch of Mathematics with strong roots in its logic of reasoning. Nonetheless, currently, it is a widely spread discipline in every field, becoming the essential tool of the scientific method.

Thus, the need arises to introduce Statistics as a subject in all the curriculum units of academic majors, regardless of its profile or orientation. Therefore, Statistics had to be adapted and transposed for the different cases, especially for those whose backbone were the Social and Experimental Sciences –among others– in which the student body has little training and use of the inductive, abstract, and hard thinking structure, resulting in Applied Statistics.

In Applied Statistics, one of the –widely applied– inferential topics is the “Hypothesis Test”. The role of these tests in the empirical designs is very important. However, not always, those who use it have a proper understanding of the concept. Important authors agree that this tool is the worst misunderstood and the one that has been abused the most in Statistics. This reveals the existence of a non-significant knowledge of the Hypothesis Tests, making use of them in a pragmatic way that could, potentially, harm the scientific discourse or conclusion.

Considering the possible obstacles in the concept learning and its different teaching methodologies the following hypothesis is suggested: The enhancement in the teaching of the Concepts of *Population* and *Sample*, and the notions that are derived from them: *Parameters and Estimators* –through field activities and the resolution of real problems– improve the significant learning of the Statistical Hypothesis Test topic.

The current investigation is designed according to this, and its methodology is set out below.

It has been worked with students of the 2005 and 2006 cohorts from the Teacher Training in Biology of the Faculty of Science and Technology of the Autonomous University of Entre Ríos. The 2005 cohort made up the “Control” sample, and the 2006 cohort the “Experimental” sample.

The “Control” group was given the subject *Introduction to Biostatistics* according to the methodology and the scheduling used until the year 2004, whereas modifications were introduced in both aspects for the “Experimental” group. In the scheduling, the contents and

their depth and the work load assigned to the different units were reorganized; and in the methodology, the student was encouraged through the resolution of real problems, and a field activity was carried out for the subject *Sample and Population (Parameters and Estimators)*.

As a result, it has been observed that the proportion of students that demonstrated a better understanding in more than half of the concepts involved in the Hypothesis Tests was statistically larger in the Experimental group. Hence, it could be accepted that the modifications suggested in the programme and the didactic strategies involved in the scheduling of the subject, influence positively in the development and the application of the psychology and philosophy of the inferential statistical thinking, with its subsequent accomplished understanding of the objects that make up the subject.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\mu$	<i>Media poblacional</i>
$\sigma$	<i>Desvío estándar poblacional</i>
$\Pi$	<i>Proporción poblacional</i>
$S$	<i>desvío estándar muestral</i>
$\Theta$	<i>Parámetro</i>
$\hat{\Theta}$	<i>Estimador del parámetro</i>
$\alpha$	<i>Nivel de significancia</i>
$\bar{x}$	<i>Media muestral</i>
$\hat{p}$	<i>Proporción muestral estimada</i>
$H_0$	<i>Hipótesis nula</i>
$H_1$	<i>Hipótesis alternativa</i>
$Z$	<i>Variable aleatoria con distribución normal estándar</i>
$n$	<i>Tamaño muestral</i>
$\mu_0$	<i>Valor puntual de la media poblacional</i>
$Z_{obs}$	<i>Valor puntual de la variable Z</i>

# ÍNDICE TEMÁTICO

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
¿Por qué este estudio?.....	1
Contexto general del estudio. Origen del problema.....	1
Hipótesis de este trabajo.....	3
Objetivo.....	3
Síntesis de los capítulos.....	4
<b>CAPÍTULO 1: REVISIÓN TEÓRICA</b> .....	<b>6</b>
El aprendizaje.....	6
Teorías del aprendizaje.....	7
Tipos de aprendizajes.....	10
La enseñanza.....	13
Proceso enseñanza-aprendizaje.....	16
Situaciones didácticas.....	17
La didáctica.....	18
Fenómenos que acontecen en didáctica.....	18
Obstáculos epistemológicos en didáctica.....	19
Otros tipos de obstáculos.....	20
Concepción y significado de un Objeto didáctico.....	21
Transposición didáctica.....	21
<b>CAPÍTULO 2: ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA</b> .....	<b>23</b>
Cuestiones generales de la enseñanza de la Estadística.....	23
La importancia de la probabilidad en la enseñanza de la Estadística.....	24

La visión constructivista en el aprendizaje de la Estadística .....	25
Hacia un aprendizaje significativo. Resolución de problemas reales .....	27
Libros de textos en la enseñanza .....	29
<b>CAPÍTULO 3: CONCEPTOS ESTADÍSTICOS GENERALES .....</b>	<b>32</b>
Probabilidad .....	32
Población .....	33
Muestra .....	33
Individuo o unidad experimental .....	34
Variables .....	35
Parámetros y Estimadores .....	35
Estimación por Intervalo de Confianza del $(1-\alpha)\%$ .....	40
<b>CAPÍTULO 4: CONCEPTO: TEST DE HIPÓTESIS PARAMÉTRICO .....</b>	<b>43</b>
Test de hipótesis .....	43
<b>CAPÍTULO 5: PENSAMIENTO INFERENCIAL. OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS .....</b>	<b>54</b>
Visión histórica de la Inferencia estadística .....	54
Razonamiento en los Test de hipótesis paramétricos .....	55
Obstáculos epistemológicos en la comprensión de las Pruebas de Hipótesis paramétricas .....	58
Muestra y Población como obstáculos epistemológicos .....	60

<b>CAPÍTULO 6: METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA DE LOS TEST DE HIPÓTESIS .....</b>	<b>64</b>
Enseñanza y Aprendizaje de los Test de hipótesis.....	64
Competencias de los alumnos para el aprendizaje de los Test de hipótesis...	66
Propuesta de Clase para desarrollar el tema:	
Introducción a los Test de hipótesis.....	67
<b>CAPÍTULO 7: METODOLOGÍA DE TRABAJO.....</b>	<b>82</b>
Introducción.....	82
Universo.....	83
Población y Muestra.....	83
Metodología.....	83
Resultados.....	100
Análisis y discusión.....	104
<b>CAPÍTULO 8: CUMPLIMIENTO DE OBJETIVOS PLANTEADOS.....</b>	<b>109</b>
Actitudes.....	109
Antecedentes respecto a “Actitudes hacia la Estadística”.....	112
Evaluación de la Actitud hacia la Estadística de las cohortes participante.....	113
Metodología.....	113
Resultados.....	115
Planificación curricular de la asignatura <i>Introducción a la Bioestadística</i> ...	116
Currículum.....	116
Elementos a considerar en la elaboración del currículum...	117
Estructura general del currículum.....	117
Currículum de Estadística en las Ciencia Experimentales...	119

**CAPÍTULO 9: CONCLUSIONES GENERALES.....120**

**ANEXOS**

1: Instrumento de medida de Actitudes.....122

2: Propuesta de Planificación.....125

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....128**

## **INTRODUCCIÓN**

---

*La educación de calidad exige la redefinición de los parámetros educativos a fin de abarcar ciertos conocimientos de base, valores, habilidades y comportamientos que se adapten específicamente al mundo actual y que expresen, además, la riqueza de nuestra diversidad.*

(LLECE de la OREALC/UNESCO)

### **¿POR QUÉ ESTE ESTUDIO?**

Las investigaciones y trabajos en didáctica son necesarias si lo que se quiere es aproximarse cada vez más a una comprensión plena de los procesos y objetos que conducen al objetivo principal de las instituciones educativas: La formación del individuo en cierta especialidad.

Por otra parte, si estos incumben al docente preocupado por la calidad de su propia práctica, por sí solo, ya justifica la importancia del estudio sin pretender aportar una revelación. Más aún, pensar que un trabajo podría motivar a otros docentes en la continuación y/o realización de estudios en la misma dirección, es también un aliciente; teniendo en cuenta que la práctica docente, en todas las áreas, encierran muchos secretos cuyos descubrimientos implican todavía largos caminos por recorrer.

### **CONTEXTO GENERAL DEL ORIGEN DE ESTE ESTUDIO**

La Estadística nace como una rama de la Matemática con fuertes raíces en su lógica de razonamiento. Sin embargo, actualmente, es una disciplina ampliamente difundida (en las investigaciones, en las ciencias duras o blandas, en los procesos de evaluación, en las noticias

que le llegan al ciudadano común,...) y se ha convertido en la herramienta fundamental del método científico.

Surge así, la necesidad de introducir a la Estadística como asignatura en todos los espacios curriculares de carreras universitarias, independientemente del perfil u orientación de la misma. Esto se constituyó en un problema a la hora de impartirla en aquellas carreras cuyo eje troncal es alguna de las Ciencias Experimentales, de la Salud, Sociales y otras, en las que el público receptor posee características especiales, en el sentido de poco entrenamiento y uso de la estructura del pensamiento duro, abstracto o inductivo. Lo que obligó a una adaptación de la disciplina para cada caso particular, dando origen a lo que se denomina Estadística Aplicada, con un único objetivo común a todas las orientaciones: *Que los alumnos puedan comprender la disciplina y su valor utilitario, la apliquen e interpreten correctamente los resultados que obtengan de su uso y arriben a conclusiones coherentes*; que requiere que el educador se implique y relacione con las competencias de los alumnos y de la especialidad; lo que genera la necesidad de evaluar, permanentemente, posibles problemas que interfieran en el alcance del objetivo y plantear opciones que permitan subsanarlos.

De la Estadística Aplicada, uno de los temas inferenciales ampliamente aplicado en investigaciones y experiencias prácticas de las Ciencias Experimentales, es “Contraste de Hipótesis”. El rol que éstos tienen en los diseños empíricos es muy importante y de uso casi rutinario. Sin embargo, no siempre, quién lo emplea posee una adecuada comprensión del concepto. Aplicándolo por semejanza de situaciones o siguiendo un razonamiento, más bien comparativo, en la utilización y toma de decisión. Por su parte, Brewer (1986) declara al respecto, que esta herramienta es, presumiblemente, la peor comprendida, la más confundida y de la que más se ha abusado en toda la Estadística Aplicada, que revela la existencia de un conocimiento no significativo de los Test de Hipótesis, llevando a un uso de los mismos en forma pragmática, con devoción y confianza desmedida e irrefutable, que perjudica a la conclusión y discurso científico específico. Es de atender, también, que esto deriva en un descrédito del aporte de la disciplina, por parte de aquellos que sí la comprenden.

A partir de tales aseveraciones y de reflexiones propias nacidas, inicialmente, de la experiencia personal como alumna de Estadística con una formación profesional orientada a las Ciencias Experimentales y, posteriormente, de la experiencia como docente de la disciplina en carreras perfiladas a las Ciencias Biológicas o de la Salud, surge mi interés por entender las dificultades o cuestiones relativas a la enseñanza-aprendizaje de los Test de Hipótesis en las Ciencias Experimentales e intentar alternativas educativas para que su esencia y significado sean comprendidos e interpretados correctamente.

## **HIPÓTESIS DE ESTE TRABAJO**

La intensificación de la enseñanza de los conceptos *Población y Muestra* y de las nociones derivadas de ellos *Parámetros y Estimadores*, actividades de campo y de la simulación de problemas reales en el aula, mejoran el aprendizaje significativo del tema Test de Hipótesis Estadístico.

## **OBJETIVOS**

Más allá de la hipótesis planteada en este trabajo, es de mi interés, analizar algunos aspectos importantes que se deben considerar al momento de planificar la enseñanza de la Estadística en una carrera con orientación biológica con una currícula con contenidos matemáticos elementales.

En tal sentido, los objetivos fijados son:

- Conocer la actitud hacia la Estadística que generó en ambas cohortes las distintas metodologías de enseñanza empleada.
- Planificar curricularmente la asignatura *Introducción a la Bioestadística* para los alumnos del Profesorado en Biología de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Autónoma de Entre Ríos.

## **SÍNTESIS DE LOS CAPÍTULOS**

### Capítulo 1:

Se exponen los conceptos elementales sobre enseñanza y aprendizaje. Abordándose sus teorías, procesos y cuestiones estrechamente vinculadas a ellos.

### Capítulo 2:

Se desarrollan los aspectos más relevantes involucrados en la didáctica de la Estadística. Abordando, con especial interés, la metodología de resolución de problemas reales.

### Capítulo 3:

Se presentan los conceptos teóricos previos de la Estadística Inferencial requeridos para poder abordar el tema Prueba de Hipótesis.

### Capítulo 4:

Se exponen los conceptos teóricos específicos y relativos a los Test de Hipótesis estadísticos paramétricos.

### Capítulo 5:

Se efectúa un detalle general de la psicología del pensamiento inferencial; centrando la atención en los obstáculos epistemológicos involucrados en la comprensión del tema Test de hipótesis.

Capítulo 6:

Se presenta una propuesta metodológica para la enseñanza del tema Prueba de Hipótesis; incluyendo intervenciones dialécticas posibles del docente.

Capítulo 7:

Se expone todo lo relativo a la metodología de trabajo empleada para concluir acerca de la hipótesis planteada en esta tesis.

Capítulo 8:

Se presenta una síntesis de los aspectos teóricos relativos a los objetivos planteados: Actitudes, Curriculum y Planificación y el desarrollo metodológico de la investigación de Actitudes hacia la Estadística que manifestaron los alumnos que participaron en este trabajo de tesis.

Capítulo 9:

Se exponen las conclusiones generales de la tesis.

# **CAPITULO I**

---

## **REVISIÓN TEÓRICA: ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE**

En este capítulo se expondrán los conceptos elementales sobre lo que es la enseñanza, el aprendizaje, sus teorías, procesos y cuestiones estrechamente vinculadas a la didáctica.

El objetivo del mismo fue, en primera instancia, ser una guía para mí, en lo que respecta a los términos específicos de esta ciencia; la cual me era bastante desconocida y no muy fácil de asimilar. Luego, me pareció que podría ser útil para todo aquel que leyera estas páginas y que tampoco estuviese muy familiarizado con la disciplina, por lo que decidí que permaneciera. Estructurándolo de manera tal que complementa esta tesis, en términos de definiciones y conceptos pertinentes.

### **EL APRENDIZAJE**

*..., el aprendizaje fuera del ámbito institucional no genera problemas desde la perspectiva del proceso que lo logra. Éste surge como tal cuando aparece en ámbitos especialmente diseñados para lograrlo.*

(Velásquez, 2004)

El aprendizaje y el proceso que lo condujo son una cuestión absolutamente personal. Es decir, cada persona construye marcos referenciales diferentes. Según Vigotsky (1986), el proceso de aprendizaje es independiente del desarrollo psíquico, pero se beneficia de los resultados alcanzados por este. Puesto que la capacidad de razonamiento y la inteligencia,

entre otros, son procesos continuos no modificables por el aprendizaje (el aprendizaje es externo a ellos).

Según Ausubel y col. (1986), el proceso de aprendizaje se adelanta al desarrollo. Si bien, el aprendizaje debe ser congruente con el nivel de desarrollo del alumno, debe actuar en el área potencial, es decir, debe lograrse en el área de lo que el alumno puede hacer y que supera los límites de su capacidad actual. El aprendizaje efectivo es el que contribuye al desarrollo de las capacidades del pensamiento y este se logra cuando el sujeto es capaz de resolver una situación que se le presenta, utilizando contenidos de aprendizajes internalizados, efectuando una transferencia de lo aprendido.

### **Teorías del aprendizaje**

Las teorías del aprendizaje, en general, describen las características del proceso, las condiciones exigibles para que se dé y la dinámica de éste. El ámbito disciplinario es la psicología.

Entre las teorías más arraigadas que describen el proceso de aprendizaje se encuentran (Síntesis de la descripción hecha por Velázquez, 2004):

- **Teoría de la Disciplina Mental** (desde el siglo XX se asume como no adecuada): acepta que la finalidad de la educación es adiestrar las diferentes facultades mentales (conocimiento, sentimientos, voluntad, percepción, imaginación, memoria, razón,...). Es decir, el aprendizaje consiste en fortalecer y disciplinar estas capacidades de la mente, que combinadas producen la conducta inteligente. En cuanto a la transferencia, esta teoría sostiene que la misma es automática, si la facultada esta adecuadamente desarrollada.

- **Teoría de la Percepción:** Asume que todo lo que la mente contiene viene del exterior, organizado desde afuera, y que cada nueva percepción hace conexión con los contenidos ya existentes en ella (es una teoría asociacionista: la asociación de las ideas se producen en la mente). Esta teoría supone, también, tres niveles de aprendizaje: sensitivo, actuación de la

memoria y el de comprensión. El aprendizaje consiste en implantar en la mente, a través de experiencias aportadas por el docente, ideas organizadas. De ésta teoría de aprendizaje se deriva una teoría de enseñanza que comprende diferentes pasos, cuyos cumplimientos aseguran el logro de los objetivos; estos son:

- *Preparación* de la conciencia, trayéndole ideas relacionadas con el tema a enseñar.
- *Presentación* de ideas o situaciones nuevas.
- *Comparación* entre los hechos de experiencias pasadas y nuevas y *abstracción*, este término se refiere al aislamiento de elementos comunes a ambas.
- *Generalización* de los aspectos comunes, obtenidos de la abstracción, al principio o ley.
- *Aplicación* de la ley o principio, obtenido de la generalización, para explicar nuevas situaciones o problemas.

- ***Teoría del condicionamiento operante:*** entiende al hombre como a un ser pasivo con conductas mecanicistas. Es una teoría que comparten los asociacionista moderno, que a diferencia de la teoría anterior, se la llama “Asociacionista de Estímulo-Respuesta” pues se interesa en el condicionamiento del individuo a dar una cierta respuesta (la deseada) frente a un estímulo determinado. Así, para Skinner (autor cuyas ideas sobre esta teoría tuvieron mayor difusión) una persona tiende a hacer en el futuro lo que hizo o hace cuando refuerza el concepto a aprender.

- ***Teoría del Cognitivismo:*** supone al sujeto como ser capaz de organizar y estructurar actividades. Es decir se aprenden los contenidos de una asignatura o materia como así también las habilidades y actitudes referidas a los procesos de aprendizaje.

Piaget y Greco (1978) expresan al respecto: *...el conocimiento adquirido por aprendizaje nunca es ni un mero registro, ni copia, sino el resultado de una organización en la cual intervienen, en diverso grado, el sistema total de los esquemas que el sujeto posee.*

Los cognitivistas (entre ellos Chadwick, 1986) sostienen que:

- a) Los “hechos cognitivos” (entiéndase por ello a imágenes y pensamientos conscientes e identificables) ocurren durante la integración de nuevas ideas, cuando se hacen

interpretaciones para situaciones nuevas, cuando se identifican problemas especiales y se buscan solucionar y en el recuerdo de información específica, emociones o expectativas.

- b) Los procesos cognitivos (búsqueda y almacenamiento de información, inferencias, generalizaciones y estrategias cognitivas) son los que originan las representaciones mentales.
- c) Las estructuras cognitivas se logran por interacción entre el medio y los objetos con el sujeto y son el resultado de los procesos cognitivos, donde la cultura y otros elementos referenciales participan de la estructuración de los contenidos del aprendizaje y de la forma de procesar, representar y recuperar ese hecho cognitivo.

En conexión con lo anterior, los contenidos del aprendizaje son:

- a) Los conocimientos, que son un conjunto de unidades de información, organizados en un sistema de hechos y generalizaciones relacionados coherentemente.
- b) Habilidades para el uso del conocimiento, que son las destrezas que adquiere el hombre como resultado del aprendizaje para resolver situaciones que se le plantean.  
Para aprender y ejecutar las habilidades se requiere una estructura cognitiva adecuada aportada por el aprendizaje de los conocimientos. Estas habilidades pueden clasificarse en intelectuales y motoras. Las primeras se desarrollan a nivel mental y son generalmente estrategias cognitivas de distinta complejidad, entre las que se pueden enunciar aquellas para: la “discriminación”, los “conceptos”, las “reglas”... por su parte, las habilidades motoras se manifiestan en la rapidez, precisión, vigor y ritmo de los movimientos corporales.
- c) Actitudes, éstas pueden considerarse como estados internos que afectan la relación de un individuo con un objeto, persona o acontecimiento, basados en el conocimiento que el sujeto posee sobre ellos y de una escala de valores asumida socioculturalmente. Esto permite discriminar dos componente: uno cognitivo y otro valorativo. Las actitudes son los contenidos, tal vez, más difíciles de aprender. El modelo o vía indirecta es hasta ahora la más aceptada, por su eficacia.

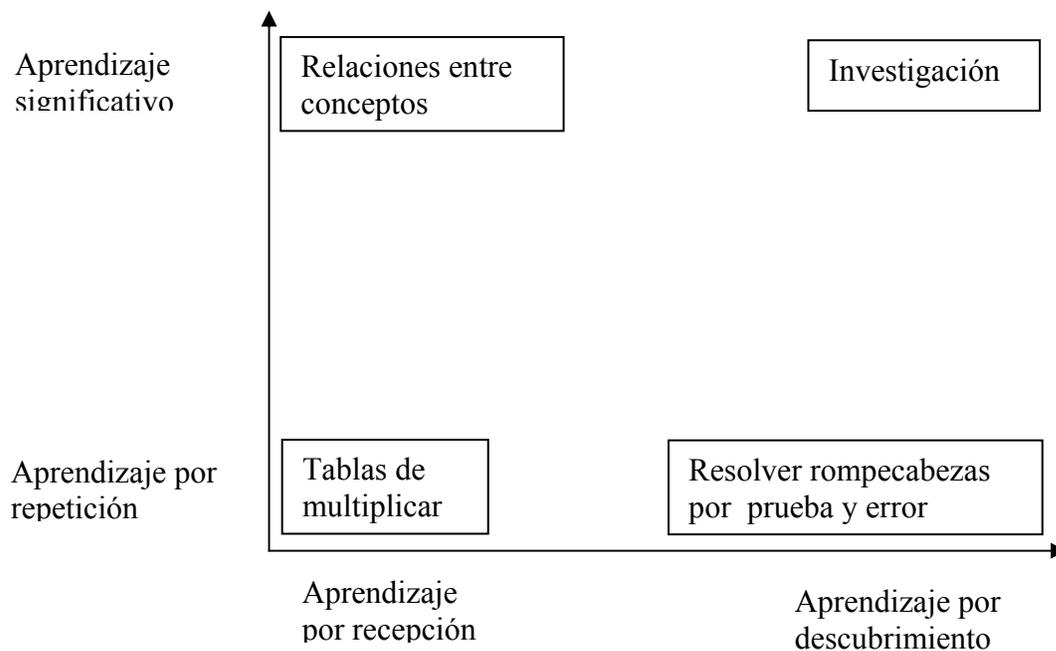
## Tipos de aprendizajes

Desde una óptica ausubeliana, los distintos tipos de aprendizajes poseen características cualitativas diferentes y se ubican en dos dimensiones, una de ellas se refiere a la forma en la que se incorporan las estructuras cognitivas y discurre desde el aprendizaje por repetición hasta el aprendizaje significativo, mientras que la otra se relaciona con la enseñanza y se refiere a la forma que se usa para guiar el aprendizaje. Este eje va desde el aprendizaje por recepción hasta el aprendizaje por descubrimiento (Esquema 1).

Las dos dimensiones mencionadas, pueden considerarse como ejes continuos, independientes entre sí. Es decir que cada aprendizaje tiene dos componentes (cada una de ellas perteneciente a una dimensión o eje), la relación entre las combinaciones derivan en diferentes resultados. Así, por ejemplo, tanto el aprendizaje receptivo como el por descubrimiento puede ser significativo o por repetición.

### Esquema 1. Dimensiones del aprendizaje.

(Diagrama sintético de la versión presentada por Ausubel y col, 1986).



Entre los tipos de aprendizajes que se encuentran en estas dos dimensiones se detallan aquellos ubicados en los extremos de los ejes:

- Aprendizaje mecánico o por repetición: la información que se aprende es almacenada en forma arbitraria sin interactuar con estructuras cognitivas ya existentes. El aprendizaje por repetición no debe ser menospreciado, pues este tipo de aprendizaje es necesario en ciertas situaciones, tales como cuando se recibe información sin sentido por sí misma (fórmulas, algoritmos,...). Este aprendizaje, generalmente, se mantiene en su tipo pero en ciertas ocasiones puede ir haciéndose significativo.
- Aprendizaje por recepción: consiste en la incorporación del material en su forma final de presentación. Requiere mayor madurez cognitiva. Al respecto Ausubel y col. (1986) expresa: *El aprendizaje por recepción (...) no se convierte en un rasgo sobresaliente del funcionamiento intelectual hasta que el niño madura en lo cognoscitivo lo suficiente como para, sin experiencia empírica no concreta, comprender conceptos y proposiciones expuestos verbalmente...*
- Aprendizaje por descubrimiento: el contenido a aprender debe ser descubierto por el aprendiz, antes de ser incorporado a la estructura cognitiva. El proceso de este aprendizaje implica: un ordenamiento de la información existente, integración de esa información a la estructura cognitiva existente y reorganización o transformación de la misma, de manera tal, que lleve al descubrimiento del conocimiento.
- Aprendizaje significativo: se origina un nuevo significado a partir de los materiales incorporados y relacionados con antecedentes ya aprendidos sobre el tema. Este tipo de aprendizaje proporciona como ventaja la retención prolongada del conocimiento, asegurada en parte por la estabilidad del sistema al cual fue incorporado. Lo nuevo incorporado *...deja de depender de la capacidad humana, más bien frágil, para retener asociaciones arbitrarias y al pie de la letra como entidades autónomas, discretas y aisladas. En consecuencia el período de retención se expande...* (Ausubel y col., 1986). Para que tenga lugar el aprendizaje significativo es necesario la

existencia de una estructura cognitiva adecuada y que el alumno adopte la actitud de aprendizaje correspondiente. Este tipo de aprendizaje se diferencia del “aprendizaje repetitivo” en que este último incorpora el material cognitivo como unidades discretas y autónomas; su retención está estrechamente ligada a la capacidad mental del sujeto para retener materiales textuales o arbitrarios.

Cada tipo de aprendizaje tiene su entorno. Es decir, cada tipo de aprendizaje es especialmente adecuado para determinados tipos de conocimientos. Así, por ejemplo, el aprendizaje por descubrimiento es específicamente adecuado en alumnos de nivel superior durante el aprendizaje del método científico o en el aprendizaje de conceptos particulares de una disciplina, puesto que los grandes cuerpos de conocimientos no se instauran con el aprendizaje por descubrimiento. Por otra parte, los usos que se les da a los distintos tipos de aprendizaje difieren, por ejemplo: el conocimiento que se adquiere por recepción se usa, generalmente, para resolver situaciones de la vida cotidiana y lo aprendido por descubrimiento se emplea para aplicar, extender, aclarar integrar y evaluar el conocimiento de una disciplina.

En estos términos es válido aclarar que el contenido completo de una asignatura no se adquiere como derivación de la experiencia de resolución de problemas o de descubrimiento, pues este aprendizaje no atiende completamente al contenido sistemáticamente organizado. Sin embargo es necesario para encaminar el proceso de comprensión de los temas independientes (Ausubel y col., 1986).

## LA ENSEÑANZA

*...la única buena enseñanza es la que se adelanta al desarrollo*  
(Vigotsky, 1986)

La palabra enseñanza viene de enseñar (latín *insegnare*) que quiere decir: dar lecciones sobre lo que los demás ignoran o saben mal.

Sin pretender definir personalmente lo que es la enseñanza, podría decirse que ésta es cualquier forma de orientar el aprendizaje de otro, desde la acción directa del maestro hasta la ejecución de tareas de total responsabilidad del alumno, siempre que hayan sido previstas y organizadas por el docente.

Autores como Guy Claxton (2000) expresan al respecto que *Enseñar es lo que una persona hace para ayudar a otra a aprender. Enseñar es reunirse dos o más personas cuando la intención de por lo menos una de ellas es que las demás, como resultado del encuentro, hagan más, sepan más o sean más.* El autor aclara además, y en tal sentido, que se debe entender que la enseñanza no produce aprendizaje. Es decir, se puede ayudar a que el aprendizaje se produzca más fácil y económicamente, pero no se puede conseguir que se dé si o sí; trayendo a colación una frase de Postman y Weingartner (1975). *Se puede llevar a un caballo a beber a la fuente del conocimiento, pero no se le puede obligar a beber.*

Las teorías de la enseñanza, basadas en los fundamentos psicológicos del aprendizaje, exponen formas que orientan la acción docente dándole criterios generales para que éste logre el aprendizaje en los alumnos.

Para Bruner (1969) una teoría de enseñanza debe especificar lo siguiente:

- experiencias que promueven en el individuo la predisposición a aprender.
- la estructura óptima del conocimiento objeto de aprendizaje. La organización de esta estructura debe ser acorde al nivel y dotes del que aprende.
- un orden adecuado de los conceptos a aprender.

- la naturaleza y ritmo de los incentivos que tendrán lugar durante el proceso de aprendizaje.

Pero, como ya se anunciara anteriormente, las teorías de enseñanza son generales y el proceso de enseñanza es continuado y se perfecciona diariamente con la intervención del docente en su práctica. La experiencia, la creatividad y capacidad del educador para adecuar los contenidos a enseñar al contexto histórico, geográfico, cultural e individual hace, también, al aprendizaje efectivo; según se sostiene en el ámbito de las Ciencias de la Educación.

Asumir una teoría del aprendizaje para el trabajo docente, proporciona decisiones certeras en la enseñanza. En palabras de Bigge y Hunt (1970) esto es expresado de la siguiente manera: *Todo lo que el maestro realiza está matizado de la teoría que sustenta. Por consiguiente, un maestro que no utiliza un sistemático cuerpo teórico se está comportando ciegamente en sus decisiones diarias. No puede observar en sus métodos educativos ningún propósito racional o algún plan de largo alcance.*

Teniendo como objetivo el aprendizaje significativo, la teoría de la enseñanza que lo animará, requiere atender a varios factores. Estos son: el contenido a aprender (con base cultural) y la disponibilidad para aprenderlos (con base psicológica); los que deben ser relacionados en el dinamismo didáctico.

La selección de los contenidos debe realizarse contemplando los objetivos generales de educación, los objetivos específicos del grado, nivel u orientación y lo epistemológico-histórico de cada disciplina. Esta selección se traduce en estructuras conceptuales disciplinarias, logradas mediante una organización lógica y psicopedagógica. A sabiendas de que la organización lógica tiene como base lo epistemológico disciplinar y el significado psicopedagógico se refiere a la identificación de los conceptos básicos de lo que se va a enseñar y de la complejidad creciente estructurada; que incluye considerar la estructura cognitiva existente (Velázquez, 2004).

Ausubel y col. (1986) expresa estas ideas de la siguiente manera: *Una vez que el problema organizacional sustantivo (identificación de los conceptos organizadores básicos de*

*una determinada disciplina) está resuelto, la atención se puede dirigir a otros problemas organizacionales programáticos involucrados en la presentación y organización secuencial de las unidades competentes. Aquí son aplicados los más variados principios relativos a la programación eficiente del contenido. Estos principios naturalmente influyen y reflejan la influencia de las variables de la estructura cognitiva. Estas variables incluyen la disponibilidad de una idea afianzadora relevante, su estabilidad y claridad y su discriminabilidad del material de aprendizaje.*

Los principios a los que estos autores se refieren son la diferenciación progresiva, la organización secuencial, la consolidación y la reconciliación integradora. Por la diferenciación progresiva se entiende una programación de la materia a enseñar que vaya desde las ideas más generales e inclusivas del contenido a las más diferenciadas y específicas (jerarquías conceptuales), pero que debe explorar relaciones entre conceptos y proposiciones, señalar diferencias y semejanzas y salvar inconsistencias.

La organización secuencial, por su parte, consiste en secuenciar los tópicos o unidades de estudio de manera coherente y lógica, en el sentido de la dependencia existente entre los últimos respecto de los primeros.

En la etapa de consolidación del conocimiento es en la que aparecen las distintas metodologías didácticas que emplea el docente para hacer que el alumno alcance y consolide el significado del objeto enseñado. Dentro de estas, la “resolución de problemas aplicados” ocupa un lugar preponderante. En especial, en las Matemáticas, los problemas y su resolución han marcado el desarrollo de su historia y de hecho, también, el de la Estadística.

## **PROCESO DE ENSEÑANZA Y DE APRENDIZAJE**

El proceso de enseñanza y de aprendizaje implica un conjunto de relaciones establecidas entre un alumno o un grupo de alumnos, el medio (en el que se incluyen los recursos) y el profesor. Estas relaciones se establecen como resultado de una negociación entre el profesor y los alumnos, en la que se asignan a cada protagonista: medios de acción, medios de información y obligaciones.

Según Brousseau (1980) el profesor debe provocar en el alumno la necesidad de acción, de comunicación y de reflexión. Quién, por su parte, sabe que esta provocación es para intentar transmitirle un nuevo conocimiento, el cual será adquirido, realmente, cuando el alumno sea capaz de aplicarlo en situaciones que encontrará fuera del contexto de enseñanza y en ausencia de la guía intencionada. Esta interacción entre el alumno y el docente es una especie de “contrato” o “sistema de reglas”. Estas reglas no están enunciadas explícitamente pero en las distintas partes son aceptadas implícitamente.

Para que exista esta interacción, la provocación debe plantear un problema que el alumno no sepa resolver con los conocimientos que posee (de otra manera, la situación sería un mero ejercicio de aplicación, refuerzo o consolidación) y, también, el aprendiz debe poder elegir entre varias posibilidades y ser capaz de considerar que existe una relación de causa-efecto entre las decisiones que toma y los resultados que obtiene. Es decir, a través de la actividad del alumno y la toma de decisiones se puede lograr dar significado a lo que se aprende.

El conflicto planteado en el contexto de una situación determinada se conoce como “Situación didáctica”.

## **“Situaciones didácticas”**

Brousseau distingue diferentes tipos de situaciones didácticas:

- Situaciones de acción: que favorecen las elecciones del alumno cuando se enfrenta a la situación-problema, para ello no es necesario que las acciones que el alumno realiza se expresen, se prueben ni que sean formulables. El alumno aprende por adaptación a un medio que es factor de contradicciones, desequilibrios y dificultades.
- Situaciones de formulación: en las que el alumno intenta describir la situación utilizando representaciones y lenguajes explícitos para organizar sus acciones, con la intención de comunicar las acciones que ha emprendido.
- Situaciones de validación: en las que el alumno debe argumentar sus decisiones de manera razonada, y contrastarlas con decisiones alternativas dadas por los demás. Estas argumentaciones tienen dos componentes diferentes: validez sintáctica y validez semántica.
- Situaciones de institucionalización del saber: en las que se ha de dar un estatus oficial a los conocimientos adquiridos, comunicando adecuadamente la producción obtenida en relación con la práctica social de ese saber, a nivel cultural y científico.

En la teoría de las situaciones didácticas el proceso de resolución de un problema se compara con un juego de estrategia o un proceso de toma de decisiones. Existen diferentes estrategias pero sólo algunas de ellas conducen a la solución del problema y a la construcción por el alumno del conocimiento necesario para hallar dicha solución. Este conocimiento es lo que se puede ganar, lo que está en juego en la situación. En este sentido, la teoría de situaciones didácticas es una teoría de aprendizaje constructivista.

## LA DIDÁCTICA

Didáctica significó, primeramente, arte de enseñar. Y como tal, dependía de la habilidad y de la intuición para enseñar del maestro, pero no hacía referencia a “aprender a enseñar”. Más tarde, la didáctica pasó a ser conceptualizada como ciencia y arte de enseñar; abriendo, consecuentemente, el campo a investigaciones referentes a cómo enseñar mejor.

La didáctica puede entenderse en dos sentidos: amplio y pedagógico. En el sentido amplio, la didáctica sólo se preocupa por la forma de hacer que el educando aprenda algo. En el sentido pedagógico, la didáctica aparece comprometida con lo social, moral y cultural del aprendizaje.

Muchos autores que han escrito obras de Didáctica han aportado su definición con pequeñas variantes, pero siempre centradas en la idea general que se difunde en el ámbito de la Ciencia de la Educación; en el cual, actualmente, se entiende a la didáctica como el estudio del conjunto de recursos técnicos que tienen por finalidad dirigir el aprendizaje del alumno, con el objeto de que este alcance a consolidar un conocimiento.

### Fenómenos que acontecen en didáctica

La teoría de situaciones didácticas cataloga una serie de fenómenos de la didáctica que pueden malograr una situación de aprendizaje:

- **Efecto "Topaze"**: el alumno, ante una serie de fracasos continuados, solicita una simplificación de la situación y el profesor es, al final, quien resuelve la parte esencial del problema, bien aceptando esa simplificación, bien suministrando información relevante.
- **Efecto "Jourdain"**: Este tipo de efecto se manifiesta cuando el profesor reconoce el logro de un aprendizaje o conocimiento a través de la respuesta o la acción de un alumno, cuando en realidad dicha acción o respuesta, fue debida a la casualidad o a

circunstancias poco significativas. O cuando el profesor suministra al alumno reglas nemotécnicas o metafóricas para solventar pseudoaprendizajes.

- **Deslizamiento metacognitivo:** Ante un fracaso de la actividad de enseñanza, el profesor, continúa su acción, sustituyendo el objeto del conocimiento por sus propios modelos heurísticos: el medio de enseñanza reemplaza al objeto de enseñanza.
- **Uso abusivo de la analogía:** que puede producir efectos "Topaze".

(Clasificación extraída de la síntesis propuesta por Cajaraville, 2007)

### **Obstáculos epistemológicos en didáctica**

*...hay que plantear el problema del conocimiento científico en términos de obstáculos. ...es en el acto mismo de conocer, íntimamente, donde aparecen, por una especie de necesidad funcional, los entorpecimientos y las confusiones. Es ahí donde mostraremos causas de estancamiento y hasta de retroceso, es ahí donde discerniremos causas de inercia que llamaremos obstáculos epistemológicos (Bachelard, 2000)*

Bachelard es el creador de la noción de Obstáculo epistemológico. Los obstáculos aparecen en el acto de conocer, como una confusión. Un obstáculo es un conocimiento válido en un determinado contexto que, como tal, puede durar indefinidamente mientras no surja un conflicto al detectar su improcedencia cuando se lo intenta aplicar a una situación nueva que parece análoga a aquellas en que este conocimiento funcionaba.

En el ámbito de la Psicología Educativa, un principio ampliamente aceptado es el enunciado por Ausubel y col. (1986), que establece que lo que más influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Esto debe ser averiguado para una buena enseñanza consecuente.

Brousseau (1983) refiere al respecto, que un obstáculo es un conocimiento no una falta de él y menciona, entre otras cosas, que una característica importante de los obstáculos es el

hecho de que el alumno utiliza algunas concepciones, que permiten resolver un conjunto de tareas en términos adecuados, y que son inapropiada cuando se aplica a casos más generales o particulares, generando respuestas incorrectas. En esta circunstancia se habla de la existencia de un obstáculo cognitivo.

Para este autor es imprescindible identificarlo, para incorporar su rechazo en el nuevo saber, puesto que el o los obstáculos hacen que el alumno se resista a las contradicciones que este le produce y al establecimiento de un conocimiento mejor y que, además, inhiben al alumno para la acción y en consecuencia entorpece el aprendizaje o lo malogra. Aduciendo, también, que los obstáculos se detectan a través de los errores sistemáticos en situaciones similares, que no aparecen aislados sino que están relacionados a la manera de conocer y permiten detectar las resistencias a la evolución de un concepto. Es decir, el error puede convertirse en un motor de la acción y la reflexión si se ofrecen al alumno situaciones apropiadas en las que pueda analizar sus fracasos y volver a replantear sus estrategias. Haciendo de éste un medio para lograr el aprendizaje significativo.

### Otros tipos de obstáculos

Los obstáculos tienen diferentes orígenes: debidos al método de enseñanza, a la motivación del alumno y a las dificultades intrínsecas debidas a la naturaleza de los conceptos, entre otras. Por lo que se han definido “tipo de obstáculos”, en este sentido Brousseau (1983) reconoce tres tipos: ontogénico, epistemológicos y didácticos.

- **Obstáculos ontogénicos** (también llamado psicogénico): debido a las características del desarrollo de la persona. En otras palabras, provienen de las limitaciones del sujeto que aprende en un momento dado.
  
- **Obstáculos epistemológicos**: Son inherentes al concepto o estructura conceptual y contienen parte del significado del mismo.

- **Obstáculos didácticos:** Dependen directamente de la elección de un proyecto o sistema educativo. Es decir, de la *forma* didáctica escogida para establecer la situación de enseñanza.

### **Concepción y significado de un Objeto didáctico**

Ortiz de Haro (1996), siguiendo la línea de autores como Batanero y Godino, define el significado de un objeto como una entidad compuesta, cuyos componentes tienen la forma de definiciones, enunciados de propiedades, descripciones de situaciones típicas y notación simbólica. Clasificando a los componentes del significado de un objeto en: a) elementos intencionales: definiciones, enunciados,...; b) elementos extensionales: descripción de situaciones problemas prototípicas, en cuya resolución emerge el problema y c) elementos notacionales: son los símbolos y signos usados en un contexto determinado para la presentación e interpretación del significado de un objeto.

La caracterización que de los objetos se hace, en los diferentes entornos, emerge de las situaciones-problemas en las que ellos intervienen como herramienta para su resolución (Batanero y col., 1994). Por lo que, el significado de los mismos no puede reducirse solamente a su definición, sino a un global resultante de todos los aspectos que componen al objeto en sí, mas lo que surja de las formas didácticas y de los diferentes contextos. Estos últimos están asociados con un tipo de institución (entendiéndose por institución a un conjunto de personas que comparten situaciones semejantes), implícitamente realiza un sistema de acciones teóricas y situaciones-problemas asociadas, que adjudican un significado mas al objeto per sé, que es el significado abstracto del objeto, llamado objeto institución (Ortiz de Haro, 1996).

### **Transposición didáctica**

El término de transposición didáctica fue propuesto en Educación Matemática por Chevallard (1985) aduciendo a los cambios a lo que es sometido el conocimiento matemático cuando es adaptado para ser un objeto a enseñar.

Esta adaptación del saber a enseñar debe ser acorde tanto al nivel cognitivo del receptor como al entorno en el que será aplicado e implica desglosarlo, itemizarlo, secuenciarlo, buscar ejemplos comprensibles, utilizar esquemas, etc. Con el adicional de la importancia que tiene la coherencia de los integrantes del complejo sistema formado por profesores, diseñadores curriculares, escritores de libros de texto, autoridades académicas y otros, a los que el mismo autor de la definición del término, nombra como la noosfera.

El resultado de la transposición didáctica se refleja en las diferencias observables entre un conocimiento dentro de la institución científica y este mismo conocimiento en una institución educativa dada.

Como indica Ortiz de Haro en su tesis doctoral (1996), estas diferencias deben producirse dado que el empleo, las aplicaciones y el significado mismo del objeto a enseñar están condicionados y limitados por factores externos (tiempo, saber previo,...) que necesariamente las origina.

Así, para enseñar un objeto hay que seleccionar adecuadamente los componentes que lleven a la comprensión del significado del mismo, en alianza con la generación de una situación didáctica. Esto es lo que Batanero y col. (1994) señalan como la caracterización de los significados institucionales de los objetos dentro de las diversas instituciones.

## CAPITULO 2

---

### **ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA**

En este capítulo se expondrán los aspectos más relevantes involucrados en la didáctica de la Estadística. Abordando, con especial interés, la metodología de resolución de problemas reales.

#### **CUESTIONES GENERALES DE LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA**

La introducción de la Estadística en las ciencias constituyó un objeto a partir de un estado de las ciencias en el que las prácticas, en principio, no científicas se relacionaban con los aspectos que hacen a esta disciplina. Es decir: la biometría, la psicometría (entre otros casos) son concebidas *a partir del momento en que, el efecto de unas prácticas no científicas consiste en proporcionar a la observación una materia homogénea y susceptible de un tratamiento* (Canguilhem, 2009).

Como consecuencia de incorporar esta ciencia en los planes de estudios nace otra disciplina: la enseñanza de la *Estadística aplicada*. La cual tiene contextos muy variados y poco explorados. En consecuencia, podría decirse, y de hecho varios autores lo expresan así, que la misma se encuentra en sus comienzos; aunque avanza de manera positiva, incentivada por el rápido desarrollo como utilitaria en la investigación, la técnica y la vida profesional. Este progreso acelerado hizo y hace que tenga su problemática particular. Una de ellas es el hecho de enseñar una disciplina en continuo cambio y crecimiento. Pues desde hace dos o tres décadas esta ciencia atraviesa por un periodo de notable expansión (principalmente, desde el

punto de vista de los contenidos, ya que cada vez son más numerosos los procedimientos disponibles) que se aleja de la Matemática pura. Otra dificultad, que agrava la situación, es la demanda estadística según la formación u orientación del usuario, que lleva a tener que enseñar la disciplina a alumnos con capacidades y actitudes variables e, incluso, que no disponen de la misma base de conocimientos matemáticos o de cálculos o, lo que es más importante, carencia del desarrollo del pensamiento probabilístico.

La naturaleza de la Estadística es muy diferente de la cultura determinista tradicional de las Matemáticas, no pudiéndose siempre emplear los principios generales de la enseñanza de esta disciplina en la enseñanza de la Estadística. Tanto es así que, investigaciones en Psicología sobre el razonamiento estocástico y sobre el desarrollo de las ideas estocásticas influyeron en la didáctica de la Estadística. Estas investigaciones sugieren que “aprender Estadística” tiene como marco la teoría del aprendizaje del constructivismo, en la que la estrategia educativa fundamental es apoyar al estudiante para solucionar un problema y ampliar su conocimiento mediante el análisis de una situación particular, formular un proyecto, comprobar hipótesis y comunicar resultados (Ottaviani, 2002).

## **LA IMPORTANCIA DE LA PROBABILIDAD EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA**

*...nuestra época ha comprendido cada vez más claramente que allí donde se perfora el suelo de la ciencia se acaba por encontrar las probabilidades.*

(Servien, 1945).

La Estadística es en esencia *probabilidad*. Le Lionnais (1976) señala que *la probabilidad nace como la meditación sobre los fenómenos concretos, tanto los de la vida corriente como los de las ciencias físicas, y también biológicas, económicas, psicológicas y sociales*. Asumiéndose que la certeza en la verificabilidad de los resultados es imposible y, por lo tanto, el científico debe conformarse con una cierta probabilidad; cuyo cálculo fue posible a partir del nacimiento de la *Teoría de la probabilidad*, que se convirtió en el andamiaje de la estadística. Aunque, en sus comienzos, no fuera muy aceptada en el mundo no matemático.

Así, por ejemplo, a Augusto Comte y Claude Bernard, en el siglo XIX, les costó admitir la validez del cálculo estadístico en Biología y la extensión de la matemática probabilística tanto a esa ciencia como a las ciencias del hombre (Canguilhem, 2009).

Hoy en día, la teoría de probabilidades es la base del método científico. De ahí la importancia de la enseñanza de la Probabilidad, no sólo en su contenido disciplinar sino también como filosofía del pensamiento estadístico; puesto que el determinismo, prácticamente, no tiene lugar en esta disciplina; siendo su estrella, el *resultado del azar* (muchas veces incomprendido) y su probabilidad de ocurrencia.

*La verdad es que tengo la sospecha de que la idea popular de que algo se produce al azar es la idea de algo que no presenta una pauta discernible, en lugar de ser algo que comporta la propiedad menos fácilmente detectable de la dependencia sensible.*

(Lorenz, 2000)

## **LA VISIÓN CONSTRUCTIVISTA EN EL APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA**

A partir de la década de los cincuenta, en todos los ámbitos educativos, comienza a tomar auge la idea de que el alumno no debe estar pasivo, concibiéndoselo como ser capaz de seleccionar, asimilar, procesar y conferirle significaciones a los estímulos. Según Coll y col. (1998), *...la adopción de esta perspectiva, cuyo origen cabe buscar en el auge creciente de los enfoques cognitivos en la explicación psicológica, supone un cambio radical en la manera de entender el proceso de enseñanza-aprendizaje. (...), se pone de relieve la importancia de lo que aporta el propio alumno al proceso de aprendizaje.*

Tal concepción exige una estimulación efectiva del alumno, que lo lleve a participar activamente en la construcción de sus saberes y a alcanzar el aprendizaje significativo de los objetos enseñados. La cuál, según un decir muy frecuente en los escritos de Ausubel, se da cuando: el material o tarea a realizar por el alumno es potencialmente significativo. Al respecto el autor enuncia (1986): *La significatividad potencial del material de aprendizaje*

*varía no sólo con los antecedentes educativos, sino con factores como la edad, el coeficiente intelectual, la ocupación y pertenencia a una clase social y cultural determinadas.*

En tales términos, un material o actividad apropiada requiere poseer dos aspectos diferenciados. Por un lado debe tener una organización lógica disciplinaria y, por otro, una organización lógica conceptual del contenido de aprendizaje. Dos aspectos diferenciados de lo cual, Velázquez (2004) enuncia al respecto: *... es conveniente hacer una distinción entre este significado lógico disciplinario, estricta y estrechamente vinculado a la dimensión epistemológica del contenido del aprendizaje, debe ser atendido a nivel docente en beneficio de la racionalidad de ese contenido, y el significado lógico de una organización conceptual del contenido de aprendizaje, que tiene su soporte en la organización anterior pero se logra a partir de la capacidad de relacionamiento con determinadas partes de las estructuras cognitivas del que aprende. Esto último se puede denominar organización psicopedagógica...*

Por su parte, Pozo también aduce que para que el alumno participe activamente debe ser estimulado de manera adecuada y que este estímulo se vincula con el tipo de actividad propuesta. Entendiendo que ésta, para que aquel sea efectivo, debe estar centrada en la problematización del concepto. En palabras del autor: *una actividad basada en situaciones abiertas, en auténticos problemas, que requieren del aprendiz una reflexión y una comprensión que fundamenten sus decisiones conduce casi siempre a un aprendizaje más fácil de generalizar que una práctica basada en situaciones cerradas, en ejercicios que solo implican aplicar rutinariamente aprendizajes anteriores sin comprender cómo ni por qué* (Pozo, 1996).

Desde mediado del siglo pasado, la didáctica de la Estadística ha comenzado a preocupar y ocupar, tanto en forma individual (al docente a cargo de enseñar la disciplina) como en forma institucional. Surgiendo trabajos de investigación que tienen por objeto evaluar alternativas tendientes a mejorar la calidad de su instrucción en las ciencias médicas, biológicas, ingenierías, entre otras orientaciones. Aceptándose, con acuerdo general (y como se mencionaría con anterioridad) la necesidad de enseñarla con estrategias didácticas que impliquen la participación activa del alumno, focalizándosela, principalmente en la resolución

de problemas significativos y reales para cada especialidad. Buscando materializar los conceptos en ejemplos concretos (Batanero, 2001); en los que el funcionamiento del objeto esté implícito.

## **HACIA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS REALES**

La resolución de problemas reales surge, con concilio casi universal, como el método más adecuado que unifica o integra lo requerido para consolidar el significado del objeto enseñado. Esta metodología tiene un enfoque constructivista y se basa en organizar la experiencia de aprendizaje alrededor de la investigación del mundo real del estudiante. En concordancia con Godino (2003), una persona comprende el significado de un objeto cuando es capaz de reconocer sus propiedades y representaciones, relacionarlo con otros objetos y aplicarlo a situaciones problemáticas.

Una situación real problemática actúa a la manera de obstáculo epistemológico que requiere la toma de conciencia de las contradicciones, la diferenciación, integración y generalización. Es decir, busca producir el encuentro entre el saber socialmente constituido y seleccionado para la enseñanza y el saber previo que trae el alumno. Al respecto Brousseau refiere (1983): *...la construcción del conocimiento implica una interacción constante con situaciones problemáticas, interacción dialéctica (pues el sujeto anticipa, da una finalidad a sus acciones) en la que emplea conocimientos anteriores, los somete a revisión, los modifica, los completa o los rechaza para formar concepciones nuevas. El principal objetivo de la didáctica es precisamente estudiar las condiciones que deben reunir las situaciones o problemas propuestos al alumno para favorecer la aparición, el funcionamiento y el rechazo de estas concepciones.*

Aceptando esta postura, las situaciones problemáticas exigen una conexión y secuencia lógica de los conocimientos previos y la interpretación de los contenidos que abarca la unidad temática a trabajar de este modo. Entonces, podría decirse que éstas, así entendidas, organizan

el currículum alrededor de problemas holísticos, que generan en los alumnos aprendizajes significativos integrados.

Schoenfeld (1985) por su parte, respecto a la resolución de problemas como actividad indispensable para el aprendizaje, sostiene que esta metodología es un proceso muy complejo que involucra muchos elementos, entre otros, los de carácter emocional-afectivo, psicológico y sociocultural. Y establece la existencia de cuatro aspectos fundamentales en este proceso, a saber: los recursos (entendidos como conocimientos previos, o bien, el dominio del conocimiento), las heurísticas (estrategias cognitivas), el control (estrategias metacognitivas) y el sistema de creencias.

Los recursos, refieren al conocimiento (en este caso estadístico) que el individuo es capaz de brindar en la resolución de un problema. Las estrategias heurísticas son reglas o planteamientos generales que ayudan en el abordaje de un problema. El control, es la manera en que los individuos utilizan la información y las estrategias heurísticas que poseen para resolver un problema, que involucra conductas de interés tales como: planificar, seleccionar metas y monitoreo constante durante el proceso de resolución. El sistema de creencias consiste en el conjunto de ideas o percepciones que los estudiantes poseen a cerca de la matemática (para el caso la Estadística) y su enseñanza.

Las Fases de la resolución de un problema real –aunque éstas no se ajustan a un modelo estereotipado y uniforme- se pueden ordenar, siguiendo a Dewey (1933) en cinco etapas:

- Reconocer el problema: El sujeto se da cuenta que hay un problema.
- Aclarar el problema: Una vez percibido en términos generales, se busca precisar qué resultado debe alcanzarse, qué se sabe o qué recursos hay para resolverlo.
- Proponer una hipótesis para resolver el problema: Establecer un curso de acción para resolverlo.
- Inferencia de la hipótesis: Uniendo la hipótesis y los hechos relevantes que le son conocidos, el sujeto infiere lo que se desprende de la hipótesis que él considera.

- Verificación de la hipótesis: las conclusiones de la hipótesis se verifican con hechos conocidos o con otros producidos por experimentación, para ver si se confirma o no la hipótesis.

Estos planteamientos de Dewey sirvieron de fundamento a los modelos de resolución de problemas en los que han trabajado algunos teóricos como Polya y Schoenfeld. Quienes han considerado que para resolver un problema: primero hay que comprenderlo, luego se debe elaborar un plan de resolución, ejecutarlo y, finalmente, verificar los resultados obtenidos. Esta secuencia es la que el hombre, a lo largo de la historia, ha seguido al enfrentarse a un problema real nuevo y desconocido y con la cual ha aprendido.

Sin olvidar que, el estudiante no matemático debe aprender en simultáneo a usar el lenguaje específico de la disciplina y su lógica. Lo que requiere de éste un esfuerzo metasemiótico que implica la transformación, o mejor dicho, una traducción de registros: la lengua común y la simbología específica. En la didáctica de la Estadística se trata, entonces, de poner énfasis también en relacionar la semiótica disciplinar con la semiótica de la lengua (entendidas en sentido vasto, pero con especial atención a la semántica de la expresión, que está estrechamente vinculada a la realidad) (D'Amore y Fandiño Pinilla, 2001).

## **LIBROS DE TEXTOS EN LA ENSEÑANZA**

Los libros de textos desempeñan un rol importante en la transmisión del conocimiento. Su influencia dentro del sistema de enseñanza ha sido destacada por numerosos autores, (entre otros: Cockroft, 1985; Alonso, 1987; Rico, 1990) que han realizado interesantes reflexiones sobre ellos y el papel que éste juega para el docente, en relación a la nueva tendencia instaurada, de estimular al alumnado a recurrir a los libros de textos para la comprensión de ciertos objetos; por lo que puede considerárselos como Instituciones.

En tal sentido Ortiz de Haro (1996) destaca que: *El libro proporciona seguridad y continuidad en los puntos de vista, facilita la imagen de que el conocimiento es algo localizado, que se puede encontrar fácilmente y con respecto al cual el único trabajo posible*

*consiste en su asimilación. Su determinación ya está hecha, y su base fundamentalmente es “científica”, apoyada por la tradición y la experiencia. Como el libro supone un gran esfuerzo de síntesis, planificación, estructuración y acomodación de contenidos, por encima de la capacidad del profesor medio, se considera el paradigma del conocimiento que hay que transmitir.*

Chevallard (1985), por su parte, enuncia que los libros de textos dan la idea de que el “saber a enseñar” es legítimo y que marcan el sentido del progreso del conocimiento en el alumno. Lo que aprenden los alumnos está fuertemente influenciado por el libro de texto y que, en general, los docentes enseñan según el contenido del libro selecto.

Estas reflexiones implican prestar especial atención al momento de escoger un libro como material de apoyo para la enseñanza. En especial, si se focaliza la cuestión en la enseñanza por resolución de problemas. Las propuestas temáticas que los libros, en general, ofrecen, están estructuradas con una secuencia prototípica de contenidos, desarrollados mediante las definiciones pertinentes, algoritmos necesarios, ejemplos (relativamente poco contextualizados) y luego la ejercitación con problemas para el afianzamiento de procesos o mecanismos de resolución y a posteriori los aplicados. Sin embargo, estos últimos se dicen aplicados, pero no siempre están bien contextualizados o generan una motivación real, mucho menos podría considerárselos como material potencialmente significativo. En relación a esto, Ottaviani (2002) comenta que los problemas que se presentan en los libros de textos de Estadística, generalmente, son pensados para la aplicación de lo que se ha dado teóricamente y que, para el caso de los libros orientados a la bioestadística, los enunciados giran en torno de situaciones biológicas, relativamente inconexas con la realidad del alumnado o poco contextualizados y que a su entender contradicen lo que Sadovsky (1998) sostiene en sus escritos respecto a que no solo hay que transferir conceptos completamente elaborados sino que, también, hay que fomentar encontrarle el sentido de los mismos a partir de su empleo en un nuevo contexto o situación.

En términos concretos, los problemas presentados en los libros de textos tienen una esencia común en la que predominan algoritmos, generalmente, despojados de contextos

aplicados, que estimulan la “comprensión instrumental”. Lo que dista bastante de crear un estímulo para la participación activa del alumno. Por otra parte este tipo de actividad, en la que prevalece la acumulación de información sin desarrollo de las capacidades para establecer conexiones inteligentes, puede conducir al conocimiento inerte, si se convierte en metodología rutinaria (Rocha Silva Guzmao, 2006).

En función de lo expresado, y sin ánimo de menospreciar la reconocida importancia que tienen los libros en la enseñanza, se hace imprescindible, a la hora de planificar los contenidos y actividades de una asignatura como la Estadística Aplicada, aceptar que la práctica efectiva debe ser especialmente diseñada para cada orientación o carrera en la que se inserta. Y, en tal sentido, ésta debe ser pensada en términos de problemas reales que requieran la utilización de herramientas teórico metodológicas provenientes del área de la metacognición (cuya relevancia es aceptada actualmente por reconocidos autores, tales como Godino). En la cual, uno de los objetivos es desarrollar la intuición para luego “demostrar” lo que se había intuido. El esfuerzo se centra en que el docente y los alumnos descubran juntos los conceptos fundamentales para luego “introducirse” en el verdadero quehacer de la disciplina, logrando que el estudiante piense con el sentido disciplinar. Esto alienta, lo que al decir de Bruner, se denomina salto intuitivo.

## CAPITULO 3

---

### CONCEPTOS ESTADÍSTICOS GENERALES

En este capítulo se realizará una exposición de todos los conceptos que se ven involucrados en los Contrastes de Hipótesis estadísticos. Los mismos se abordarán, principalmente desde los aspectos teóricos, pero en los casos donde fuera necesario, se acompañara con ejemplos y aplicaciones prácticas.

#### PROBABILIDAD

No se formalizará el concepto de probabilidad, en su sentido estricto matemático. Solo se rescata, de la visión epistemológica, que de éste hace Carrera (en prensa), una idea general:

*La probabilidad subjetiva es la que puede suponer un individuo a partir de un cuerpo de conocimientos o de información y puede hacerlo al considerar acontecimientos igualmente probables y otros más probables o tal vez con una probabilidad menor. Por lo tanto la probabilidad puede expresarse por un número que resultará mayor cuanto mayor sea su probabilidad. Según Fortet (1976; pág. 221) conviniendo en tomar 0 como probabilidad mínima –la de un acontecimiento imposible– y 1 como probabilidad máxima– la de un acontecimiento seguro, se obtiene la escala 0-1 universalmente adoptada para la indicación de la probabilidad.*

## POBLACIÓN

La definición estadística del concepto Población no es sencilla y ocasiona cierta confusión en el alumnado de las ciencias experimentales, puesto que es muy factible asociarlo directamente con el término de población biológica. Para facilitar el entendimiento de la misma, se dirá que:

“Población” es el conjunto de todos los resultados que puede tomar una característica observada sobre todas las unidades experimentales que son portadoras de dicha característica (predefiniéndose con precisión para la medición una escala, un tiempo y un espacio) (Esquema 2).

## MUESTRA

*Subconjunto seleccionado de una población y representativo de la misma.*

(Walpole, 2007)

Cuando la población es muy grande, hacer la observación de una característica en todos sus individuos o unidades experimentales se torna difícil o imposible, entonces se trabaja con un subconjunto de ella: *la muestra*.

Esta muestra debe ser representativa de la población, en calidad y tamaño; puesto que es este conjunto de unidades el que va a servir para mostrar lo que ocurre en la población, con la característica a observarse; y debe ser seleccionada en forma azarosa, evitando en todo momento caer en una elección subjetiva, según conveniencia; pues esto estaría sesgando el comportamiento de la variable.

El concepto de selección aleatoria se vincula al de probabilidad, en el sentido que todos los individuos o unidades experimentales que conforman la población deben poseer la misma probabilidad de ser elegidos para constituir la muestra y representar a la población. Afortunadamente, se cuenta con algunos métodos de muestreo que garantizan estos requisitos;

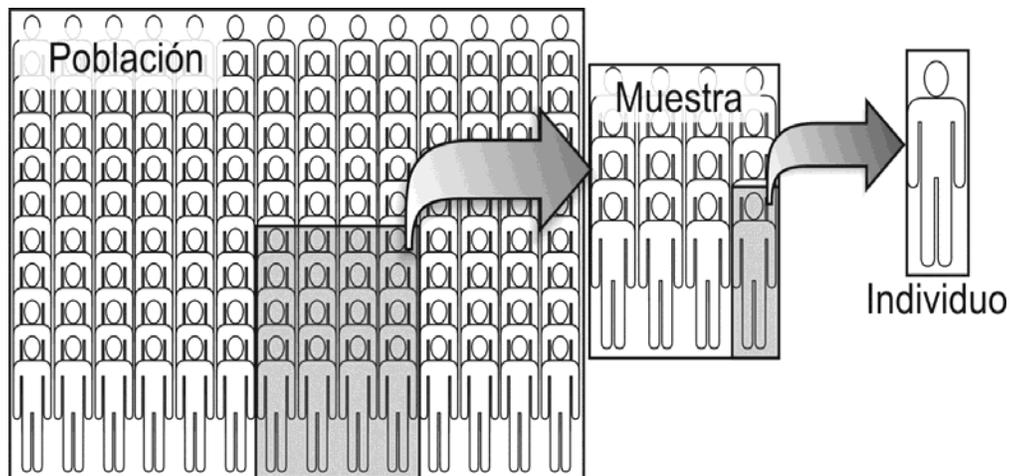
entre los que se pueden citar el Muestreo Simple, Muestreo Estratificado y Muestreo por conglomerado; que se utilizan según las particularidades de la población (por ejemplo: si la población fuera los habitantes de una ciudad en un tiempo determinado, estos deben ser elegidos de distintos sectores de la misma y de cada zona el número de individuos a extraer debe atender a la densidad de personas en ella. En este caso un muestreo estratificado sería recomendable) (Esquema 2).

## INDIVIDUO O UNIDAD EXPERIMENTAL

Persona u objeto (real o abstracto) que posee cierta característica (variable) que se desea estudiar. No siempre esta unidad experimental tiene forma física real. A veces es una de las tantas repeticiones de una experiencia. Ejemplo: si se observa el “Tiempo que tarda cierta reacción química en ocurrir bajo determinadas condiciones”, cada una de las  $n$  veces que se repita la experiencia constituirá una unidad experimental de observación (Esquema 2).

Es necesario que esta cuestión sea interpretada, de lo contrario puede interferir en la diferenciación de estar observando lo deseado, en una muestra o en una población.

Esquema 2. Síntesis de conceptos Población, Muestra y Unidad experimental



## VARIABLES

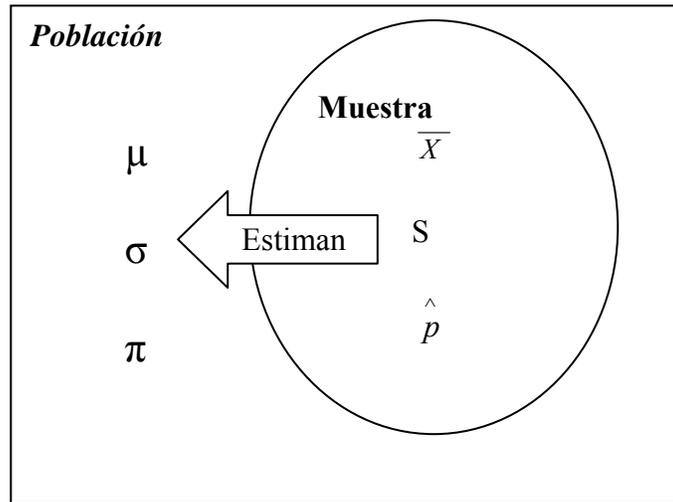
En las unidades experimentales de las poblaciones o de las muestras se observa alguna característica de interés para quien realiza el trabajo o investigación. Esta característica es variable de unidad en unidad, de ahí su nombre estadístico: *Variable*. Por ejemplo: en cada individuo del conjunto o subconjunto definido para un estudio, se va a observar si es fumador o no, su peso, su género, o cualquier otra.

Aquellas características a observar, cuyo resultado no se conoce de antemano, pero si se pueden decir cuáles serían los resultados posibles de obtener en la observación, constituyen, en esencia, una *Variable aleatoria*, aunque su definición estadística formal sea más compleja.

## PARÁMETROS Y ESTIMADORES

En muchas situaciones, se está interesado en conocer algunos valores particulares que resuman el comportamiento de una característica de la población. Por ejemplo: la prevalencia de cierta alteración genética, el peso promedio de cierto tubérculo al momento de su cosecha, la proporción de mariposas de cierta especie que presentan determinado color en las alas, el desvío en las lecturas de cierto instrumento, entre otros. A ellos se los denomina *Parámetros* y encierran la verdad absoluta en cuanto al valor exacto de la medida deseada, en la población. Si esta población es infinita o finita, pero muy grande, que obligue a tener que trabajar con una muestra, el valor verídico, no podrá ser revelado jamás y deberemos conformarnos con una *estimación* del mismo, efectuada a partir de una muestra aleatoria y representativa (constituyéndose en la evidencia del comportamiento de la variable en la población). Surgiendo así el concepto de *Estimadores puntuales (estadísticos)*: valores obtenidos de las observaciones hechas en las unidades de la muestra, de manera tal, que aseguran ser un valor muy próximo al verdadero (Esquema 3).

Esquema 3. Síntesis de los conceptos: *Parámetros y Estimadores*



Donde:

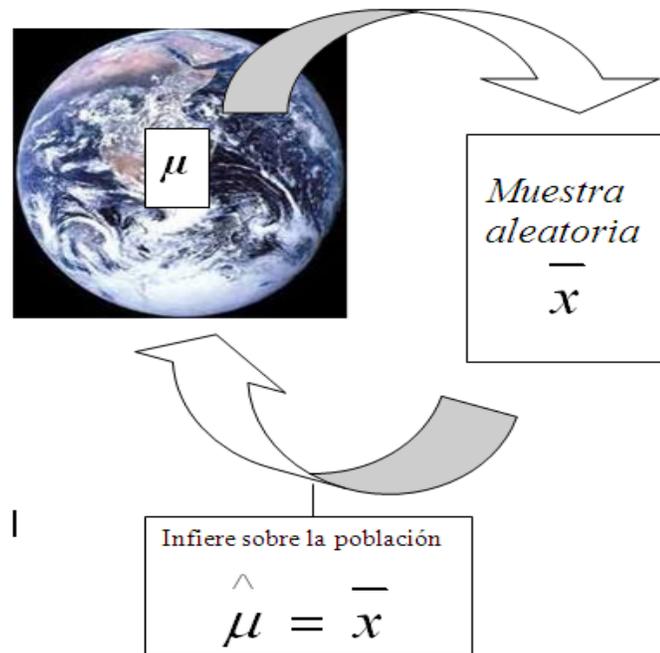
$\Theta$ (parámetro)	$\hat{\Theta}$ (mejor estimador puntual del parámetro)
$\mu$ (verdadero promedio poblacional)	$\bar{X}$ (promedio muestral)
$\Pi$ (verdadera proporción poblacional)	$\hat{p}$ (proporción muestral)
$\sigma$ (verdadero desvío poblacional)	$S$ (desvío muestral)

La letra griega simboliza la palabra *parámetro*

El sombrero significa *estimador*

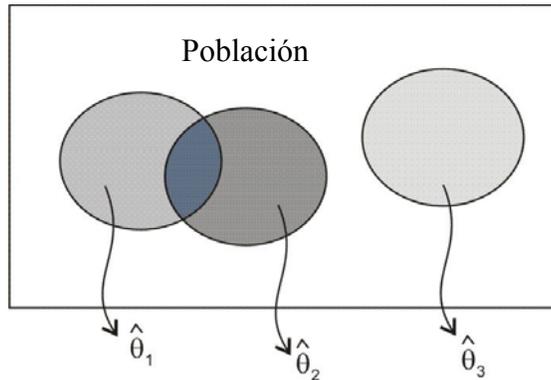
Estos estimadores son los mejores estadísticos, en el sentido de ser robustos e insesgados, para estimar el parámetro respectivo. Avalado por los teoremas y demostraciones surgidas de la Teoría de la Estimación (rama de la Estadística inferencial) (Esquema 4).

Esquema 4. Síntesis de la estimación puntual de la media poblacional



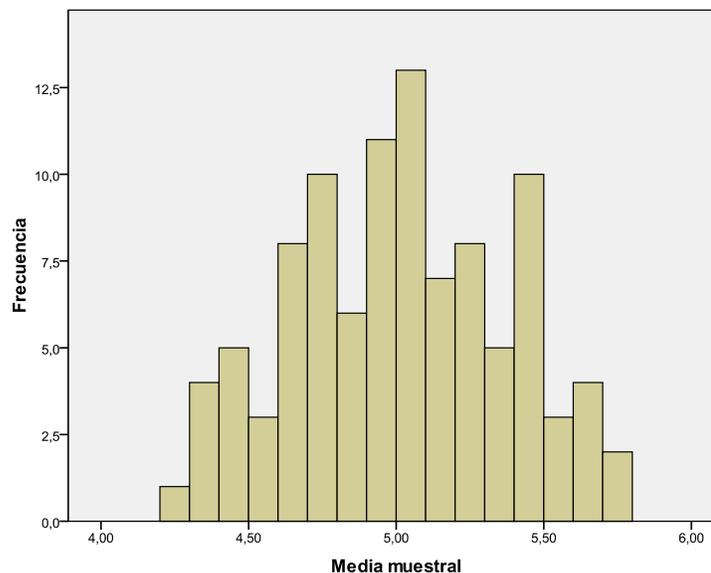
Una característica importante de todo estimador es que al ser obtenido de las observaciones hechas en una muestra, varían conforme cambia la muestra (variabilidad muestral). Convirtiéndose en variables aleatorias, puesto que su valor depende de las unidades que conformaron la muestra y de los resultados que ellas arrojaron, y de antemano no puede saberse en qué valor resultará el estimador en una u otra muestra. Es decir, si se elige una muestra para ella surgirá un valor del estimador (llamémosle  $\hat{\theta}_1$ ); si otra persona selecciona otra muestra del mismo tamaño (también aleatoria y representativa de la población) donde dos o tres individuos son distintos, el valor del estimador no será el mismo (llamémosle  $\hat{\theta}_2$ ) y así ocurrirá, sucesivamente, con otras muestras (Esquema 5).

Esquema 5. Síntesis de la variabilidad de los estimadores



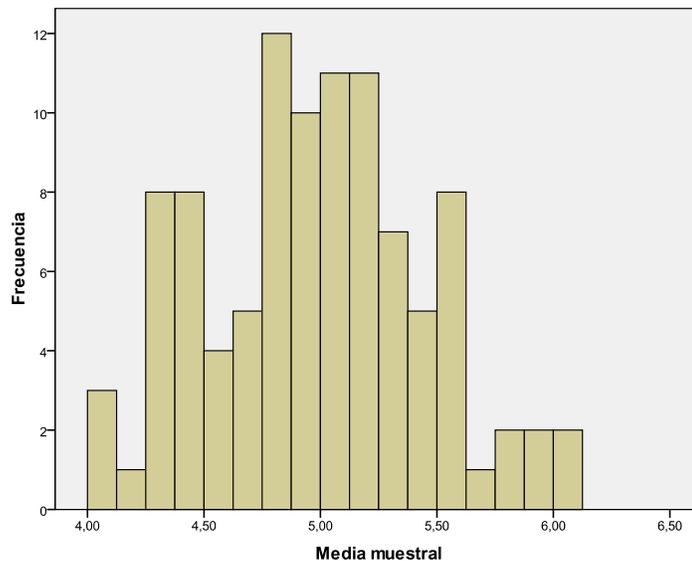
Sin embargo, en esta variabilidad del estimador se cumple que cierto número de muestras tienen valores iguales o muy parecidos, pudiéndose determinar una distribución de frecuencia de los distintos valores que toma el estimador, conforme cambia la muestra. Por ejemplo si se tomarán 100 muestras aleatorias, de tamaño  $n > 30$ , de una población chica, de la cual se conoce el valor del parámetro de interés (supóngase  $\mu=5$ ) y se calculara, en cada una de ellas, la media (estimador de  $\mu$ ) resultante de la variable observada, la distribución de frecuencias con la que ocurrirían estos valores podría ser como se muestra en el siguiente histograma (Gráfico 1):

Gráfico 1. Histograma de frecuencia para las medias de una población con  $\mu=5$



Es decir, un valor de media ( $\bar{X}$ ) entre [5,00 ; 5,10] ocurre aproximadamente en doce de las cien muestras tomadas. Esto a su vez, no ocurre siempre así; por ejemplo si se toman otras cien muestras y se calcula nuevamente el promedio en cada una de ellas, puede que la distribución de frecuencia de estos valores, esta vez de cómo se muestra en el Gráfico 2:

Gráfico 2. Histograma de frecuencia para las medias de una población con  $\mu=5$ .



(Datos modelados con el programa SPSS. Versión 15)

En este segundo gráfico puede observarse que valores de medias entre [5,00 ; 5,10] ocurren aproximadamente en diez de las cien muestra. Si siguiéramos con el mismo procedimiento, se obtendrían distribuciones de frecuencias parecidas, en su forma de campana y con las frecuencias más altas en los valores cercanos a 5 (valor del parámetro poblacional).

La garantía de ocurrencia de lo descrito tiene su sustento en el Teorema del Límite Central; el cual establece:

*Si  $\bar{X}$  es la media de una muestra aleatoria de tamaño  $n$  tomada de una población con media  $\mu$  y variancia finita  $\sigma^2$ , entonces la forma límite de la distribución del estimador, conforme  $n$  tiende a infinito, es la distribución Normal con media= $\mu$  y variancia= $\sigma^2/n$  (Walpole, 2007).*

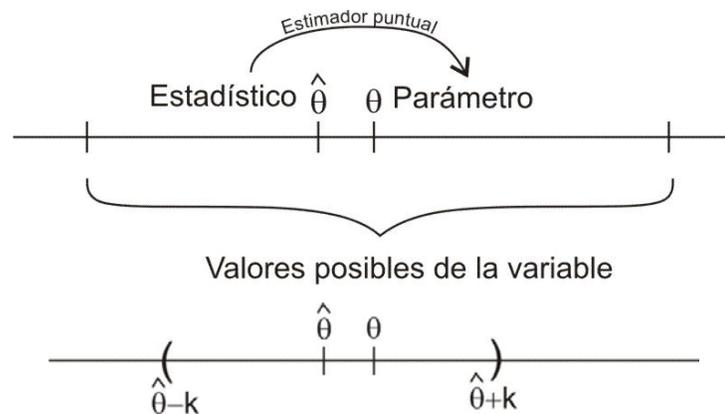
La concepción de este teorema, se vincula con el concepto de Estimación por Intervalos de Confianza y éste a su vez se relaciona con los conceptos de Errores en los Test de Hipótesis (lo que se verá más adelante).

### ESTIMACIÓN POR INTERVALO DE CONFIANZA DEL $(1-\alpha)\%$

Sabiendo que los valores de las estimaciones puntuales pueden no coincidir con el verdadero valor del parámetro, se recurre a otra forma de estimar dicho parámetro: Por Intervalos de confianza. Esta técnica estima el valor del parámetro poblacional de interés contemplando la variabilidad inherente al estimador muestral.

Esta forma de estimación (una de las más importantes que puede hacer la Estadística) consiste en sugerir un conjunto de posibles valores del parámetro. Esto es: con cierta probabilidad, se estima que el verdadero valor del parámetro está contenido en el intervalo propuesto (Esquema 6).

Esquema 6. Intervalo de confianza de la estimación del parámetro.



El intervalo  $(\hat{\theta} - k ; \hat{\theta} + k)$  **probablemente** contenga al verdadero valor del parámetro  $\theta$ . Esa probabilidad se llama nivel de confianza:  $1-\alpha$ ; donde  $\alpha$  se denomina significancia y es la probabilidad de equivocarse.

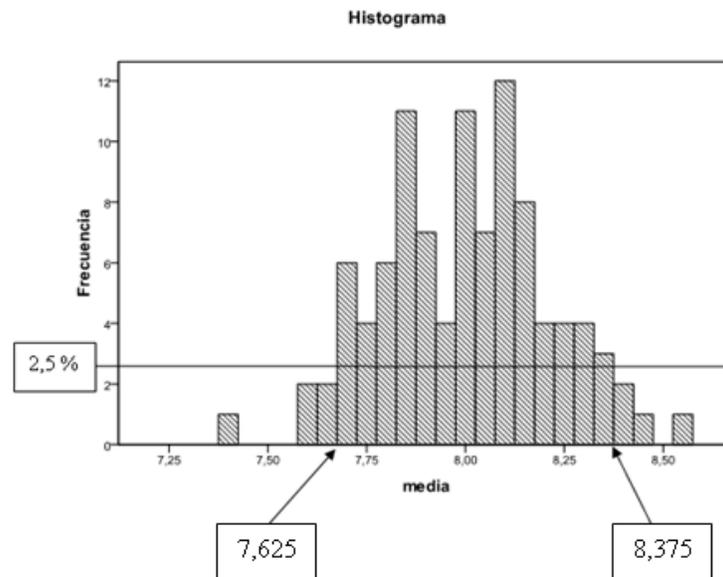
La confianza de un intervalo, debe interpretarse en el siguiente sentido:

Para una confianza del 95% [ $95\%=(1-\alpha)\%$  y  $\alpha=0,05$ ]

Situación problema: Se está observando una variable en un población de interés y se quiere estimar el parámetro:  $\mu$  (por ejemplo: tiempo medio de cierta reacción química). Si se tomaran 100 muestras de tamaño  $n= 36$  y se calcularan los cien promedios muestrales y con estos se hiciera un histograma de frecuencia, aquellos valores de promedio que ocurren con una frecuencia superior al  $0,05/2$  [ $\alpha/2$ ]; o sea: frecuencia superior a 2,5% de las veces se los considerará, por decisión, como los valores de promedio más probables de ocurrir en una muestra y se los tomará como los estimadores más confiables del parámetro (con tanta certeza como confianza se fije).

A continuación (Gráfico 3), se muestra un histograma con la frecuencia con la que podrían aparecer los valores promedios obtenidos en las 100 muestras, de tamaño 30 cada una.

Gráfico 3. Rango de valores más probables para la estimación del parámetro  $\mu$



Los promedios muestrales más *confiables* para estimar al verdadero promedio poblacional ( $\mu$ ) serán valores entre [7,625 ; 8,375] y se lo está estableciendo con una confianza del 95%.

Si la confianza se hubiese decidido en el 90% ( $\alpha$  sería 0,10) los valores de media considerados frecuentes de ocurrir hubiesen sido los que ocurren con una frecuencia superior al 0,10/2; o sea con ocurrencia mayor al 5% de la veces.

Nota: lo anteriormente mostrado es para interpretar el concepto de Intervalo de Confianza. De ninguna manera, representa el procedimiento necesario para estimar un parámetro. La estimación de un parámetro a través de un Intervalo de Confianza requiere tomar una muestra de la población en la cual se está observando una variable y con los datos obtenidos de ella, hacer algunos cálculos y construir el intervalo con la expresión matemática que corresponda.

Las expresiones matemáticas para la construcción de estos intervalos de confianzas se derivan de cuestiones inherentes a la teoría estadística, relacionadas principalmente con la distribución de probabilidad que tiene el estimador.

Para el caso particular que quiera estimarse el parámetro  $\mu$  (promedio poblacional) el mejor estimador es la media muestral ( $\bar{X}$ ). Si la muestra es grande ( $n > 30$ ) la distribución de probabilidad (o de frecuencia) de este, es Normal (con forma de campana de Gauss). Fijado un valor de confianza  $(1 - \alpha) \%$  el intervalo de confianza para  $\mu$  se calcula:

$$\bar{x} \pm Z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Donde  $Z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$  es un número obtenido de la Tabla Normal Estándar

Para un 95% de confianza:

$$Z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = 1,96$$

Para un 90% de confianza:  $Z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = 2,01$

## CAPITULO 4

---

### **CONCEPTO: TEST DE HIPÓTESIS PARAMÉTRICOS**

*(También llamados: Contrastes o Pruebas de Hipótesis)*

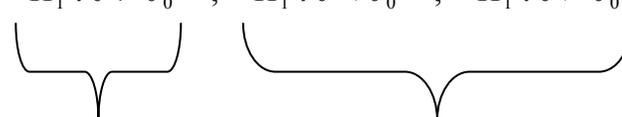
En este capítulo se efectúa una síntesis del concepto Test de Hipótesis Paramétrico.

#### **TEST DE HIPÓTESIS**

Un contraste de hipótesis estadístico (paramétrico), es un procedimiento que permite decidir cuál de dos hipótesis respecto a los valores de un parámetro, es la más probable de ser cierta, en base a la evidencia que da la muestra a través del estimador calculado de los datos obtenidos en ella.

Las dos hipótesis involucradas son:

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1 : \theta \neq \theta_0 \quad ; \quad H_1 : \theta < \theta_0 \quad ; \quad H_1 : \theta > \theta_0$$


Prueba a dos colas

Pruebas a una cola

Esto es:

$H_0$  es la hipótesis denominada *nula*. En ella se plantea que el parámetro poblacional desconocido tiene supuestamente el valor determinado como  $\theta_0$ . Este valor es propuesto, en función de ser el valor que se sospecha (o no) tenga el parámetro en la población o puede ser también un valor permitido por alguna reglamentación.

$H_1$  es la hipótesis *alternativa*. En ella se plantea algún tipo de desigualdad del parámetro respecto al valor propuesto en la hipótesis nula.

Este procedimiento estadístico no da un resultado cerrado; dado que depende de la actuación del autor, en función de que éste debe acordar criterios y supuestos que le permitan decidir que hipótesis es la que aceptará.

La Inferencia Estadística que se realizará es en función de la evidencia obtenida de una muestra, por ser representativa de la población de la que se extrae, pero que conlleva variabilidad en su información; por lo que, ella genera cierta incertidumbre respecto a la verdad que acontece. Esa incertidumbre se asocia (por teoremas y algoritmos matemáticos) a una probabilidad y en función del valor de esta probabilidad, se decide aceptar o rechazar alguna de las hipótesis estadísticas planteadas.

La decisión tomada puede ser errónea, en dos sentidos, pero esto ya está aceptado por el operador, al momento de aplicar la Prueba Estadística.

Los errores que pueden cometerse en la decisión de aceptar o rechazar la hipótesis nula se sintetizan de la siguiente manera (Tabla 1):

Tabla 1. Síntesis de los tipos de errores posibles en las Pruebas de Hipótesis estadísticas.

Situaciones posibles al probar una hipótesis estadística		
	$H_0$ es verdadera	$H_0$ es falsa
Aceptar $H_0$	<i>Decisión correcta</i>	<i>Error tipo II</i>
Rechazar $H_0$	<i>Error tipo I</i>	<i>Decisión correcta</i>

El procedimiento estadístico de los test de hipótesis se basa en la presunción de inocencia de la hipótesis nula; permitiendo cierto margen de error, ya que por azar puede que salga en la muestra un valor del estadístico estimador que lleve a rechazar la hipótesis nula aunque esta fuese cierta. Es decir, el método consiste en pensar que, si la hipótesis nula fuese cierta, sería extraño obtener una muestra con un valor de estimador poco frecuente o que ocurre muy pocas veces. Si fuese muy raro, se rechazaría  $H_0$  (cuestión de duda razonable) y sería lógico suponer que ese valor de estimación está más a favor de la hipótesis alternativa.

El valor que fija el margen de error es el nivel de significación, simbolizado con la letra griega  $\alpha$ , y habla de la decisión asumida en cuanto a que, aunque  $H_0$  sea cierta, si el valor del estadístico obtenido en la muestra es *raro* (poco frecuente), se la rechazará.

En síntesis, la lógica de razonamiento del procedimiento estadístico lleva a calcular la probabilidad con la que ocurriría el valor del estadístico obtenido en la muestra si la hipótesis de sospecha ( $H_0$ ) fuera cierta. Si esa probabilidad es alta está a favor de la  $H_0$ , si es muy baja estaría induciendo a rechazarla.

Secuencia de pasos que es recomendable seguir al aplicar la metodología de prueba de hipótesis:

- 1- Del contexto del problema, identificar el parámetro de interés
- 2- Establecer el valor supuesto para el parámetro en la hipótesis nula ( $H_0$ )
- 3- Especificar una hipótesis alternativa ( $H_1$ ) apropiada
- 4- Seleccionar el nivel de significancia ( $\alpha$ )
- 5- Determinar el estadístico de prueba apropiado para el problema particular y reconocer su distribución de frecuencia (probabilidad de ocurrencia de sus valores)
- 6- Establecer el/los valores del/los estadísticos críticos que delimitarán la zona de aceptación de la  $H_0$
- 7- Calcular el valor del estadístico de prueba observado en la muestra
- 8- Decidir si debe o no rechazar  $H_0$  y notificar esto en el contexto del problema

#### Detalle de los pasos

- *Paso 1:* Enunciada una situación problema, es indispensable reconocer cuál es el parámetro sobre el cual se hará una conjetura respecto de su valor. Esto es importante, puesto que habrá que seleccionar el estimador muestral que lo representará y dará cuenta (o evidencia) de su valor.
- *Paso 2:* El valor supuesto del parámetro surge de la situación problema y en él tiene mucha actuación el investigador; quien embebido en el tema disciplinar, puede proponer valores de su interés a testear. En la hipótesis nula, por definición se coloca la igualdad del parámetro a un valor (o la opción:  $\leq$  o  $\geq$ ).

$H_0$  (hipótesis nula):

$$\theta = \theta_0$$

$$\theta \leq \theta_0$$

$$\theta \geq \theta_0$$

- *Paso 3:* La hipótesis alternativa se plantea en consecuencia de lo propuesto en la hipótesis nula, complementando con los otros valores alternativos a la primera.

$H_1$  (hipótesis alternativa):

$$\theta \neq \theta_0$$

$$\theta > \theta_0$$

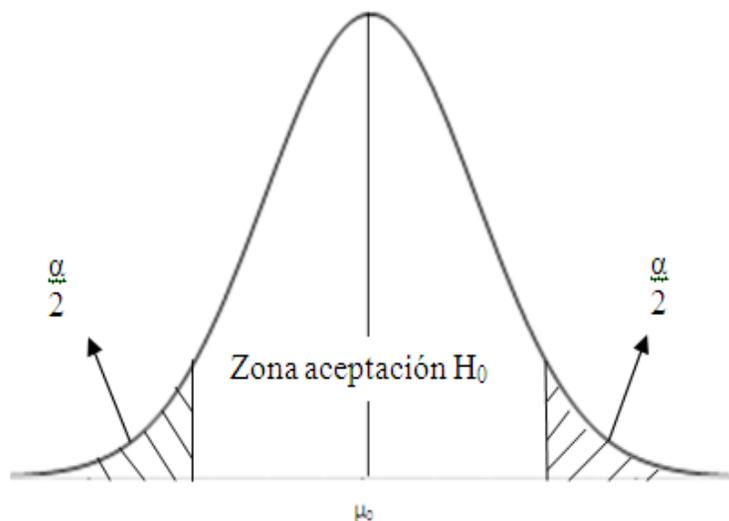
$$\theta < \theta_0$$

Respectivamente a lo planteado en el ítem anterior

Nota: Si la hipótesis alternativa debió ser fijada con el símbolo de desigualdad (ya sea:  $<$  o  $>$ ) y no con el de distinto ( $\neq$ ) la prueba de hipótesis resultante se denomina prueba a una cola, caso contrario sería una prueba a dos colas.

Al plantear la hipótesis alternativa con el  $\neq$  se está proponiendo como conjetura, que el parámetro a testear, puede ser distinto por ser mayor o distinto por ser menor al valor propuesto en la hipótesis nula. Esto divide el nivel de significancia asumido (error de tipo I) en dos colas (Gráfico 4).

Gráfico 4: Representación del Error Tipo I.



- *Paso 4:* El nivel de significancia ( $\alpha$ ) es fijado en función del error que el investigador esté dispuesto a aceptar, cuando al proceder con la técnica estadística, lo calculado lo lleve a concluir que la evidencia muestral está más a favor de aceptar o rechazar la hipótesis nula. En general, el valor más usado es 0,05. Es decir, si fuera cierto que el parámetro, en la población, tiene el valor propuesto en la hipótesis nula y muestra que toco en suerte para representar a esa población es una muestra rara, pero representante al fin, y esto llevó a que se rechazara la hipótesis nula, se ha cometido un error en la conclusión. Este error es el tipo I y se fija con el nivel de significancia.
- *Paso 5:* El estadístico de prueba depende del parámetro a testearse (ya que es el representante -muestral- del parámetro poblacional) y de algunos supuestos que deben hacerse respecto a la variable aleatoria que se está observando en la población. Este estadístico, como variable aleatoria que es, tiene una distribución de frecuencia de valores que debe conocerse, dado que esta permite calcular la probabilidad con la que ocurre el valor del estadístico de prueba si la hipótesis nula fuera cierta. La probabilidad es la que interviene en la decisión de aceptar o rechazar la hipótesis nula.
- *Paso 6:* Los valores de los estadísticos críticos se obtienen de la tabla correspondiente a la distribución del mismo y en función del nivel de significancia establecido.
- *Paso 7:* El cálculo del valor del estadístico de prueba se hace utilizando la expresión matemática adecuada que depende de los datos obtenidos en la muestra.
- *Paso 8:* Una vez calculado el estadístico de prueba se puede conocer la frecuencia con la que ocurriría este valor muestral del estimador si el parámetro poblacional fuera el propuesto en la hipótesis nula (Valor p). Si esta probabilidad es más alta que el nivel de significancia, se estaría a favor de aceptar esta hipótesis.

## Ejemplo

*La lluvia ácida se forma cuando la humedad en el aire se combina con los óxidos de nitrógeno y el dióxido de azufre emitidos por fábricas, centrales eléctricas y vehículos que queman carbón o productos derivados del petróleo. En interacción con el vapor de agua, estos gases forman ácido sulfúrico y ácidos nítricos. Finalmente, estas sustancias químicas caen a la tierra acompañando a las precipitaciones, constituyendo la lluvia ácida.*

*En cierta región, a escasos metros de un río importante, se encuentra una industria metalúrgica de gran volumen de la cual se sospecha que las grandes cantidades diarias de gases que emite podrían estar provocando precipitaciones ácidas (con pH igual o inferior a cinco ya es considerada ácida) sobre el río afectando el agua. Para estudiar si es cierta esta sospecha se decide buscar evidencias de lo que está pasando. Se toma, entonces, una muestra de tamaño 30 (en 30 oportunidades que llueve se recoge lluvia y se le mide el pH).*

Paso 1: Lo que se está queriendo estimar es el pH, que en promedio, tiene la lluvia ácida en la zona. Es decir, se está queriendo estimar el parámetro  $\mu$ .

Paso 2: Se presume que en la zona industrial la emisión de gases provoca que la lluvia sea ácida. Esto es que, en promedio las lluvias tengan un pH igual o inferior a 5. De este contexto disciplinar surgen las hipótesis estadísticas de planteo, en las que se presupone, por ejemplo, que en esa zona en promedio llueve ácido (el pH promedio de las lluvias es menor o igual a cinco). Esto ya predetermina la hipótesis nula, porque se dijo que en ella, por arbitrariedad, va la igualdad.

$$H_0: \mu \leq 5$$

Paso 3: La hipótesis alternativa se desprende de la anterior, puesto que debe contener las otras posibilidades de valores que podría tomar el parámetro.

$$H_1: \mu > 5$$

Paso 4: La significancia a usar es decisión del operador. En general, está basada en los criterios de trabajo de otros grupos de investigadores o de expertos en la especialidad. El valor, más ampliamente utilizado es  $\alpha=0,05$ .

Esto fija el error Tipo I, es decir al establecer este valor se acepta que con los datos muestrales obtenidos puede concluirse erróneamente, al rechazar la hipótesis nula, siendo que esta es verdadera.

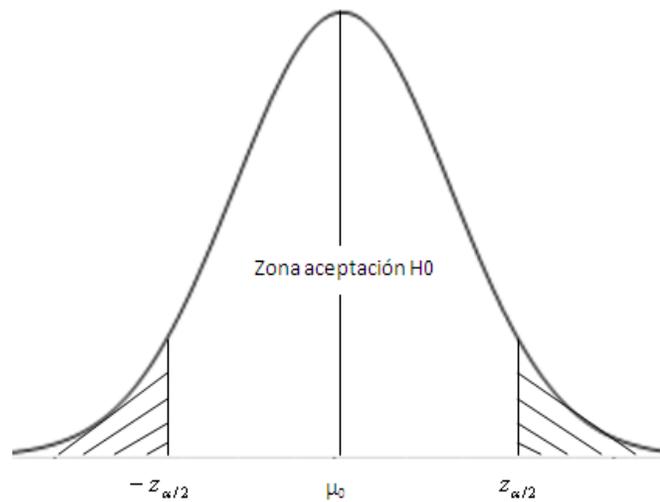
Paso 5: La elección del estadístico de prueba no es arbitraria y responde a ciertos elementos vinculados a la situación experimental. Por ejemplo: si se posee o no una muestra grande o si se dispone de datos previos que aporten información extra respecto a la población. Las condiciones que se dan en la experiencia determinan quién será el estadístico de prueba adecuado, quién tendrá el aval de la Teoría Estadística.

En este caso, el mejor estimador del parámetro a testearse ( $\mu$ ) es el promedio muestral y como la muestra es grande ( $n \geq 30$ ) el estadístico de prueba es una variable, llamada  $Z$  que se distribuye Normal; centrada, por equivalencia, en el valor fijado para la igualdad en la hipótesis nula.

Paso 6: sabiendo lo anterior, el o los estadísticos críticos se obtienen de la Tabla Normal estándar, en función del nivel de significancia preestablecido y de las hipótesis planteadas. Esto es:

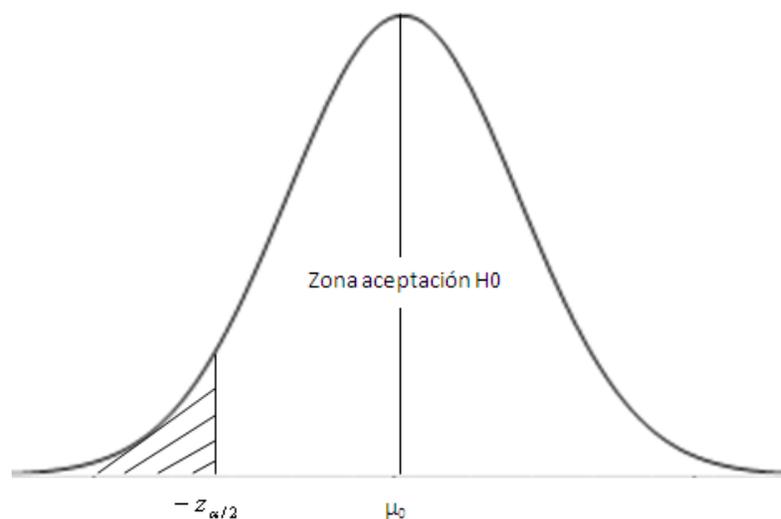
Para  $H_0: \mu = \mu_0$  ;  $H_1: \mu \neq \mu_0$  los estadísticos críticos que delimitan la zona de aceptación de la hipótesis nula ( $H_0$ ) son  $\frac{Z_{\alpha}}{2}$  y  $-\frac{Z_{\alpha}}{2}$  (por ser una prueba a dos colas) (Gráfico 5).

Gráfico 5. Representación de las zonas de aceptación y rechazo de la Hipótesis nula ( $H_0$ )



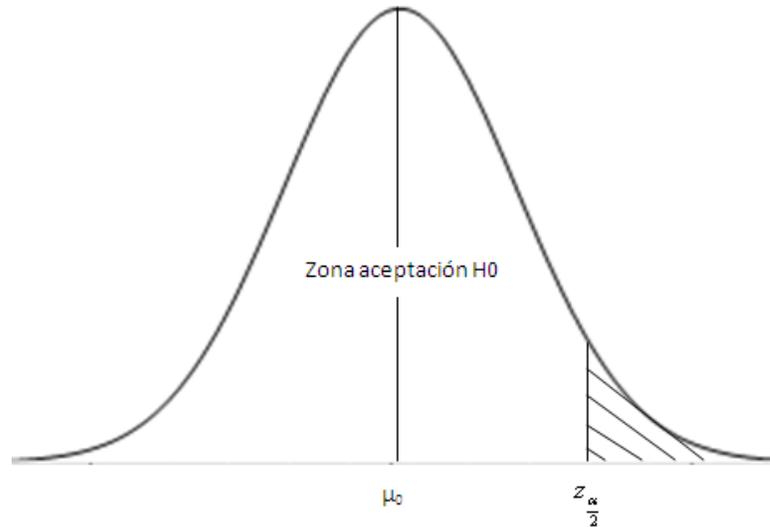
Para  $H_0: \mu \geq \mu_0$  ;  $H_1: \mu < \mu_0$  el estadístico crítico que delimita la zona de aceptación de la hipótesis nula ( $H_0$ ) es  $-z_{\alpha/2}$  (por ser una prueba a una cola) (Gráfico 6).

Gráfico 6. Representación de las zonas de aceptación y rechazo de la Hipótesis nula ( $H_0$ )



Para  $H_0: \mu \leq \mu_0$  ;  $H_1: \mu > \mu_0$  el estadístico crítico que delimita la zona de aceptación de la hipótesis nula ( $H_0$ ) es  $z_{\alpha/2}$  (por ser una prueba a una cola) (Gráfico 7).

Gráfico 7. Representación de las zonas de aceptación y rechazo de la Hipótesis nula ( $H_0$ )



Paso 7: La expresión matemática para calcular el estadístico de prueba observado ( $Z_{obs}$ ) es:

$$Z_{obs} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Donde  $\bar{x}$  es la media muestral, S es el desvío muestral, n el tamaño muestral y  $\mu_0$  es el valor del parámetro propuesto en la hipótesis nula.

Paso 8: Calculado el estadístico de prueba se observa si su valor queda (en la escala de la variable) contenido en la zona de aceptación de la hipótesis nula o no, concluyéndose en consecuencia. Por otra parte, con su valor puede computarse el Valor p de la siguiente manera:

- Si la  $H_1$  es  $\mu > \mu_0$  entonces: Valor p =  $P(Z > z_{obs}) = P\left(Z > \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\right)$

- Si la  $H_1$  es  $\mu < \mu_0$  entonces: Valor  $p = P(Z < -z_{obs}) = P\left(Z < \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\right)$
- Si  $H_1$  es  $\mu \neq \mu_0$  entonces: Valor  $p = 2 \cdot P(Z > |z_{obs}|) = 2 \cdot P\left(Z > \left|\frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\right|\right)$

Si el Valor  $p$  calculado es menor que  $\alpha$  se rechaza la hipótesis nula.

El Valor  $p$  se define como la probabilidad asociada al estadístico de prueba hacia la zona de rechazo de la hipótesis nula. Su valor informa acerca de la significancia o tamaño de error tipo uno que se estaría cometiendo al rechazar la hipótesis nula con tal evidencia muestral.

---

Lo detallado corresponde a una prueba de hipótesis paramétrica, para testear el parámetro media poblacional ( $\mu$ ) frente a un valor determinado, para el caso experimental en el que se posee una muestra grande ( $n \geq 30$ ).

Sin embargo, si el tamaño muestral no hubiese sido grande, el estadístico de prueba hubiese tenido que ser otro, acompañado de algunos supuestos que o bien deben ser probados o bien aceptados por poseerse información previa al respecto.

## ***CAPITULO 5***

---

### ***PENSAMIENTO INFERENCIAL. OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS***

En este capítulo se intenta una descripción del razonamiento inferencial, desde una perspectiva psicológica y filosófica; centrando la atención en los obstáculos epistemológicos involucrados en la comprensión del tema Test de hipótesis.

#### **VISIÓN HISTÓRICA DE LA INFERENCIA ESTADÍSTICA**

Los test de hipótesis se encuadran dentro de lo que se denomina Inferencia estadística, según la partición clásica de la disciplina. Ésta estudia los resúmenes de datos con referencia a un modelo de distribución probabilística o una familia de modelos, determinando márgenes de incertidumbre en la estimación de los parámetros desconocidos del mismo. Se supone que el conjunto de datos analizados es una muestra de una población y el interés principal es predecir el comportamiento de la población, a partir de los resultados en la muestra.

Pearson fue un pionero en entablar un puente entre la estadística descriptiva y la inferencial. Usó los estadísticos resúmenes de los datos (media, varianza y el coeficiente de correlación) para hacer inferencias acerca de las distribuciones básicas. Pero la Estadística Inferencial, como tal, surge de los trabajos de Sir Ronald Fisher; quien basó la fundamentación teórica de la misma en el grado de incertidumbre de los datos. A raíz de esto, en 1920, formula la teoría de los Test de hipótesis, que luego fuera perfeccionada por Neyman y Pearson;

quienes, hacia 1928, confeccionan una teoría sistemática de los mismos, que constituiría la base para la teoría de decisión creada por Wald cerca de 1950 (Batanero, 2001).

## **RAZONAMIENTO EN LOS TEST DE HIPÓTESIS PARAMÉTRICOS**

En los Test de Hipótesis propuestos por Fisher el resultado buscado se lo coloca en la hipótesis alternativa, luego se fija la hipótesis nula. La prueba de significación evalúa la fuerza en contra de la hipótesis nula. Para tal fin se calcula un estadístico a partir de la muestra, cuya distribución de probabilidad queda determinada según la hipótesis nula planteada como verdadera. La probabilidad con la que ocurre el valor del estadístico, cuando la hipótesis nula es cierta, se denomina valor  $p$ . Cuando la hipótesis nula es cierta y el valor de  $p$  calculado es muy pequeño, asume que existen pruebas en contra de la hipótesis nula. Para esta prueba es necesario asumir un valor a priori de nivel de significación, que fije el límite del valor admisible para considerar significativos a los datos.

Los Test de Neyman-Pearson, implican contrastar dos hipótesis: la nula y la alternativa y se trabaja con el estadístico calculado a partir de los datos. Al comparar el valor del estadístico de prueba con el valor correspondiente al del nivel de significación, se decide o bien rechazar la hipótesis nula o bien no rechazarla.

Con estos autores surge el adicional de que el rechazar la hipótesis nula no implica necesariamente que esta sea falsa. Se comienzan a considerar los errores que se pueden cometer al rechazar o no rechazar la hipótesis nula; generándose dos concepciones sobre los contrastes estadísticos: la primera, estaría orientada a las pruebas de significación y la segunda a los contrastes como reglas de decisión entre dos hipótesis. La diferencia no se debe a los cálculos, sino al razonamiento subyacente.

El razonamiento típico de una prueba de significación (Teoría de Fisher) implica:

a) Describir el efecto en función del parámetro, ubicando en la hipótesis nula la condición de igualdad. La prueba de significación se diseña para evaluar la fuerza de la evidencia en contra de la hipótesis nula.

b) Calcular un estadístico a partir de los resultados en la muestra, cuya distribución queda especificada cuando se asume que la hipótesis nula es cierta.

La cuestión que el contraste de significación trata de contestar es si el valor del estadístico calculado difiere del de la hipótesis nula por causa de las fluctuaciones aleatorias del muestreo o no.

c) Obtener el *valor-p*. Si la hipótesis nula es cierta y el *valor-p* es muy pequeño, el resultado del estadístico muestral es altamente improbable. En este caso los datos coinciden con la dirección especificada por la hipótesis alternativa y se asume que los datos proporcionan evidencia en contra de la hipótesis nula.

No hay una regla fija acerca de cuán pequeño debe ser el *valor-p* para que un resultado se considere estadísticamente significativo, aunque convencionalmente se adopta un valor fijo con el que comparamos el *valor-p*, para decidir sobre su significación estadística. Es el nivel de significación  $\alpha$  o máximo *valor-p* admisible.

El razonamiento típico de un contraste de hipótesis como proceso de decisión (Teoría de Neyman y Pearson) implica:

a) Establecer las hipótesis de la misma manera que para el caso anterior.

b) Calcular el estadístico a partir de los datos de las muestras.

c) Con el valor del estadístico calculado, se toma la decisión de rechazar o aceptar la hipótesis nula, comparándolo con un valor crítico de estadístico, establecido en función del nivel  $\alpha$  prefijado.

La práctica actual de los Contrastes estadísticos tiene elementos de Neyman-Pearson y de Fisher, que se aplican en diferentes fases del proceso. Así algunas de las características tomadas de Neyman-Pearson son que la *Hipótesis Nula* es la hipótesis de no diferencia y que el nivel de significación se debe escoger con antelación. De Fisher se mantiene el hecho que la inferencia se basa en una probabilidad condicional: la del nivel de significancia que aportan los datos suponiendo cierta *Hipótesis nula* y que ambas hipótesis son mutuamente exclusivas y complementarias.

Las diferentes interpretaciones que los Contrastes estadísticos tuvieron para Fisher y para Neyman/Pearson, incluyendo la forma en que se deben determinar los niveles de significación y la interpretación de un resultado significativo, fueron objeto de reflexión de Batanero (2001) quién hace alusión al respecto, de la siguiente manera:

(se transcribe textual el texto, porque cualquier modificación literaria podría incurrir en cambios semánticos)

*Según Gigerenzer et al. (1989), la disputa entre estos autores se ha ocultado en las aplicaciones de la inferencia estadística en psicología y otras ciencias experimentales, donde se ha asumido una única solución para la inferencia. Libros de texto como el de Guilford (1942) contribuyeron a difundir una mezcla de las lógicas de los contrastes de significación de Fisher con algunos componentes de Neyman-Pearson, dando una interpretación Bayesiana al nivel de significación y otros conceptos relacionados.*

*Con una analogía esclarecedora, Gigerenzer et al. (1989) comparan las características de Neyman-Pearson en la práctica actual de los contrastes estadísticos con el superego del razonamiento estadístico, porque prescriben los que debería hacerse y no da libertad a los investigadores. Requieren la especificación de hipótesis precisas, niveles de significación y potencia antes de recoger los datos y la probabilidad de error debe interpretarse en el contexto de muestreo repetido. Los componentes de Fisher se comparan al ego del razonamiento estadístico. Es conveniente para los investigadores, que quieren llevar a cabo su investigación y publicar sus trabajos, incluso a costa de determinar el nivel de significación después del experimento, establecer una hipótesis alternativa difusa o no establecerla antes de coger los datos, e interpretar la probabilidad de error como la*

*probabilidad de error en su propio experimento. El tercer componente en el comportamiento del investigador descrito por Gigerenzer et al. (1989) es el deseo Bayesiano de asignar probabilidades a las hipótesis en base a los datos de investigación (el ideal de la lógica híbrida). Cuando encontramos un resultado significativo nos preguntamos si este resultado puede ser debido al azar o si por el contrario es consecuencia de nuestra manipulación experimental. Falk (1986) encuentra natural la interpretación del nivel de significación como la probabilidad a posteriori de error, una vez que hemos rechazado la hipótesis en la que el investigador está interesado.*

Algunos autores sugieren que existe un conflicto entre estos tres componentes psicológicos y que ese conflicto explica la mala interpretación de la inferencia estadística y su consecuente mal uso.

## **OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS EN LA COMPRENSIÓN DE LAS PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARAMÉTRICAS**

*Un obstáculo epistemológico se incrusta en el conocimiento no formulado.*

(Bachelard, 2000)

Si bien Bachelard habla del obstáculo epistemológico en el conocimiento científico surgido de la investigación, la esencia del concepto es aplicable a cualquier conocimiento. La idea principal de este autor es que el conocimiento actual se basa en la negación del conocimiento previo y llama "obstáculos epistemológicos" a las ideas que entorpecen el surgimiento de nuevas ideas. Sean éstas hábitos intelectuales arraigados, teorías dogmáticas u opiniones aceptadas socialmente (entre otras cuestiones que constituirían otros tipos de obstáculos, como los didácticos o los ontológicos). En tal sentido, los obstáculos epistemológicos son mecanismos de la psiquis que buscan la simplicidad de lo evidente en lugar de la abstracción y la construcción de conceptos.

Los Contrastes de hipótesis abarcan un gran número de técnicas estadísticas con un eje común de cuestiones elementales, como son: el planteo de la *Hipótesis Nula y Alternativa*,

estimador del parámetro de interés en las pruebas paramétricas, distribución del estimador o del estadístico de prueba, nivel de significación y esquemas procedimentales generales.

En torno a estos, diferentes autores han determinado posibles obstáculos epistemológicos en la comprensión del tema Test de hipótesis. Así, Peskun (1987) menciona que los estudiantes tienen problemas en la determinación de la Hipótesis Nula, la distinción entre los tipos de errores I y II, la comprensión del propósito y uso de las curvas empleadas en la operación (curvas de distribución de los estimadores) y la comprensión de las expresiones empleadas en la decisión.

Falk (1986) y Menon (1993) imputan como obstáculo la ambigüedad verbal que genera la expresión "Error Tipo I". En el sentido de que un "suceso condicional" no es un concepto legítimo, sólo las probabilidades condicionales están correctamente definidas. La expresión "Error Tipo I" no está redactada como una probabilidad condicional. Lo que lleva a interpretar el nivel de significación como la probabilidad de la conjunción de dos sucesos "la hipótesis nula es cierta" y "la hipótesis nula es rechazada".

Bakan (1996), por su parte, dice que el *origen* de la incompreensión de los Test de Hipótesis es la interpretación incorrecta del concepto de nivel de significación. En relación a este comentario, Falk (1986) ha propuesto que una de las posibles causas del mal entendimiento de este concepto es el mal empleo del lenguaje en la definición del mismo.

Vallecillos y Batanero (1992) resaltan que los errores conceptuales que han influido en los procedimientos de los alumnos para llevar a cabo una Prueba de hipótesis, son el planteo incorrecto de las hipótesis (por confusión en la interpretación de la Hipótesis Nula y la zona de aceptación de la misma) y dificultades en la diferenciación y uso de la distribución muestral del estadístico de prueba y de la distribución original de la población.

También se le atribuye la responsabilidad de ser un obstáculo, a la no conceptualización genuina de la Probabilidad como incertidumbre, lo que resulta en creencias erróneas

relacionadas a la interpretación de los resultados en el sentido de no asumir que los mismos no son absolutamente ciertos sino que tienen un cierto grado de veracidad.

Autores como Rubin y col. (1991) y Well y col. (1990) establecen que la variabilidad muestral, estadístico y su distribución generan muchas concepciones erróneas. Las que, según Kahneman y col. (1982), están relacionadas con los procesos cognitivos que se utilizan para reducir la complejidad de un problema durante el proceso de su resolución (heurística).

Otro obstáculo a considerar es la semiótica; puesto que esta actividad estadística requiere de la semántica para reflejar una situación problema. La dependencia entre el texto y sus componentes y entre estos componentes entre sí es lo que se denomina: función semiótica, existiendo correspondencia entre la expresión y el contenido (Hjemslev, 1943; mencionado por Godino 2003). Tanto en los aspectos teóricos a enseñar o en las actividades prácticas relacionadas, la lengua materna es la contextualizadora, pero los símbolos cursan, mayoritariamente, en lugar de las entidades semánticas y con ellos vienen las operaciones, algoritmos y métodos que participan en la construcción del significado del objeto enseñado. Sin embargo, no se instruye o capacita, intensamente, al alumno en el dominio de la sintaxis estadística y de su traducción semántica, proceso que implica un esfuerzo extra para éste, comparable al de un traductor en simultáneo. En este aspecto, muchos investigadores, en concordancia con Vigotsky, aseguran que el lenguaje utilizado tiene influencia de relevancia en el proceso de aprendizaje y que esto se debe, en parte, al papel esencial que desempeñan los medios de expresión en los procesos de pensamiento, para quienes la palabra es la unidad de análisis de la actividad psíquica.

### **Muestra y Población como obstáculos epistemológicos**

En esta tesis, se sostiene la hipótesis que los conceptos Muestra y Población constituyen un obstáculo epistemológico importante para la comprensión de los Test de Hipótesis. En esta línea han trabajado, también, Batanero y col (1994); sobretodo, en conexión con los errores definidos estadísticamente (Tipo I y Tipo II).

La Muestra en estadística es la única evidencia de la que se dispone para obtener “alguna” información de lo que ocurre en la población. Esta concepción implica vincular dos conceptos aparentemente opuestos: la representatividad muestral y la variabilidad muestral. Este último, a su vez, requiere la disposición psíquica para aplicar el pensamiento inductivo, puesto que el mismo encierra el concepto de probabilidad de ocurrencia de los valores muestrales y, en términos de estos, es que se hace converger a la muestra a una u otra población. La comprensión de la funcionalidad independiente de cada uno de estos términos para explicar la realidad más probable, es la base para el entendimiento de los contrastes, sus conclusiones y la aceptación de posibles errores.

Como se dijera, la “Muestra” es el estandarte de la “Población”. Es decir, lo que de ella se obtenga es sencillamente inferible a la población. Sin embargo, una muestra (respetando su definición en el sentido estadístico) es el resultado del azar, por lo que todas las medidas que de ella se obtengan (por ejemplo: promedio) dependen de lo que este fenómeno disponga. En tal sentido, en diferentes muestras representativas de una misma población, los valores de medidas son iguales o muy parecidos en la mayoría de ellas pero en algunas otras difieren más y en unas pocas aparecen valores más distantes de aquellos que se observaron con mayor frecuencia. La comprensión de esta variabilidad en las medidas observadas es imprescindible, pues a ella se ligan, en primer lugar, el concepto de probabilidad de ocurrencia de los valores muestrales bajo hipótesis nula de los Test. A su vez, a este se enlaza la concepción de los errores Tipo I y Tipo II y por último el Valor p o significancia de rechazo de la hipótesis nula. A demás, hay que aclarar, que todos estos conceptos mencionados se sustentan y calculan en función de entender la esencia de estas medidas, en el sentido de reconocerlas como variables aleatorias y como tales tienen una forma de distribución de frecuencia asociada, avalada en la teoría estadística.

Por su parte, el concepto de “Población” en Estadística difiere del término usado en áreas biológicas. La no caracterización del término *Población estadística* obstaculiza el pensamiento inductivo requerido en la *aproximación* de la muestra a la población. Generándose, habitualmente, una amalgama entre ambos términos (principalmente cuando la población biológica es pequeña) al punto de no identificar el conjunto del cual provienen las

observaciones. Este obstáculo interfiere, luego, en la comprensión de los conceptos: parámetros y estadísticos estimadores, en término de valor fijo verdadero y valor variable con cierto grado de probabilidad asociada (respectivamente). Lo que impide la interpretación de la *convergencia inferencial* del último al primero. Puesto que, el planteo de las hipótesis es en virtud de algún parámetro de interés.

Por otra parte, el valor a fijar en la hipótesis nula genera incertidumbre, por su enigmática procedencia. Una ambigüedad, casi insalvable, es cuando este valor es estipulado en función de lo que acontece en otra población (con la que se quiere comparar la población en estudio). Esto conlleva aceptar que el valor verdadero del parámetro en la población ajena es conocido, siendo que las características de ambas poblaciones estadísticamente son las mismas; por lo que es de suponerse que este valor debería resultar tan desconocido como el de la población de interés. Tal deducción (observada con mucha frecuencia en los alumnos) muestra en esencia una abstracción reflexiva importante en el pensamiento del aprendiz, un esfuerzo racional y constructivo; sin embargo, su esclarecimiento debe ser fundamentado desde la teoría estadística pura. Cuestión que se hace, prácticamente, imposible por la inexistencia de los conocimientos matemáticos y disciplinares requeridos para su interpretación (en alumnos universitarios de carreras biológicas). Por lo tanto, su explicación se reduce a un nivel casi dogmático que induce a la simplicidad y aceptación de una parte importante del andamiaje de los contenidos involucrados en los Test de Hipótesis; llevando a que la incompreensión del valor a establecer para la hipótesis nula derive en un obstáculo epistemológico.

Otra cuestión relativa a la Muestra y a los Estadísticos muestrales (estimadores de algún parámetro) es el concepto de nivel de significancia a pautar y la significancia real obtenida de la muestra, como única evidencia de lo que acontece en la población. Ambos son una probabilidad condicional y encierran la *frecuencia* (en términos de probabilidad) con la que ocurrirían ciertos valores del estadístico estimador si la hipótesis nula fuera cierta. Por su parte, el Nivel de significancia es fijado por el operador y representa el tamaño de error Tipo I que está dispuesto a aceptar. Este concepto involucra decidir el punto crítico o de corte, a partir del cual los valores del estimador muestral calculado serán considerados como *raros* de

ocurrir, debido a la variabilidad propia del muestreo, si la hipótesis nula fuera cierta. El pensamiento colateral será: si la muestra revela lo que acontece en la población y de ella se obtiene un valor de estadístico, raro de ocurrir por la variabilidad inherente al muestreo, si la población tuviera el valor del parámetro supuesto, entonces este valor ocurrió porque el parámetro poblacional es otro y no el que se supuso.

El Valor  $p$ , es en esencia lo mismo que el Nivel de significancia, pero su aporte es indicar el tamaño del error tipo I que se cometería con esa evidencia muestral. El significado de estos conceptos es prácticamente inalcanzable, desde su definición semiótica en este tipo de alumnado. La psicología del pensamiento inductivo involucrado en ellos podría ser la opción para formar este conocimiento de manera significativa. Con esto se pretende decir, que la incomprensión, tanto del Nivel de significancia como del Valor  $p$ , constituye un obstáculo epistemológico para la interpretación de las conclusiones a las que se arriban con los resultados obtenidos en los test de hipótesis. En el sentido de que, a pesar que de manera mecánica se puede llegar a una conclusión, el significado semántico estadístico no se logra, reduciéndose a una comparación absoluta que desestima a la probabilidad en su rol de cuan cierta es esa verdad, tomada como definitiva.

***Reflexión:*** *Los obstáculos epistemológicos en estadística inferencial, sobre todo en los Test de hipótesis, están vinculados al pensamiento vertical de resolución de problemas. Tal vez, en la didáctica de sus temas habría que recurrir al empleo de técnicas que desarrollen el pensamiento lateral que busca forjar un pensamiento desestructurado muy necesario en cuestiones de probabilidad, suposiciones e inferencia.*

## **CAPITULO 6**

---

### ***METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA DE LOS TEST DE HIPÓTESIS***

En este capítulo se presenta una propuesta metodológica para la enseñanza del tema Prueba de Hipótesis.

#### **ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LOS TEST DE HIPÓTESIS**

Lo presentado en el capítulo anterior, respecto a los obstáculos epistemológicos en la comprensión de los Contrastes de hipótesis, sumado a la indefinición acerca de cuándo, cómo, con qué profundidad y con qué dialógica se debería enseñar la inferencia estadística en los diferentes contextos vocacionales, afecta su enseñanza.

La opinión de Batanero (2000a) es que la enseñanza y práctica de los contraste de hipótesis debería cambiarse hasta llevar a un “proceso significativo” abordando un modelo constructivista de aprendizaje, por inclusión de actividades semejantes al proceso inherente a una investigación, que desencadenen la participación activa del alumno. La autora rescata la opinión de otros autores, al recomendar dar a los estudiantes la oportunidad de experimentar con datos y problemas reales con los cuales se pueda concluir acerca de refutar o aceptar la hipótesis del problema. Por otra parte, autores como Hiebert y Lefevre (1987) reflexionan que para la enseñanza de la Estadística es fundamental mantener una secuencia lógica con los

conocimientos previos. Pero, también para ellos, es necesaria la conexión de los conceptos con los procedimientos reales, para que los alumnos no den respuestas sin comprender lo que hacen y de la necesidad de no disociar la enseñanza en conceptos aislados de la aplicación. Siguiendo estas opiniones, y en conexión con lo que habla Batanero respecto al proceso significativo, éste requiere una integración, trabajo y aplicación de los conceptos que pudieran ser obstáculos o dificultar el entendimiento del tema Prueba de hipótesis. Rescatándose como esenciales: Muestra y Población, representatividad de la muestra y variabilidad muestral del estadístico y su distribución.

También, en la didáctica de la Estadística, la dialógica es un aspecto importantísimo a ser considerado, ya que las corrientes actuales consideran al lenguaje y a las intervenciones dialécticas del docente como un condicionante del aprendizaje, interactuando entre los esquemas mentales del que aprende y las características del medio. Prestando especial atención a los códigos “técnico” asociado a la disciplina que se enseña; para que éstos no sean la razón de una diferenciación insalvable entre el docente y los alumnos (Bersteing, 1989).

En síntesis, en la enseñanza de la Estadística Inferencial en las Ciencias Experimentales, se necesita encontrar buenas situaciones didácticas enmarcadas dentro de la metodología de investigación, en un acuerdo dialéctico entre el docente y el alumno. Buscando enseñar el razonamiento estadístico inferencial y no los procesos mecánicos. Es decir reforzando el método inductivo (que da carácter provisional a las teorías científicas), ya que éste se emplea, de forma casi absoluta, en la inferencia estadística.

*La estadística no es una forma de hacer sino una forma de pensar que nos puede ayudar a resolver problemas en las ciencias y la vida cotidiana, la enseñanza de la estadística debería empezar con problemas reales mediante los cuales los estudiantes puedan desarrollar sus ideas, trabajando las diferentes etapas en la resolución de un problema real (planificar la solución, recoger y analizar los datos, comprobar las hipótesis iniciales y tomar una decisión en consecuencia). (Batanero, 2000a).*

## COMPETENCIAS DE LOS ALUMNOS PARA EL APRENDIZAJE DE LOS TEST DE HIPÓTESIS

Existe cierta confusión acerca del uso de las nociones de competencia, capacidad y comprensión. En diccionarios de lengua castellana, se define *competencia* como “aptitud, idoneidad, disposición para hacer algo” o “capacidad en determinada materia intelectual” y para *capacidad* encontramos las acepciones “aptitud o suficiencia para hacer alguna cosa” o “talento o disposición para comprender las cosas”.

En el ámbito de la Psicología, se acepta el término competencia como la capacidad de realizar una tarea o de finalizar algo con éxito. Esta confusión se traslada a la matemática y, en consecuencia, a la estadística; ya que en estas áreas hay una diversidad de significados para la expresión “competencia”. Para algunos autores competencia es sinónimo de “capacidad para hacer algo”, mientras que para otros esta capacidad se contempla sólo para realizar determinadas tareas de carácter práctico. El uso más frecuente de la noción de competencia estadística se asocia a un saber práctico, a la destreza en manipular técnicas y procedimientos operatorios. Según Godino (2002), la competencia se liga a un componente práctico, mientras que la comprensión tiene que ver con el componente teórico del conocimiento. Este autor establece que las competencias surgen a partir de la comprensión y que todo análisis implicaría preguntarse “que” comprende y “como” logró comprenderlo; es decir, “competencia” está vinculado con “saber hacer” y “comprensión” con “saber qué hacer y porqué”. Por otra parte, está el hecho de que la comprensión personal es inobservable, sería un constructo en términos psicológicos. Entonces, un alumno, para afrontar el aprendizaje de los Test de hipótesis, tiene que haber comprendido significativamente los conceptos previos necesarios y ser competente para las técnicas aplicadas y para la dialéctica simbólica estadística. Respecto a este último punto las competencias se refieren a las capacidades que tiene el alumno en relación a la traducción implicada entre la simbología estadística y el lenguaje literal y entre este último y la interpretación de la relación existente con el concepto. Es importante prestar atención a la dialógica, pues permite ver el camino que estaría tomando el proceso de construcción del conocimiento, ya que es ella, la que sirve para representar el significado.

## **PROPUESTA DE CLASE PARA DESARROLLAR EL TEMA: *INTRODUCCIÓN A LOS TEST DE HIPÓTESIS***

Nota:

Los gráficos, esquemas y tablas que se presenten a continuación no llevarán ni título ni numeración correlativa con los presentados en el marco teórico de esta tesis, puesto que los mismos corresponden al contenido de la Propuesta de Clase y son inherentes a esta, sin existir dependencia con lo anterior, por estar contextualizados en ella.

Se asume la letra cursiva para la exposición didáctica.

La Clase se comienza con un problema sencillo relacionado a una asignatura troncal de la carrera, que el alumno ya haya cursado, por ejemplo: Biología, Química, Química Biológica,...

La condición esencial es que para éste, haya una introducción o una ubicación contextual, que le dé el sentido real a la situación.

Se considerará el ejemplo empleado en el capítulo 4 pág. 49 que permite plantear las hipótesis en función de un valor del parámetro, ajeno a la variable observada. Es decir, es un valor fijo de corte establecido por los especialistas para considerar dos tipos de lluvias. Esto resolvería la ambigüedad sobre este aspecto enunciada en el capítulo 5 en el apartado sobre obstáculos epistemológicos.

## Ejemplo

*La lluvia ácida se forma cuando la humedad en el aire se combina con los óxidos de nitrógeno y el dióxido de azufre emitidos por fábricas, centrales eléctricas y vehículos que queman carbón o productos derivados del petróleo. En interacción con el vapor de agua, estos gases forman ácido sulfúrico y ácidos nítricos. Finalmente, estas sustancias químicas caen a la tierra acompañando a las precipitaciones, constituyendo la lluvia ácida.*

*En cierta región, a escasos metros de un río importante, se encuentra una industria metalúrgica de gran volumen de la cual se sospecha que las grandes cantidades diarias de gases que emite diariamente podrían estar provocando precipitaciones ácidas (con pH igual a cinco ya es considerada ácida) sobre el río afectando el agua. Para estudiar la situación se decide buscar evidencias de lo que está pasando.*

Enunciado el problema se realizan preguntas que implique emplear un pensamiento lateral y que se encuadren dentro de lo que serían preguntas constructivistas:

<b>PREGUNTA</b>	<b>RESPUESTAS SUGERIDAS</b> <i>(si no hay respuestas por parte del alumno)</i>
<b>¿Cómo buscaríamos esa evidencia?</b>	<p><i>La próxima vez que llueva, ¿juntamos varios recipientes, con lluvia y le medimos el pH?</i></p> <p><i>Durante la siguiente n cantidad de veces que llueva en la zona, ¿juntamos varios recipientes con lluvia y le medimos el pH?</i></p>

<p><b><i>¿Qué hacemos con los valores de pH obtenidos?</i></b></p>	<p><i>¿Los consideramos individualmente o elegimos alguna medida que los represente? ¿Cuáles?</i></p>
--	---

*Si sospechamos que en la zona, las emisiones de gases provocan lluvia ácida (pH=5, o menos) buscamos evidencias que revelen lo que realmente pasa.*

*Para esto se toma una muestra de tamaño n (por ejemplo, en 30 oportunidades que llueve recogemos lluvia y le medimos el pH), con los valores de pH calculamos el promedio y este promedio muestral será la evidencia; que refleja la realidad.*

<p><b><i>¿Qué sería tener evidencia a favor de la sospecha o hipótesis que se tiene?</i></b></p>	<p><i>¿Que el promedio de pH obtenido fuera, por ejemplo, ...?</i></p>
<p><b><i>¿Si el promedio muestral diera, por ejemplo, 5,1 es evidencia suficiente para decir que la lluvia no es ácida?</i></b></p>	<p><i>¿Qué es el promedio muestral? Si es una variable aleatoria, entonces ¿a qué puede deberse el valor 5,1 obtenido?</i></p>
<p><b><i>¿Es nuestra muestra la UNICA que pueda evidenciar la realidad?</i></b></p>	<p><i>¿Puede haber más de una muestra representativa de la población?  ¿Podría ocurrir que tres investigadores, que estén investigando lo mismo, busquen evidencias en muestras representativas,</i></p>

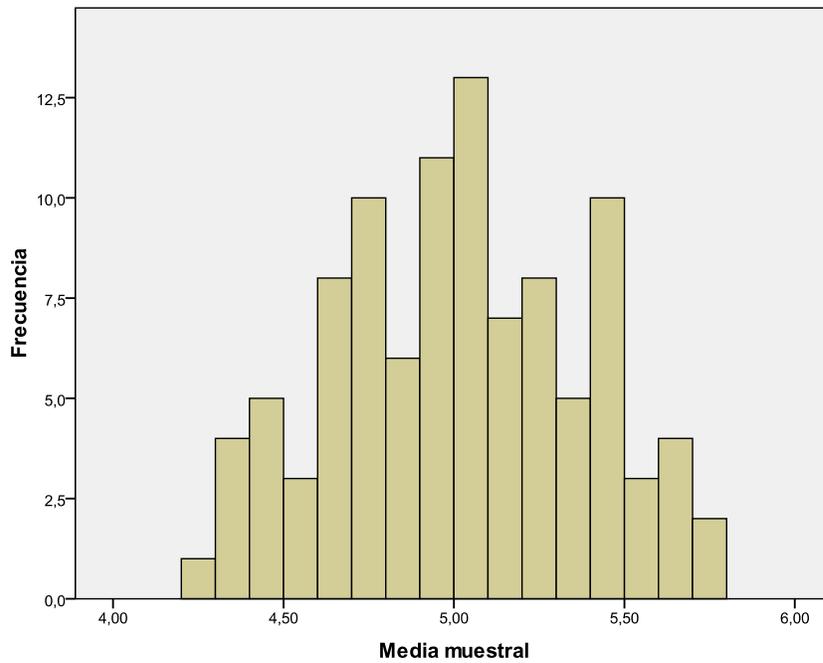
	<p><i>tomadas por cada uno de ellos y los promedios de pH que obtengan sean muy parecidos o iguales o muy distintos?</i></p> <p><i>Si cien investigadores interesados en lo mismo, por separado, juntaran lluvia en 30 oportunidades de precipitación, midieran el pH y calcularan un promedio, ¿cómo podría ser la frecuencia de repetición de los promedios obtenidos por los cien investigadores?</i></p>
--	--

La última pregunta nos habilita a dar una representación más clara de la variabilidad contenida en los valores de los estadísticos. Cuestiones ya analizadas en el desarrollo del tema Muestra y Población, Parámetros y Estadísticos y en la actividad constructivista especialmente propuesta para solucionar posibles obstáculos en la comprensión del tema.

Para esto los gráficos que representen las diferentes distribuciones de frecuencias colaboran con la visualización del objeto.

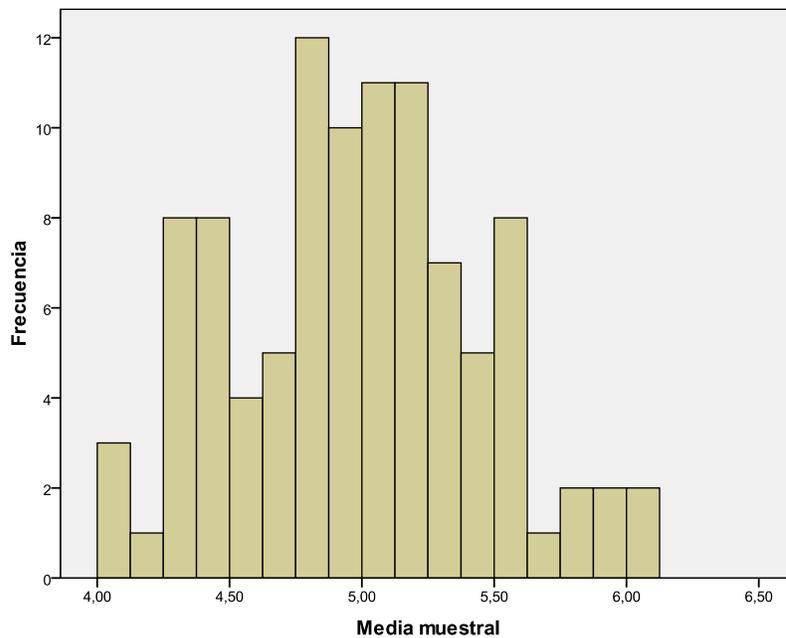
Continuando, se retoma lo visto en la enseñanza del tema Variabilidad muestral:

*Recordemos que si cien investigadores recolectaran, cada uno, un poco de lluvia en 30 oportunidades, de una zona en la que suponemos que el promedio verdadero de pH de la lluvia fuera 5; en las muestras de los investigadores se evidenciaría la situación con los valores de los promedios muestrales que obtendrían. La mayoría de estos valores serían valores cercanos a cinco. Si graficáramos las frecuencias de los valores promedios obtenidos por los cien investigadores, la distribución tendría, por ejemplo, esta forma:*



*Observar que, a pesar de que el parámetro poblacional fuera 5, el valor de promedio muestral que más se repite en las cien muestras es un valor entre 5,00 y 5,10.*

*O bien podría haber resultado con otra distribución de frecuencias, como se muestra a continuación:*



Con estas gráficas se le puede mostrar al alumno la frecuencia con la que pueden aparecer valores promedios distintos de 5,00; a pesar de que el valor medio verdadero fuera cinco.

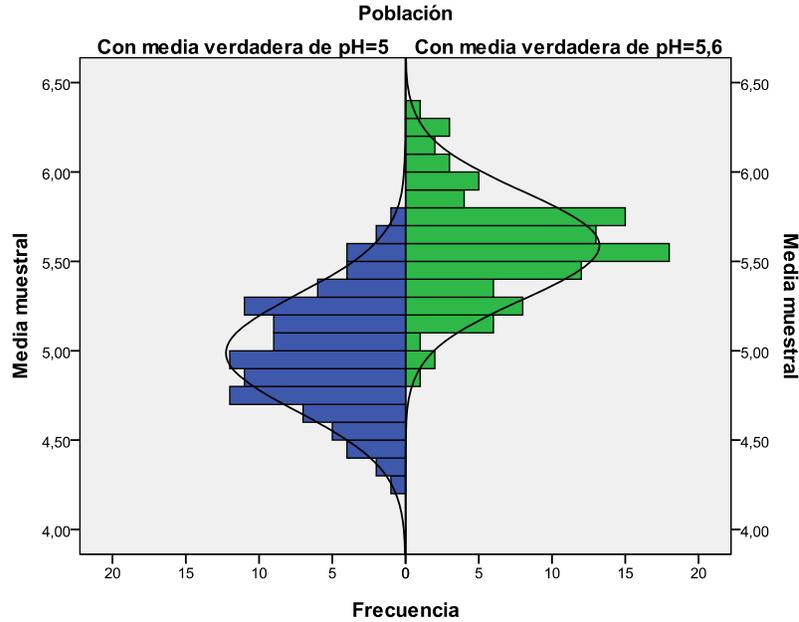
*Vemos que, si fuera 5 el verdadero valor medio de pH, el valor 5,4 también puede ocurrir, aunque con una frecuencia más baja. Lo que indica que el promedio obtenidos de las muestras no es siempre el mismo, ni siquiera es siempre el cinco el valor más frecuente, aunque verdaderamente el pH promedio de las lluvias en la zona fuera cinco.*

*Esto indica que si hemos tomado una muestra de 30 precipitaciones, le hemos medido el pH y con él hemos obtenido un promedio de 5,4 no podemos concluir rotundamente que la lluvia no es ácida, porque hemos visto, en las gráficas la variabilidad que puede tener el estadístico “Promedio” entre una y otra muestra tomadas de una misma población.*

Mostrar nuevamente la variabilidad inherente al estadístico permite introducir la idea de “decidir” hasta que valor de media muestral considerar frecuente de ocurrir para un determinado valor del parámetro, a pesar de que numéricamente no sea igual a la verdadera media poblacional. Es decir, a partir de qué valor de media es “raro” que ocurra por la variabilidad del muestreo. Esto estaría abriendo las puertas para introducir el término “Confianza” y “Nivel de significancia” elegida para trabajar.

Siguiendo esta línea, se cree conveniente mostrar la distribución de frecuencias de medias que se obtendría si la población tuviera un valor promedio de pH más alto, por ejemplo: 5,6. De esta forma se observa la superposición de valores, que muestra la contraposición que puede tener la “evidencia muestral”, término que podría ser un obstáculo epistemológico, según se viera en el capítulo 4.

*En el siguiente gráfico se observan las distribuciones de frecuencias de cien promedios muestrales obtenidos de dos poblaciones: una con promedio verdadero de pH igual a 5 y la otra cuyo promedio verdadero de pH es 5,6.*



*Observando este gráfico,...*

*¿Existe la posibilidad de que la evidencia hallada (promedio obtenido de la muestra) nos haga equivocarnos en nuestra confirmación o refutación de la sospecha?*

*Analizamos distintos valores que puede dar el promedio de pH en la muestra:*

- *Si diera 4,5 es obvio que la lluvia es ácida porque o bien: 4,5 es un valor de media muestral relativamente frecuente cuando el verdadero fuera cinco o bien es un valor altamente frecuente (5%) cuando el verdadero fuera más bajo que cinco.*
- *Si diera 5,5 numéricamente es distinto de cinco, pero si tenemos en cuenta lo que hemos visto respecto a la variabilidad que presentan los valores de medias muestrales, no podemos decir con certeza que la lluvia no es ácida, porque dio numéricamente un valor por encima de cinco.*

Las preguntas inductoras a la deducción del concepto serían:

*¿El valor 5,5 de promedio ocurriría con frecuencia si realmente, si verdaderamente, la lluvia en la población tiene en promedio un pH igual a 5? O, ¿ocurriría con más frecuencia si el verdadero valor promedio de pH de las lluvias en la zona fuera más alto que cinco?*

Esta pregunta debería formularse remitiéndonos a lo que se ve en el gráfico anterior. En él se visualizan las frecuencias de ocurrencia de valores de medias muestrales para el caso en que la lluvia de la zona tuviera pH verdadero de 5 y de uno propuesto más alto de 5,6.

El objeto es recalcar lo que significa semánticamente el término “evidencia muestral” y la variabilidad que tiene el estadístico elegido para representarla, debido al azar de las unidades que conforman la muestra.

Tales preguntas llevan a la siguiente, que permite vislumbrar el concepto de “decisión” y luego hacen derivar al del “Valor p”:

*¿Hasta qué valor de media vamos a considerar que la diferencia numérica observada puede atribuirse a la variabilidad del muestreo y aceptar que la evidencia está a favor de la hipótesis sospechada?*

*¿Cuál es la frecuencia “límite” con la que debería ocurrir un determinado valor de media muestral adjudicable a la variabilidad propia del muestreo?*

*En esta instancia debemos tomar una decisión como investigadores. Decimos, por ejemplo, que vamos a aceptar que una muestra nos está evidenciando que el valor medio real del pH de las lluvias en la población es cinco o incluso menos, si de ella obtenemos un valor promedio cuya frecuencia de ocurrencia sea mayor al 10% de las veces; es decir valores con frecuencias inferiores los vamos a considerar como que son poco probables de ocurrir por el azar que influye en la*

*variabilidad del estadístico, son “raros” y diremos que la muestra está evidenciando que el pH promedio de las lluvias en la zona es mayor que cinco.*

*Si miramos el gráfico podemos observar que el valor de promedio muestral de 5,4 ocurre con una frecuencia aproximada de 4% si verdaderamente el pH promedio de la lluvia en la zona es cinco.*

*Entonces, una frecuencia de ocurrencia del 4% para el valor muestral 5,4 es muy baja para adjudicárselo a la variabilidad del azar del muestreo; en paralelo sería más oportuno pensar que, el valor 5,4 es debido al hecho de que en la zona el pH promedio de la lluvia es más alto que el que la define como ácida. Es decir; 5,4 ocurrió en mi muestra porque es un valor promedio frecuente de ocurrir cuando el pH medio en la población es más alto que cinco, en lugar de pensar que es 5 y que el promedio muestral obtenido se debió al azar de la muestra que me toco.*

Con lo expuesto se intenta enseñar la psicología del pensamiento inductivo que envuelve a los test de hipótesis.

Continuando, lo anterior habilita para la introducción del concepto Errores Tipo I y II. Pudiéndose proseguir con la siguiente pregunta:

*¿La decisión tomada puede hacernos cometer un error en la conclusión?*

*Por ejemplo, que concluyamos que la lluvia en la zona, en promedio, no es ácida.*

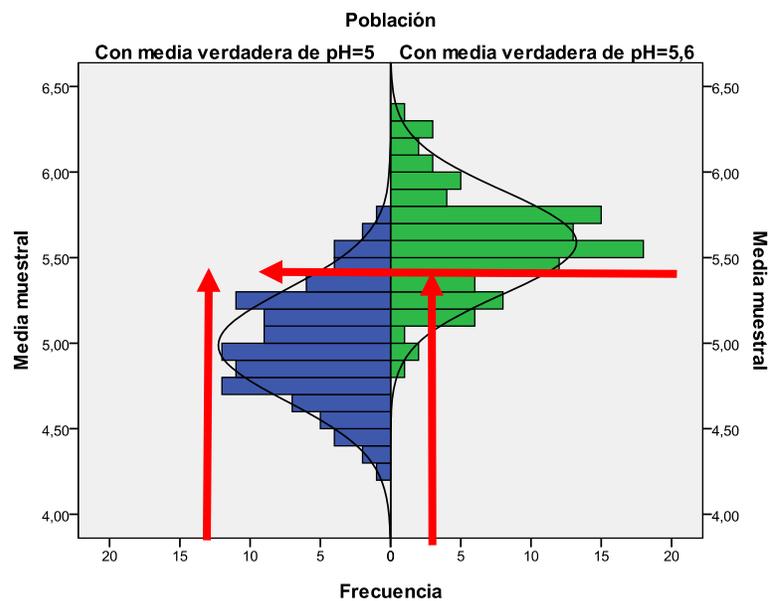
Queda expuesta la posibilidad de deducir el concepto “Errores”.

*Si decidimos que el valor promedio muestral 5,4 que nos ocurrió, no se debe a la variabilidad del muestreo, que mas bien pensamos que nos ocurrió porque el verdadero pH promedio es más alto, ¡podríamos estar equivocados! en el sentido de que si en realidad la verdad sea que el pH promedio es cinco y la estemos rechazando en función de nuestro criterio de decisión elegido (que es un valor*

“raro” de ocurrir por la variabilidad inherente al muestreo, si el verdadero pH es 5) estaríamos cometiendo un error, llamado *Error tipo I*.

O bien, si aceptásemos que una frecuencia del 4% es alta y que entonces el valor de 5,4 es adjudicable a la variabilidad del estadístico en el muestreo, puede que nos estemos equivocando al asumir esto, porque puede ser un valor más frecuente de una distribución muestral que tenga un pH más alto y por eso nos ocurrió.

Lo vemos nuevamente en el gráfico:



En definitiva sea cual sea la decisión tomada debemos saber que la conclusión no es 100% certera.

La metodología empleada en las Pruebas de Hipótesis deja al investigador la decisión de aceptar o refutar la sospecha que se tiene, en función del error que esté dispuesto a aceptar cometer.

Hasta aquí se han enunciados los conceptos en forma literal y semántica, sin inmiscuir la semiótica. Se estaría, entonces, en condiciones de comenzar con el algoritmo de prueba y con la simbología que en él se emplea, pero enmascarada en el texto, dado que la semiótica también se asume como un posible obstáculo en el aprendizaje del tema.

*¿Cómo se realiza una Prueba de Hipótesis? ¿Cuál es el algoritmo?*

Recurrimos nuevamente al enunciado del problema, pero con el agregado de los resultados de los estadísticos obtenidos en la muestra que se asume es lo único que se tiene para evidenciar la situación real.

*“La lluvia ácida se forma cuando la humedad en el aire se combina con los óxidos de nitrógeno y el dióxido de azufre emitidos por fábricas, centrales eléctricas y vehículos que queman carbón o productos derivados del petróleo. En interacción con el vapor de agua, estos gases forman ácido sulfúrico y ácidos nítricos. Finalmente, estas sustancias químicas caen a la tierra acompañando a las precipitaciones, constituyendo la lluvia ácida.*

*En cierta región, a escasos metros de un río importante, se encuentra una industria metalúrgica de gran volumen, de la cual se sospecha que las grandes cantidades de gases que emite diariamente, podrían estar provocando precipitaciones ácidas (con pH igual a cinco –o menos- ya es considerada ácida) sobre el río afectando el agua.*

*Para estudiar la situación se decide buscar evidencias de lo que está pasando: para esto se recolecta lluvia, en 30 oportunidades que llueve en la zona (quedando conformada una muestra de tamaño 30).*

*Se calcula con los datos muestrales el valor promedio y el desvío obteniéndose lo siguiente:  $\bar{X} = 5,2$  y  $S = 0,3$ ”*

*Nuestra sospecha es que: **en promedio** la lluvia en la región es ácida (menor o igual a cinco). Es decir, sospechamos que determinado parámetro (la verdadera*

media poblacional ( $\mu$ ) tiene un determinado valor, entonces tenemos las siguientes hipótesis:

*Hipótesis primera: el verdadero promedio de pH en la zona es menor o igual a 5*

*Vs*

*Hipótesis alternativa: el verdadero promedio de pH en la zona es mayor a 5*

*Que empleando la simbología estadística se escribe así:*

$$H_0: \mu \leq 5$$

$$H_1: \mu > 5$$

Indicamos seleccionar el nivel de significancia de trabajo ( $\alpha$ ), referenciándolo como el tamaño del error tipo I que se va a aceptar, en función de decidir qué valor de frecuencia de ocurrencia del estadístico muestral se considerará como límite.

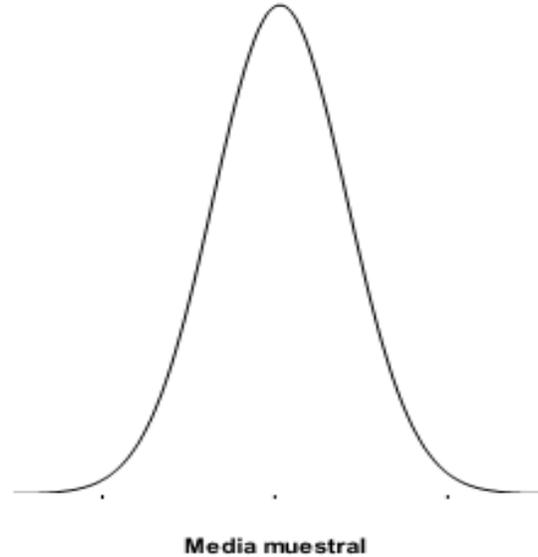
*Ahora decidimos, el valor de la frecuencia límite aceptada para un valor de media adjudicable al azar de lo obtenido en la muestra.*

*Esto es el porcentaje de veces mínima con la que debe ocurrir un valor de promedio muestral para que se acepte que es numéricamente distinto de cinco debido a la variabilidad del muestreo. A partir de esta decisión, valores de frecuencias más chicos, de ocurrencia del promedio muestral, implicarán decidir rechazar la hipótesis nula.*

*Decidimos, por ejemplo, que el nivel de significancia o el tamaño de error tipo I sea del 5%, esto es en símbolo:  $\alpha=0,05$ .*

*¿Qué estadísticos de prueba usamos y cómo lo calculamos?*

*Sabemos por el Teorema Central del Límite que si el tamaño muestral es mayor a 30, la variable promedio muestral tiene distribución Normal. Esto es:*



Considerando como destinatarios de la clase los alumnos, objetos de estudio de esta tesis (con los que no se profundiza en los cálculos de probabilidades para las distintas distribuciones que, por otra parte, implican una simbología estadística a aprender), es conveniente, a mi parecer, obviar la secuencia de pasos más comúnmente establecida para esta técnica y derivar directamente al Valor p, siguiendo, también un poco, la idea de Fisher. Que, por otra parte, es el valor que, actualmente, se presenta en los trabajos científicos y es el valor que informan las salidas de los programas computacionales de estadística.

*Con el promedio muestral obtenido (5,2) vamos a decidir si es más probable que este valor se deba a la variabilidad del estadístico en el muestreo o a que el pH es mayor que cinco. Para esto debemos calcular el porcentaje de veces con la que ocurriría el valor 5,2 (o uno superior a él) si el verdadero promedio fuese 5.*

Esta probabilidad será calculada, usando la tabla para la variable Z (normal, estándar) enseñándoseles a construir el estadístico de prueba y con el buscar el valor de la probabilidad deseada. El manejo de la tabla Z debería ser enseñado para el tema Estimación por intervalos de confianza.

Para esto construimos un estadístico de prueba  $Z_{\text{observado}}$  de la siguiente manera:

$$z_{\text{obs}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

Donde  $\mu_0$  es el valor propuesto para el parámetro en la hipótesis nula.

Con él entramos a la tabla Z para hallar la probabilidad deseada.

*¿Qué nos dice esta probabilidad o porcentaje calculado?*

Habiendo iniciado nuestra prueba diciendo que aceptaríamos que un valor numérico diferente de 5 sería adjudicable a la variabilidad del muestro pero correspondiente a la población con media 5, si su frecuencia de ocurrencia era superior al 5%. En este caso: 0,38 (38%) es mayor a 0,10 esto nos llevaría a tomar la decisión de considerar que, como el valor promedio muestral que nos toco es un valor frecuente de ocurrir si el verdadero promedio fuera 5, entonces en la zona en promedio las lluvias son ácidas.

Esto es, estaríamos aceptando la hipótesis nula, porque consideramos que el verdadero promedio es cinco, a pesar de que nuestra evidencia nos dio un promedio superior a este valor.

En esta instancia, cabría una pregunta que lleve a reflexionar sobre los errores y nos permita definir el Valor p y su significancia.

*¿Qué certeza nos brinda nuestra evidencia en la decisión de aceptar la hipótesis nula?*

La muestra, ya dijimos, es lo único de lo que disponemos como evidencia de lo que está pasando verdaderamente en la población. Si de ella obtuvimos un valor promedio de pH en las lluvias de 5,2, para el cual la probabilidad con la que

*ocurre ese valor o cualquier valor superior a él (en el sentido que se alejen del valor propuesto en la hipótesis nula) es de 0,38; esa probabilidad (o porcentaje de veces) es el Valor-p.*

*De un Valor p igual a 0,38 podemos pensar que el 38% de las veces ocurriría ese valor de media muestral si el parámetro poblacional fuera cinco. Es decir, ocurre más de diez veces de cada cien muestras y éste era el valor, que al inicio, decidimos como límite para aceptar o rechazar la hipótesis nula.*

Al obtener el porcentaje de veces con el que ocurre el valor de media muestral obtenido, bajo hipótesis nula, hacemos que el alumno calcule el Valor p y nos permite comparárselo con el nivel de significancia ( $\alpha$ ) y decidir si rechazar o no la hipótesis nula.

Esta presentación del tema Introducción a las Pruebas de Hipótesis, intenta darle sentido real al concepto, sin inmiscuir los aspectos formales de la Estadística teórica, con lo que no se cuentan para este alumnado.

A partir de la exposición dada, se concatenan problemas aplicados de igual complejidad, con variantes en la hipótesis alternativa, en el siguiente orden:

$$H_1: \mu < \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

(incorporando con este último planteo el concepto a dos colas)

## **CAPITULO 7**

---

### **METODOLOGÍA DE TRABAJO**

En este capítulo se expondrá todo lo relativo a la metodología empleada en función de resolver la hipótesis planteada en esta tesis, en la que se conjetura que la intensificación de la enseñanza de los conceptos *Población y Muestra* y de las nociones derivadas de ellos *Parámetros y Estimadores*, a través de trabajos que impliquen la participación activa del alumno y de la resolución de problemas reales, mejoran el aprendizaje significativo del tema Test de Hipótesis Estadístico.

#### **INTRODUCCIÓN**

La metodología empleada estuvo inspirada en la investigación realizada en 1992 por Angustias Vallecillo Jiménez sobre la comprensión de los conceptos implicados en el tema Contraste de hipótesis en estudiantes universitarios de Granada, por lo que algunas cuestiones y métodos siguieron la esencia de lo analizado y concluido por esta autora.

Considerando que los Test de Hipótesis y los conceptos previos necesarios para su comprensión están muy vinculados al mundo del alumno de las Ciencias Experimentales, proporcionan una oportunidad extraordinaria de enseñarlos en el entorno de la realidad, contribuyendo así con la posibilidad de acceder a los métodos didácticos mayormente aceptados por las teorías de aprendizaje. Que son aquellos que enfatizan el papel del alumno en la construcción del conocimiento. Esto es, dándole un lugar primordial a la participación responsable del alumno con actividades que lo estimulen desde una perspectiva vocacional, en

el sentido de ser planteadas, más bien, como proyectos introductorios en los caminos de la investigación. Que, para el caso de la enseñanza de la Estadística, permiten comprender la disciplina y apreciar la importancia del trabajo estadístico como medio resolutivo de los variados problemas de la vida real.

## **UNIVERSO**

El universo en estudio lo conforman los alumnos de la asignatura Introducción a la Bioestadística del Profesorado en Biología de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Autónoma de Entre Ríos.

## **POBLACIONES Y MUESTRAS**

Se tomaron dos cohortes, la del 2005 y la del 2006, cada una representa la muestra de cada una de las dos poblaciones que conformarán este estudio. Las observaciones hechas en la cohorte 2005 representarán la población de alumnos con la instrucción no experimental (grupo control) y las de la cohorte 2006 serán representativas de la instrucción propuesta en esta tesis (grupo experimental).

## **METODOLOGÍA**

El presente estudio es experimental y prospectivo. Se lo llevó a cabo con los alumnos del curso: Introducción a la Bioestadística del Profesorado en Biología de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Autónoma de Entre Ríos. Asignatura obligatoria del segundo cuatrimestre del segundo año de la carrera, con una carga horaria semanal de tres horas. Que tiene como requisito para su cursado, la regularización de las asignaturas Matemática e Informática.

En el año 2004 inicio las actividades como docente a cargo de la asignatura en cuestión, recibiendo el curso a finales del cuatrimestre con la planificación de cátedra estipulada, ajustada a los contenidos y tiempos exigidos por el plan de currícula de la institución.

Para el año 2005, y en pos de comenzar con este trabajo de investigación, se mantiene la estructura y diagramación de los contenidos estipulados en la planificación de la asignatura hasta el año 2004. Modificándose solamente la bibliografía de trabajo tanto para los contenidos teóricos como para la resolución de ejercicios prácticos propuesto (para todos los temas del programa). Decisión tomada, de manera tal que la cohorte (2005) se constituyera en el grupo control y la cohorte 2006 fuera la experimental para la cual se reestructura y reorganizan los contenidos, en cuanto a selección de los aspectos que de ellos se abordan, incorporación de los conceptos Población y Muestra como unidad temática, tiempo destinados a cada tema, diagramación de actividades prácticas específicas (no de libros) e implementación de la actividad para el alumno.

Los grupos de trabajo resultantes fueron:

Grupo “Control”: Cohorte 2005, con un total de 24 alumnos que finalizaron en tiempo y forma el cursado de la asignatura, obteniendo la calidad de alumno regular.

Grupo “Experimental”: Cohorte 2006, con un total de 22 alumnos que finalizaron en tiempo y forma el cursado de la asignatura, obteniendo la calidad de alumno regular.

### **Planificación de la asignatura para el Grupo Control**

La metodología de trabajo fue estructurada en clases teórico-prácticas. Respecto a la clase propiamente dicha (encuadradas siguiendo una modalidad constructivista), éstas se comenzaron con una presentación del tema a tratar, se expusieron en forma sencilla los conceptos introductorios. Luego, en forma coloquial, se trató de derivar a los significados de los conceptos fundamentales. Se utilizaron ejemplos aplicados y se realizaron actividades de resolución de problemas relacionados con el temario teórico. Todos los ejercicios y ejemplos fueron escogidos del material bibliográfico de elección para la planificación.

Los contenidos disciplinares propuesto para esta cohorte fueron los mínimos exigidos por la currícula del plan de carrera. Los cuales se detallan en forma general sin especificarse

analíticamente los subtemas. Estos son: Probabilidad, Variables aleatorias, Distribución de Probabilidad, Estadística descriptiva, Población y Muestra. Introducción a los Test de hipótesis.

Para la cohorte 2005 se planifica mantener los contenidos de las distintas unidades temáticas, según diagramación de tiempo y formas establecidas en la planificación del año 2004. Dejando para el grupo experimental los cambios que hipotéticamente influyen en la comprensión de la Estadística Inferencial, en especial el tema test de hipótesis.

Estructuración de los contenidos:

<b>Unidad</b>	<b>Contenidos</b>	<b>Horas</b>
<b>Probabilidad</b>	Espacio muestral. Eventos y sus Probabilidad. Teoremas elementales. Probabilidad condicional. Teorema de Bayes.	6
<b>Variables aleatorias. Distribución de probabilidad</b>	Concepto de variable aleatoria. Funciones de distribuciones de probabilidad. Esperanza de una variable aleatoria. Distribución Binomial. Cálculo de probabilidades. Distribución Normal. Área bajo la curva normal. Cálculo de probabilidades. Aplicaciones de la distribución normal.	9
<b>Manejo de datos</b>	Datos cualitativos y cuantitativos discretos y continuos. Distribuciones de frecuencias. Gráficos. Diagramas. Histogramas. Medidas de posición y de variabilidad.	6

<b>Distribución muestral</b>	Población y Muestra. Estadísticos más importantes: media, proporción y variancia. Teorema de límite central. Distribución muestral de la media de muestras grandes y chicas, de una proporción y de la variancia.	6
<b>Estimación</b>	Estimación puntual y por intervalos de confianza para una media de muestras grandes y chicas y para una proporción.	3
<b>Introducción a lo Test de Hipótesis estadísticos</b>	Conceptos generales, errores, significancia estadística. Pruebas de hipótesis paramétricas para una media de muestras grandes y chicas. Valor p.	3

La bibliografía estadística fue seleccionada bajo el criterio de que cumpla con:

a) ser aplicada a la Biología y b) que ofreciera todos los contenidos del programa con ejercicios propuestos para resolver vinculados al tema teórico. A saber:

- Pagano, M.; Gauvreau, K. 2001. Fundamentos de Bioestadística. 2da. Edición. Thomson Learning. Méjico.
- Ross, S.M. Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. 2001. 2da. Edición. Editorial Mc Graw Hill. Méjico.

### **Planificación de la asignatura para el Grupo Experimental**

La asignatura se planificó en función de los contenidos mínimos exigidos por la currícula del plan de carrera. Los mismos se reestructuraron en orden, profundidad y carga horaria con respecto al programa de la cohorte 2005, en función de atender los posibles

obstáculos epistemológicos y de la factibilidad horaria necesaria para implementar las actividades propuestas, que hipotéticamente, intervinieran para un mejor aprendizaje del tema Pruebas de Hipótesis.

Se incorporaron en las clases teóricas correspondiente a los temas: Población y Muestra y sus derivados: Parámetros y Estimadores problemas reales aplicados a la Biología. Se diseñó e implementa la actividad especial para los alumnos para los temas enunciados. No se sigue estrictamente una bibliografía de cabecera, ofreciéndosele al alumnado tres opciones bibliográficas de consulta teórica o ejemplificativa, de las cuales no se resuelven los ejercicios prácticos propuestos. Para cada unidad temática se ofreció una guía con ejercicios prácticos orientados, obtenidos de experiencias biológicas realizadas en otras cátedras.

Estructuración de los contenidos:

<b>Unidad</b>	<b>Contenidos</b>	<b>Horas</b>
<b>Probabilidad</b>	Experimento estadístico. Espacio muestral. Eventos. Probabilidad. Probabilidad Condicional.	6
<b>Variable aleatoria y funciones de probabilidad</b>	Concepto de variable aleatoria. Clasificación. Generalidades de una función de distribución de probabilidad. Distribución Normal. Concepto de área bajo la curva.	6

<b>Manejo de datos</b>	Datos cualitativos y cuantitativos discretos y continuos. Distribuciones de frecuencias. Gráficos. Diagramas. Histogramas. Medidas de posición y de variabilidad. Aplicaciones. Medidas resúmenes.	6
<b>De la muestra a la población</b>	Conceptos de Población y Muestra. Generalidades de los muestreos aleatorios. Conceptos de Parámetros y Estimadores. Distribución muestral de la media de muestras grandes (Teorema central del límite) y chicas con variancia desconocida (T- Student).	9
<b>Inferencia estadística</b>	Estimación puntual y por intervalos de confianza para la media poblacional con muestras grandes y chicas.	3
<b>Introducción a lo Test de Hipótesis estadísticos</b>	Conceptos generales, errores, significancia estadística. Pruebas de hipótesis paramétricas para una media de muestras grandes y chicas. Valor p.	3

La unidad 1 se desarrolló con la misma complejidad que para el grupo control. Con la salvedad que el teorema de Bayes no se lo enunció como tal sino que se lo analizó bajo el concepto de probabilidad condicional a través de tablas de doble entrada. Decisión tomada en función de eliminar conceptos encuadrados en teoremas matemáticos que pueden ser

enseñados de una manera más intuitiva y permitiendo obviar un poco la semiótica, relativamente compleja en este teorema.

La segunda unidad comprende el tema Funciones de distribuciones de probabilidad que, a pesar de ser esencialmente matemático, se entiende que no puede ser sorteado puesto que su significado es requerido a lo largo de toda la disciplina. Por tal motivo se lo incorpora; pero se lo desarrolla desde una perspectiva más conceptual del objeto. En forma general se describe la distribución Binomial y se realizan algunas aplicaciones. La distribución Normal se presenta bajo la idea de curva de Gauss (sin detalles de la expresión analítica de la función) y se trabaja el área en representatividad de la probabilidad de ocurrencia de los valores de la variable.

La tercera unidad se desarrolla sin variante, en cuanto a contenidos e intensidad de los mismos, respecto a la cohorte 2005.

Para la cuarta unidad se aumenta considerablemente la carga horaria, puesto que para ella se planifican las actividades especiales de desarrollo de problemas aplicados reales y para la participación del alumno.

La quinta unidad, se ajustó al hecho de haberse enseñado solamente la distribución muestral de la media de muestras grandes y chicas. El significado de la estimación por intervalos de confianza se enfocó desde una perspectiva de considerar en los intervalos los valores más probables de los estimadores, hasta un valor límite aceptado (confianza). Las expresiones resultantes para la confección de los intervalos de confianza para estimar la media poblacional no fueron derivadas formalmente todas, solo se lo hizo para muestras grandes.

Para la sexta unidad no se incrementa la carga horaria respecto del año anterior y en la clase se mantienen las metodologías de enseñanzas empleadas en el año anterior.

### Bibliografía propuesta al alumnado

Fue seleccionada bajo el criterio de que cumpla con:

- a) ser aplicada a la Biología
- b) con un nivel de complejidad matemático accesible al alumnado
- c) con ejemplos resueltos

A saber:

- Pagano, M.; Gauvreau K. (2001). Fundamentos de Bioestadística. 2a edición. Thomson Learning. Méjico.
- Milton, J.S. (2001). Estadística para Biología y Ciencias de la Salud. 3a edición. Mc Graw Hill. España.
- Ross, S.M. (2001). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. 2da. Edición. Mc Graw Hill. Méjico.

### Problemas

Para la enseñanza del tema Población y Muestra, se trabajó en clases con dos problemas reales relativos a poblaciones finitas. Los cuales se detallan a continuación:

I.- La población fue *Alumnos de la asignatura Introducción a la Bioestadística presentes en la clase*. El tamaño de esta población resultó ser 19. La variable aleatoria observada fue la altura. El parámetro Media Poblacional ( $\mu$ ) resultó ser 1,63. Cada alumno recibió un número (de una secuencia del 1 al 19), aleatoriamente se seleccionaron cinco muestras de ocho alumnos, a cada una se le calculó la media de la variable. A través de los distintos valores obtenidos en las medias muestrales se mostró la representatividad de la muestra y la diferencia numérica entre los estimadores y el valor del parámetro. Luego se tomaron cinco muestras de tamaño quince, para mostrar la mejora en la estimación del parámetro al aumentar el tamaño de la muestra.

II.- La población fue *Las abejas que habitaban una colmena recientemente establecida*. La variable observada fue la longitud del ala derecha (desde base frontal a extremo largo). Para este problema se representó la colmena con una bolsa y en ella se colocó la población completa con 320 papelitos, cada uno con un valor de la variable, los cuales fueron obtenidos por simulación de un modelo normal con media  $\mu$  y desvío poblacional de 7 y 0,1 mm, respectivamente.

Un alumno fue el encargado de calcular el parámetro  $\mu$  y cada uno de los 18 restantes seleccionó por turno (para esperar la reposición completa de la población) una muestra de tamaño 30 y calculó la media muestral. Se confeccionó un histograma de frecuencia con los valores de medias muestrales y se calcularon probabilidades de ocurrencia de diferentes valores. Se trabajó especialmente con la probabilidad de ocurrencia que tienen los valores extremos, haciendo hincapié en el valor del parámetro; para que, llegado el momento de enseñar el tema Test de Hipótesis, existiera ya la idea que sustenta el valor de significancia a elegir y su asociación con el error tipo I.

#### Actividad propuesta para el alumno, relativo a una población infinita

Esta actividad debió ajustarse a las posibilidades con las que se contaban para llevarla a cabo, tanto de factibilidad horaria, espacial, de recursos y cognitiva de la orientación biológica, puesto que no son alumnos avanzados en la carrera.

La misma consistió en que: cada alumno debía medir la altura de treinta niños de doce años; provenientes de una determinada población, cuyas especificaciones fueron realizadas por el docente (al respecto: se consideró como población a los niños con 12 años en el 2006, que asistieran a escuelas públicas céntricas dependiente de la UADER<sup>1</sup>). Con la muestra obtenida, cada uno calculó las medidas resúmenes (promedio y desvío).

---

<sup>1</sup> El alumno dispuso de las certificaciones correspondientes para acceder a las instituciones.

La intención de esto, fue comenzar a trabajar la idea de la variabilidad representativa que la muestra tiene de la población de la que proviene y a cuyos parámetros se va a hacer converger las medidas observadas en ella, mediante la Estimación Puntual y por Intervalos de Confianza.

Con los resultados de medias obtenidos por los alumnos en sus muestras se construyó, en clases, un histograma de frecuencias, con el objeto de mostrar la forma, aproximadamente, normal (campana de Gauss) que tiene el estimador *Media muestral* cuando proviene de muestras grandes (Por teorema central del límite) y para intentar clarificar el concepto de *Estimador* como variable aleatoria con distribuciones de probabilidad de ocurrencia de sus valores, asociadas. Comprender este hecho podría permitir reconocer, más adelante, de qué curva, para qué y porqué de ella, calcular el Valor p.

### Evaluación

Tanto para el Grupo Control como para el Grupo Experimental, el aprendizaje anual se evaluó con dos pruebas parciales. Diagramadas con problemas prácticos aplicados y con preguntas de interpretación de la situación.

El primer parcial de ambas cohortes comprendió los temas: Probabilidad, Manejo de datos, Variables aleatorias y distribuciones.

Los respectivos *Primer Parcial* para los dos grupos se compusieron de cuatro ejercicios aplicados, encuadrados bajo la modalidad y alcance de lo enseñado según el programa y la diagramación correspondiente a cada uno.

La segunda instancia evaluatoria, *Segundo Parcial*, comprende los temas relativos a la Estadística Inferencial. Para esta se disponen cuatro problemas aplicados en conexión con el programa. El último ejercicio corresponde al tema Prueba de Hipótesis.

## **Metodología para el análisis de este estudio**

El último ejercicio del segundo parcial es el propuesto para evaluar el impacto de las distintas metodologías didáctica, empleadas en las dos cohortes que componen este estudio, en el aprendizaje significativo de los conceptos involucrados en los Test de Hipótesis.

Se propone para ambas cohortes exactamente el mismo problema. Cuidando de que no se filtre su contenido de año a año.

El mismo contempló los siguientes aspectos:

- Que la aplicación específica a la Biología fuera del haber cognitivo del alumno, para que se entienda perfectamente el contexto real de la investigación y que el no saber científico constituya un obstáculo para la resolución del problema.
- Que la población en estudio sea infinita; para evitar que la síntesis del problema real enunciado como ejercicio interfiera, por sí, en el dilucidar de los conceptos Muestra y Población.
- Que el parámetro a testear sea la media poblacional. Para que se ajuste a los contenidos previos de ambas cohortes.
- Que el valor del parámetro propuesto para la hipótesis nula sea un valor estipulado bajo un concepto disciplinar. Para evitar un posible obstáculo, según lo tratado con anterioridad.
- Que la muestra sea grande, para que el estadístico de prueba tenga distribución normal y se ajuste a los contenidos previos de ambas cohortes.
- Que los resultados analíticos de la prueba impliquen una conclusión no esperada por el alumno. Esto es para instar a la reflexión en varios sentidos: por un lado, para

evitar la especulación por la obviedad científico disciplinar, por otro, para que lo inesperado promueva el sentido común de revisar el planteo y cálculos y por último está contenida la intención de evidenciar lo errante de la conclusión.

### **Ejercicio propuesto**

*Se está investigando si la Cipermetrina (en la concentración usada en los pesticidas empleados en la región) tiene efecto genotóxico en los Sábalo. Este efecto se va a medir con el “Índice de daño de ADN en eritrocitos” (mas alto es el índice, más daño hay). A tal efecto se exponen 36 sábalo (al momento de nacer) a la acción del pesticida (en un criadero bajo condiciones controladas y similares a la situación natural) y al cabo de una semana, se les determina el Índice de Daño de ADN.*

*a) En este estudio, ¿se trabaja con la Población o con una Muestra? Justifique su respuesta en función de identificar como se constituye cada término.*

Esta pregunta se efectúa con el objeto de evidenciar si se han comprendido significativamente los conceptos de Muestra y Población. En tal sentido se buscó corroborar la capacidad de identificación de los términos en la situación aplicada y, en particular, si el alumno logró visualizar la Población como cuestión abstracta de la estadística.

Las respuestas correctas son:

- Muestra
- La Población es: todas las medidas observables en todos los ejemplares de la especie Sábalo (nombre vulgar) expuestos al pesticida. Población infinita por lo que sólo se puede estudiar una muestra, como es el caso problema, en la que se cuentan con 40 unidades.

Continuación del problema:

*Es sabido que el índice de daño de ADN aceptable para que no se altere la duplicación del ADN no debe ser superior a 160. Es decir es aceptable hasta 160.*

*b) ¿Qué valor promedio de índice de daño esperaría obtener en su conjunto de datos, si el pesticida fuera genotóxico?*

Esta pregunta pone de manifiesto si se ha comprendido el hecho posible de obtener un valor numérico superior a lo permitido sin ser este determinante para concluir a favor de la hipótesis alternativa. Es decir permite dilucidar si se entiende la variabilidad y la frecuencia de ocurrencia asociada a los valores posibles de los estimadores y su relación con el error máximo tipo I admisible ( $\alpha$ ) para la decisión consecuente.

La respuesta correcta es:

Valor medio de Índice de daño de ADN superior al valor límite superior aceptado en función de la significancia de trabajo, que contempla la variabilidad de la media muestral.

---

Continuación del problema:

*c) ¿Sería posible obtener un valor de promedio de 162 sin que sea verdaderamente genotóxico el pesticida? Justifique con palabras lo anterior.*

Esta pregunta complementa la anterior, en el sentido de dar indicios de la posibilidad de obtener un valor así sin que necesariamente determine la genotoxicidad, permitiendo reflexionar tanto para esta respuesta particular como para la respuesta anterior (si la misma se contestó irreflexivamente).

También estaría evidenciando la aplicación de la psicología de pensamiento empleada en este aspecto de las Pruebas de hipótesis. Puesto que en esta instancia surge la necesidad de decidir si la muestra está dando evidencias suficiente para pensar a favor de una u otra alternativa.

Estas dos opciones implican pensar si la probabilidad del valor numérico de media obtenido apoya o lleva a decirse que está a favor de una u otra hipótesis.

La respuesta correcta es:

En palabras del alumno, se consideran válidas respuestas justificadas en términos de la variabilidad muestral del estimador.

---

Continuación del problema:

*d) ¿Podría considerarse que el pesticida es, verdaderamente, genotóxico?*

*Responda lo anterior justificándolo mediante la aplicación de una Prueba de hipótesis. Use un nivel de significancia de 0,05; considere un  $n=36$  y que el promedio obtenido de los datos es 164 y el desvío estándar 18.*

La respuesta a esta pregunta implica que el alumno realice el planteo y los cálculos analíticos que conforman la metodología de los Test de Hipótesis. Si bien, la técnica en sí es un procedimiento relativamente mecanizado y factible de ser aprendido por repetición, el hecho de haberse formulado una pregunta en palabras propias del problema real y no como consigna directa obliga al alumno a transferir la esencia abstracta del objeto de aprendizaje a la situación aplicada; teniendo que plantear las hipótesis en concordancia con los objetivos de la investigación científica (demostrar si el pesticida, probablemente, es o no el responsable de la genotoxicidad) y hacer uso de la técnica, como herramienta resolutoria y justificativa de la conclusión a la que arriba.

La respuesta correcta es:

No. No hay evidencia suficiente para afirmar que el pesticida produzca en la población un Índice de daño de ADN superior al valor límite admitido de 160.

Justificación mediante la realización práctica de una Prueba de hipótesis:

$$H_0: \mu \leq 160$$

$$H_1: \mu > 160$$

(Se considera bien, también, el planteo al revés de las hipótesis y se analiza la conclusión en consecuencia de lo planteado)

$$\text{Estadístico de prueba: } Z = \frac{\bar{X}_{obs} - \mu_0}{\frac{s_{obs}}{\sqrt{n}}} = \frac{164 - 160}{\frac{18}{\sqrt{36}}} = 1,33$$

Cálculo del Valor p, con tabla. Si éste resulta menor a 0,05 se rechazará la hipótesis nula, de lo contrario se aceptará.

$$\text{Valor p} = P(Z \geq Z_{obs}) = P(Z > 1,33) = 0,0918$$

Conclusión técnica: se acepta  $H_0$

---

Continuación del problema:

e) *Comente sobre el tamaño del error tipo I que cometería, si con la evidencia que tiene contradice la conclusión a la que arribó mediante el test.*

Esta consigna permite evaluar la comprensión de la significancia real de la evidencia que aporta la muestra a favor de una u otra hipótesis. Tiene estrecha vinculación con la interpretación del concepto Valor  $p$ , pero en término de error y de frecuencia de ocurrencia del valor de media muestral obtenido, relacionándose así con la decisión de aceptar que, en función de lo obtenido conviene pensar que en la población ocurre tal o cual cosa.

La respuesta correcta es:

Si se rechazará la hipótesis nula, habiendo obtenido una evidencia muestral significativa a favor de ella de un 9%, se estaría cometiendo un error de tipo 1 con ese tamaño (9%).

---

Continuación del problema:

*f) ¿Qué entiende por Valor  $p$ ? Explíquelo con sus palabras en términos del problema.*

El significado de este concepto puede ser tan abstracto como concreto según se lo entienda verdaderamente o no. En él están en juego el comprender la variabilidad que tienen los estimadores entre una muestra y otra, pudiendo dilucidar con qué frecuencia ocurriría este valor si en la población el valor del parámetro fuese supuestamente el planteado en la hipótesis nula, el considerar la muestra como evidencia representativa de lo que ocurre en la población y el interpretar las dos opciones de pensamientos que llevan a estar a favor de una o de la otra hipótesis.

Las respuestas correctas son:

- *Es la probabilidad de obtener una media tan o más extrema que la media observada en la muestra bajo el supuesto de que la hipótesis nula es cierta. (Pagano, 2001). 234)*

- Estaría indicando la probabilidad con la que ocurriría un valor medio de Índice de daño de 164 o más, si la población en estudio tuviera como valor verdadero de parámetro al 160
  - El 9% de las veces que se tome una muestra de tamaño 30 de esa población se obtendrá un valor mayor o igual a 164, si el valor del parámetro poblacional fuera 160.
- 

Continuación del problema:

*g) Los valores 164 y 18 (enunciados en el ítem d), ¿son valores de parámetros o de estimadores? Indique, según su respuesta, a que parámetros o estimadores corresponden respectivamente.*

Esta pregunta, tal vez podría verse como redundante, sin embargo complementa a la primera pregunta, en cuanto a lo relativo a Muestra y Población. Con ella se busca reflexionar en acerca de la verdadera comprensión del tema, por parte del alumno, permitiendo establecer si hubo especulación, mecanización o sistematización de los aspectos resolutivos o si verdaderamente se comprenden los conceptos más elementales y esenciales de esta pruebas estadísticas.

Las respuestas correctas son:

- Estos valores corresponden a estadísticos muestrales.
- El valor 164 es la media muestral y el 18 es el valor obtenido en el cálculo del desvío estándar muestral.

<p><u>Nota:</u> En la evaluación de todas las respuestas se contemplan los diferentes giros gramaticales, expresivos y semánticos propios de la expresión escrita individual.</p>
---

## RESULTADOS

En la Tabla 2 se detallan las generalidades obtenidas en cada respuesta o resolución planteada para las consignas del ejercicio presentado en sendos parciales, por cohorte.

Tabla 2. Síntesis de los porcentajes de respuestas correctas obtenidas en las cohortes de estudio.

<b>Preguntas</b>	<b>Respuesta</b>	<b>Cohorte 2005 (Grupo Control)</b>	<b>2006 (Grupo Experimental)</b>
<i>a) En este estudio, ¿se trabaja con la Población o con una Muestra? Justifique su respuesta en función de identificar como se constituye cada término.</i>	Solo respondieron <b>Muestra</b> , sin ningún tipo de aclaración ni comentario como se pedía	82% **	44% **
	Identificación correcta de <b>Muestra y Población</b> sin justificación	8% **	21% **
	Identificación y justificación correcta de <b>Muestra</b> y semi correcta la de <b>Población</b> (por falta de aclaración de sábalos expuestos)	2% *	26% *
	No contestó	8%	9%
<i>b) ¿Qué valor promedio de índice de daño</i>	Solo respondieron un valor superior a 160, sin más detalles	84%	70%

<b><i>esperaría obtener en el conjunto de datos, si el pesticida fuera genotóxico en la población?</i></b>	Respondieron un valor por arriba del valor límite aceptado adjudicable a la variabilidad propia de los estadísticos	4% *	14% *
	Intentaron una resolución analítica para indicar cuál sería el valor límite de media, por encima de 160, que igualmente llevaría a concluir que el pesticida no es genotóxico	4% **	13% **
	No contestó	8%	3%
<b><i>c) ¿Sería posible obtener un valor de promedio de 162 sin que sea verdaderamente genotóxico el pesticida? Justifique con palabras lo anterior</i></b>	Respondieron <i>No</i> sin justificación	58%	40%
	Respondieron <i>Si</i> sin justificación	3% **	10% **
	Respondieron <i>Si</i> o <i>Puede ser</i> intentando una justificación analítica en términos del valor crítico aceptado para la variabilidad del estimador, no del todo correcta.	5% **	15% **
	Respondieron en función de remitirse a lo contestado en el ítem anterior.	29%	27%
	No contestó	5%	8%

<b>d) ¿Podría considerarse que el pesticida es, verdaderamente, genotóxico?</b>	Respondieron <i>Si</i> , sin justificar mediante la realización de la prueba estadística.	33% **	12% **
	Realizaron correctamente la prueba de hipótesis y respondieron en términos de aceptación o rechazo de la hipótesis nula.	14% **	42% **
	Realizaron correctamente la prueba de hipótesis y respondieron en términos del problema.	9% *	30% *
	Realizaron (numéricamente) mal la prueba de hipótesis o concluyeron mal a raíz de ésta.	11%	9%
	No contestaron o formularon incoherencias	33% *	7% *
<b>e) Comente sobre el tamaño del error tipo I que cometería, si con la evidencia que tiene contradice la conclusión a la que arribó</b>	Confundieron el tamaño de este error con el del error máximo admisible tipo I aceptado para la conclusión ( $\alpha$ ).	11%	14%
	Contestaron incoherencias	25%	19%
	Contestaron correctamente	2% *	8% *
	No contestó	62%	59%

<p><b>f) ¿Qué entiende por valor p? Explíquelo con sus palabras</b></p>	Contestaron con la definición que plantea la bibliografía usada para el tema.	11%	24%
	Contestaron bien la pregunta, con sus palabras.	8% **	26% **
	Intentaron una respuesta no del todo correcta, por no contemplar la probabilidad condicionada que involucra el término.	3% *	13% *
	Contestaron incoherencias	8% **	19% **
	No contestaron	70% *	18% *
<p><b>g) Los valores 164 y 18 (enunciados en el ítem d), ¿son valores de parámetros o de estimadores? Indique, según su respuesta, a que parámetros o estimadores corresponden respectivamente.</b></p>	Identificaron al valor 164 como promedio y al 18 como el desvío estándar, sin aclarar que son medidas provenientes de una muestra o se trataban de estimadores.	61%	38%
	Contestaron correctamente, aclarando que se trataban de estimadores puntuales.	18% **	50% **
	No contestaron	1%	1%
	Contestaron mal	20%	11%

A estos resultados cuantitativos se les realizan las pruebas estadísticas para evidenciar si existen o no diferencias entre las proporciones de alumnos que contestan de una u otra manera, entre las diferentes cohortes. Obteniéndose evidencias significativas de no igualdad al 5% de significancia en lo marcado con \* y al 10% de significancia en lo marcado con \*\*.

El análisis cuantitativo efectuado permitió detectar algunas diferencias importantes, las cuales ameritan ser analizadas desde una perspectiva cualitativa como se describe en el siguiente apartado.

## ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

- Respecto a los resultados obtenidos en la pregunta a):

El indicar estar trabajando con una *Muestra*, sin hacer ningún tipo de justificación al respecto, está más asociado a la intuición o a la especulación que al conocimiento mismo, dada la naturaleza del problema. El hecho de que sea casi el doble la cantidad de alumnos que respondieron de esta forma en la cohorte 2005, más allá de la diferencia estadística encontrada, lleva a pensar que hubo falta de interpretación y maduración del concepto; aunque éste fuera reconocido.

En el grupo experimental se observaron respuestas, en general, más elaboradas al querer definir lo que sería la muestra y la población en cuestión. Aunque no se esperaba, en ellos, ese porcentaje alto de alumnos que no especificó *sábalos expuestos* y solos dijo *sábalos*. En este sentido es imposible dilucidar si fue omisión por obviaedad, por falta de concentración en el ejercicio o por desconocimiento verdadero de su significado. Aunque, el reconocer que se trata de una *población infinita*, da indicios esperanzadores de comprensión.

La igualdad de proporción observada entre ambos grupos en torno a no contestar daría indicios de la existencia del, aparentemente inevitable, grupo de alumnos que se presentan en las instancias evaluatorias sin un estudio acabado del tema. Atribuible, tal vez, a una actitud desinteresada -la cual ya ha sido observada en diferentes alumnos con orientaciones no matemáticas de sus carreras (Walz, 2006; Arralde 2005).

- Respecto a los resultados obtenidos en la pregunta b):

Las diferentes proporciones obtenidas entre las dos cohortes, al responder que se espera un valor superior a 160 sin otra aclaración, no son significativas al 10%. Esto podría estar evidenciando que se entiende la representatividad que tiene la muestra (en cuanto a lo que de ella se espera obtener al suponerse que ocurre una u otra cosa en la población) pero podría suponerse que no se ha logrado la comprensión genuina de que un valor ligeramente superior a 160 podría deberse a la variabilidad del estimador y que estadísticamente podría ser igual es 160. Aunque, en este sentido, la situación específica de contaminación ambiental podría estar induciendo desde otro ángulo a tal respuesta, prevaleciendo al pensamiento estadístico el pensamiento científico disciplinar. Lo cual se deduce al observar el alto porcentaje, en el grupo experimental, que o bien contestó correctamente o intentó una demostración para justificar esta posibilidad.

- Respecto a los resultados obtenidos en la pregunta c):

Aparentemente, un porcentaje relativamente importante de alumnos, comprendió la idea abstracta contenida en el hecho de aceptar que un valor sea numéricamente distinto a otro, pero estadísticamente puedan ser considerados iguales ( $\mu=160$  y  $\bar{X}=162$ ), como se dijera en el ítem anterior. En términos de obstáculos epistemológicos, la variabilidad de los estimadores concebida como la responsable de hacer asumir esta igualdad, podría pensarse como relativamente sorteada en el grupo experimental a raíz de la propuesta presentada en esta tesis; sin embargo, es pertinente aceptar que este concepto debería ser trabajado más en profundidad.

- Respecto a los resultados obtenidos en la pregunta d):

En cuanto a la aplicación del algoritmo técnico propio de las pruebas de hipótesis no se aprecian mejoras sustanciales. Sí es notoria la reflexión en las respuestas, en el sentido de remitirse a contestar lo que se le ha preguntado en términos del problema real y no limitarse a una conclusión meramente analítica bajo el estereotipo de la técnica: *Se acepta  $H_0$  o no se rechaza  $H_0$* . Muchos de estos alumnos especificaron,

también, que la evidencia muestral estaba a favor de la hipótesis alternativa, aclarando que el valor de media muestral obtenido permitía pensar que era más probable que se deba a que la población tenga un valor de parámetro más alto que el propuesto en el test. Este pensamiento está estrictamente vinculado al razonamiento que se requiere para aceptar una u otra conjetura involucrada en el concepto Prueba de hipótesis, evidenciando esto una mejor comprensión del objeto.

- Respecto a los resultados obtenidos en la pregunta e):

Esta pregunta no resultó ser muy clara. Lo cual fue detectado, inmediatamente, después de haber sido efectuada a la primera cohorte. Pero, para no favorecer a la cohorte experimental (en disponibilidad de tiempo para resolver el ejercicio), también, se la efectuó a este grupo. Prácticamente, no se detectaron diferencias en las respuestas dadas por ambas cohortes. Se presume que esto se debió a la no interpretación correcta de lo que se preguntaba. Sin embargo no se descarta la posibilidad de que el significado del concepto no haya sido del todo comprendido, por lo que se lo considera aún un obstáculo a analizar a futuro, con estrategias a diagramar.

- Respecto a los resultados obtenidos en la pregunta f):

Los resultados obtenidos en esta pregunta fueron los más alentadores en cuanto a pensar que lo hipotéticamente planteado en esta tesis es de considerar que ocurre. La comprensión del significado del Valor p implica concretizar toda lo abstracto existente en el tema Prueba de hipótesis. Es decir, aúna los conceptos representatividad y evidencia muestral y permite arribar a una conclusión, aplicando la psicología del pensamiento implicada en la decisión de aceptar o rechazar la hipótesis nula. En tal sentido se piensa que haber reforzado este concepto, tanto en la teoría como en las conclusiones obtenidas de la resolución de los ejercicios prácticos ha permitido mejorar este conocimiento.

- Respecto a los resultados obtenidos en la pregunta g):

Son claras las diferencias obtenidas entre las respuestas de ambas cohorte. Mostrando el grupo experimental mejor comprensión de los términos Parámetros y Estimadores. Y si estos conceptos constituyen un obstáculo epistemológico para el tema Prueba de Hipótesis, puede pensarse que el trabajo áulico de los mismos como se propuso en esta tesis, salvarían las dificultades que pudieran ocasionar.

## CAPITULO 8

---

### **CUMPLIMIENTO DE OBJETIVOS PLANTEADOS**

En esta tesis, a demás de desarrollar un estudio en función de una hipótesis, se plantearon, también, algunos objetivos de interés para la tesista; a los cuales se pretende arribar en este capítulo.

En rigor, estos son:

(se los transcriben a modo de recordatorio inmediato)

- Conocer la *Actitud hacia la Estadística* que generó en ambas cohortes la metodología de enseñanza empleada.
- Planificar curricularmente la asignatura *Introducción a la Bioestadística* especialmente adaptada para los alumnos del Profesorado en Biología de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Autónoma de Entre Ríos.

Dada que el marco teórico concerniente a tales objetivos no ha sido abordado con anterioridad en esta tesis, se propone para este capítulo un tratamiento previo y sintético de la teoría que los sustenta y luego se efectúa la presentación de la metodología y planteamiento de actividades realizadas en pos de las metas.

## ACTITUDES

En su intento por comprender y explicar el comportamiento humano, la Psicología social utiliza el concepto de *constructos hipotéticos* para definir una actitud. Un constructo hipotético es un proceso o entidad que se supone que existe aun cuando no es observable o medible. Newcomb (1981), define el término de la siguiente manera:

*“La actitud de un individuo frente a algo es su predisposición a ejecutar, percibir, pensar y sentir en relación con ello.”*

Aunque no haya unanimidad, respecto a la definición, se propone para este trabajo emplear la más ampliamente aceptada, que es considerar a las actitudes como tendencias o *disposiciones adquiridas*, relativamente duraderas, para evaluar de un modo determinado un objeto, persona, suceso o situación y a actuar en forma concordante con dicha evaluación.

Las actitudes poseen tres componentes básicos y definitorios que se interrelacionan. Éstos son:

1. Componente cognitivo (conocimientos y creencias).
2. Componente afectivo (sentimientos y preferencias).
3. Componente conductual (acciones manifiestas y declaraciones de intenciones).

Así, las actitudes se generan y dirigen a un objeto. La valoración de ese objeto depende de su contenido (componente cognitivo), de las relaciones afectivas y emocionales que existan en el individuo hacia ese objeto (componente afectivo) y de su influencia en el individuo, es decir del poder de dicho objeto para suscitar una disponibilidad para llevar a cabo una serie de acciones concretas (componente conductual).

Algunos supuestos básicos que podrían considerarse en relación con las actitudes son, por ejemplo, que las actitudes son experiencias subjetivas internalizadas, es decir son formuladas como una propiedad personal e individual, por más que su génesis se deba a

factores sociales; son experiencias de una cosa, objeto, situación o persona que implican juicios evaluativos de éstos; se pueden expresar mediante el lenguaje verbal o no verbal; se transmiten; son predecibles en relación con la conducta.

Estableciéndose las siguientes diferencias entre actitudes y valores:

- Los *valores* incluyen la creencia según la cual el objeto, sobre el que se focaliza el valor, es deseable con independencia de la propia posición de la persona. Los valores son, por tanto, más centrales y estables que las actitudes.
- Las *actitudes* se distinguen de las *cogniciones* o *creencias* por la presencia del *afecto* en la persona a la que aquéllas se refieren.
- Las actitudes se diferencian de las *habilidades*, *capacidades* o *inteligencia* no sólo por la presencia de un componente afectivo, sino también porque la mera presencia del objeto de la actitud es suficiente para desencadenar la respuesta preparada, la cual no requeriría una motivación adicional.

Y la capacidad de una persona para dar cuenta de sus acciones marca la frontera entre actitudes y hábitos. Mientras que la diferencia que se puede establecer entre actitudes y motivos lo expresa Newcomb (1981) de la siguiente manera:

*“Una actitud es semejante a un motivo, por cuanto se refiere a la dirección de la conducta y no a la conducta en si misma. Es diferente de un motivo en dos aspectos: primero no se caracteriza por un estado existente de tendencia, como ocurre con un motivo, sino que solo se refiere a la probabilidad de que un tipo dado de motivo pueda suscitarse.”*

Las actitudes, por sí, tienen funciones psicológicas de naturaleza motivacional. Estas serían:

- Función defensiva: actúan como mecanismo de defensa fundada en la racionalización y la proyección.
- Función adaptativa: ayudan a alcanzar objetivos deseados.
- Función expresiva de los valores: expresión de actitudes que reflejan los valores más relevantes sobre el mundo y sobre sí mismos. Ayudan a confirmar socialmente la autoestima y la de sus valores.
- Función cognoscitiva: representan un modo de ordenar, clarificar y dar estabilidad al mundo en el que vivimos.

Es, por lo tanto, en cada situación de aprendizaje y enseñanza donde se ubica el núcleo a partir del cual tendrán lugar los procesos de formación y cambio de actitudes.

### **Antecedentes respecto a “Actitudes hacia la Estadística”**

El concepto de actitudes hacia la Estadística es pluridimensional y jerárquico, con dimensiones diferenciables. Diferentes autores (Auzmendi, 1992; Gil Flores, 1999; Gómez Chacón, 2000) sostienen que las actitudes hacia la Estadística, también, tienen los componentes básicos mencionados con anterioridad, estos son: el cognitivo, el afectivo o emocional, el conductual o tendencial. En particular, Auzmendi (1992) considera las actitudes hacia la Estadística y hacia las Matemáticas como aspectos no directamente observables sino inferidos, compuestos por creencias, sentimientos y las predisposiciones comportamentales hacia el objeto al que se dirigen. Que, según Dutton (1968), surgen a temprana edad, varían con el paso del tiempo (Callahan, 1971) y son de moderada intensidad y con una componente cognitiva menor que los sentimientos o creencias (Gal y Garfield, 1997). Este último autor, las define como *...una suma de emociones y sentimientos que se experimentan durante el período de aprendizaje de la materia objeto de estudio.*

Respecto a investigaciones sobre actitudes hacia la Estadística, hay relativamente pocos antecedentes y la mayoría se centran en tratar de establecer una relación entre la actitud de los alumnos y su rendimiento académico y no fundamentalmente en analizar la estructura y factores que condicionan las actitudes.

Estrada Roca (2009) hace una reseña de las investigaciones relevantes con relación a las actitudes hacia la Estadística citando trabajos como el de Ruffel y col (1998), que realizan un estudio de Actitudes, que en general, su principal objetivo es facilitarle al profesor instrumentos para estudiar actitudes de los alumnos; Fernández (1995) presenta un programa para mejorar y estudiar las actitudes de profesores en formación matemática; Gil Flores (1999) realiza un estudio sobre actitudes hacia la Estadística evaluando diferencias por el sexo y la formación previa en alumnos de grado; Los trabajos de Gómez Chacón (2000), aunque no son específicos sobre Actitudes hacia la Estadística, son considerados por Estrada Roca como relevantes, porque manifiestan la influencia de lo afectivo en el aprendizaje de la Matemática, disciplina base de la Estadística pero no suficiente. Ottaviani (2002) declara que las investigaciones desde finales del siglo 20 hasta principio del siglo 21 han modificado su curso cambiando el interés central de los problemas de enseñanza-aprendizaje a las competencias de los estudiantes. Actualmente se piensa que es necesario que la Didáctica de la Estadística, como disciplina, debe prestar mayor atención al estudio de las actitudes porque descuidar este aspecto, es decir desconocer las fobias o amores, experiencias negativas o positivas, preconcepciones de los alumnos y también del educador lleva a menudo al fracaso. En este aspecto es muy importante tener presente que el público receptor de la enseñanza de la Estadística es muy variado.

Gal y Garfield (1997) aconsejan conocer las actitudes de los alumnos, antes, durante y después de completar su formación, pues actitudes negativas pueden influir en la atmósfera de la clase e interferir en el proceso enseñanza-aprendizaje. Por otra parte una visión positiva hacia la materia implicará una valoración de la misma como herramienta de trabajo personal y profesional.

## **Evaluación de la Actitud hacia la Estadística de las cohortes participantes**

### **Metodología**

Este aspecto se evaluó en una instancia especialmente programada para el segundo cuatrimestre del siguiente año de cursado de cada cohorte. En el horario de la docente Margarita Grippo, quién gentilmente accedió a ceder un espacio de tiempo de sus clases (tanto en el 2006 como en el 2007), distribuir, explicar y recolectar las encuestas entregadas a sus, entonces, alumnos; que ya habían cursado la asignatura *Introducción a la Bioestadística* (ya sea en el 2005 o en el 2006).

El instrumento de medida de las *Actitudes hacia la Estadística* se diseñó con formato de escala Lickert (Anexo 1). Con veinticuatro proposiciones declarativas totales, formuladas en positivo y en negativo, distribuidas equitativamente en tres dimensiones, atendiendo a las propuestas de Pliego y Blog (2005):

- Social-Científico: valoración de la Estadística como ciencia útil para resolver o informar sobre cuestiones de interés social.
- Disciplina-Carrera: ¿Cómo interpreta el alumno la inserción de la asignatura Estadística en la currícula de su carrera?
- Autoconcepto: ¿Qué confianza y seguridad en sí mismo tiene el alumno respecto a la resolución de problemas aplicados de Estadística?

Para cada proposición el alumno debió marcar algunas de las siguientes opciones:

TOTAL ACUERDO - ACUERDO PARCIAL – INDIFERENTE – DESACUERDO  
PARCIALMENTE – TOTALMENTE EN DESACUERDO

Cada una de estas respuestas tiene una ponderación, asignada respectivamente, del 5 al 1 si la proposición es afirmativa y del 1 al 5 si la proposición tiene formulación en negativo. Para cada encuesta se calcula el puntaje promedio. Con este valor se clasifica al encuestado de tener:

- Actitud Negativa:  $[1,00 < \text{promedio obtenido} < 2,33]$
- Actitud Indiferente:  $[2,34 < \text{promedio obtenido} < 3,67]$
- Actitud Positiva:  $[3,68 < \text{promedio obtenido} < 5,00]$

El instrumento fue validado, empleando el Coeficiente de Correlación de Spearman para determinar correlaciones entre el puntaje de la proposición y el puntaje total, así las proposiciones que presentaron un valor del estadístico inferior a 0,25 en ambas cohortes fueron eliminadas del cálculo del promedio.

## **Resultados**

### De la validación de la encuesta:

Solo la proposición 14 fue eliminada del conteo final de puntos (coeficiente de correlación 0,19 y 0,11). Se aclara que de la encuesta tomada a la cohorte 2005 no hubo otra proposición con coeficiente inferior al punto de corte de eliminación, sin embargo para la cohorte 2006 la proposición 15 arrojó un coeficiente de correlación de 0,22, el cual en la cohorte 2005 arrojó el valor de 0,28. De cualquier manera se siguió el criterio preestablecido de eliminación.

De las encuestas efectuadas:

En la cohorte 2005 pudieron ser encuestados 18 alumnos. De estos, 16 ya tenían aprobada la asignatura en cuestión.

En la cohorte 2006, completaron la encuesta 17 alumnos, de los cuales uno no había aprobado aún la materia.

Los valores de media obtenidos en cada grupo resultaron ser: 2,98 y 3,71 (en orden cronológico). Por lo que el primero muestra una “Actitud Grupal Indiferente”. Mientras que el segundo grupo, aparentemente, adquirió una actitud hacia la disciplina, más deseable por el docente.

Otros análisis realizados

Se calcularon los Coeficientes de Spearman para cada dimensión respecto a la suma total de puntos, para establecer el aporte de las mismas en la actitud positiva obtenida en el grupo experimental. De esto, la dimensión “Disciplina-Carrera” arroja un valor de 0,79, siendo este el más alto (Social: 0,68; Autoconcepto: 0,71).

## **PLANIFICACIÓN CURRICULAR DE LA ASIGNATURA *INTRODUCCIÓN A LA BIOESTADÍSTICA***

### **Currículum**

*El currículum es el conjunto de los supuestos de partida, de las metas que se desean lograr y los pasos que se dan para alcanzarlas; el conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes, etc. que se considera importante trabajar... Y por supuesto, la razón de cada una de esas opciones. (Zabalza, 2004).*

Siguiendo las ideas de Zabalza, las preguntas que no deberían faltar en el momento de planificar un currículum de una disciplina son: ¿Bajo qué fundamentación está inserta la disciplina a enseñar en determinada carrera? y ¿Para qué se quiere que “sirva”? ya que son la base de la selección y organización de los contenidos, de los métodos y de las prácticas.

Bajo este paradigma, una propuesta curricular debe surgir de la evaluación de las necesidades académicas, institucionales, sociales y profesionales; atendiendo a las expectativas del nivel o curso, a los deseos de los participantes (hipotetizando sobre lo que les vendría bien) y a las prácticas didácticas conjugadas con los contenidos disciplinares, que lleven a un proceso significativo de enseñanza-aprendizaje.

En conclusión, en la construcción de un currículum, se debe pensar a futuro prestando atención al presente y al contexto. Teniendo en cuenta las personas destinatarias, la institución, el tipo de formación que se les quiere facilitar, las finalidades a alcanzar y las disponibilidades, tanto horarias como utilitarias. Es por esto que, actualmente, se acepta que la elaboración de un currículum no sólo sigue un esquema racional para el planeamiento de sus diferentes aspectos sino también implica una metodología particular para su desarrollo y para relacionar los componentes entre sí. De esta manera su elaboración no será una arbitrariedad sino un procedimiento científico, en el que las decisiones sobre la selección del contenido y las experiencias del aprendizaje se adoptan sobre la base de criterios válidos que pueden fundarse en fuentes diversas.

Por otra parte, tal elaboración debe ser pensada con un carácter abierto, sin concebir -lo que se instale- como algo que anule todo lo anterior o, por el contrario, que sea definitivo. En este sentido, su construcción supone un análisis y una deliberación continua de lo que sucede en las aulas, de las prácticas concretas y de los resultados obtenidos.

### **Elementos a considerar en la elaboración del currículum**

1. El Entorno: situación en la que se inserta la asignatura en la carrera, perfil u orientación de la carrera, necesidades de aplicación de la disciplina,...
2. El Alumno: ¿Quién es el que recibirá las clases? ¿Cuál es su motivación para aprender los distintos contenidos? ¿Qué cosas de la asignatura le parecen interesantes?,...
3. La Institución: características, sello particular, clima y cultura organizacional e ideario educativo,...
4. Los objetivos: existen, básicamente, dos tipos de ellos, uno es el del proceso (aprendizajes esperados) y el otro el del producto. El primero se relaciona con las experiencias educativas que vivirán los alumnos y el aprendizaje que se logra a través de éstas; el segundo estará definido de manera tal que apunte al producto final de las experiencias educativas.

### **Estructura general del currículum**

La estructura de un currículum representa la definición y concreción de los principios de selección y clasificación del conocimiento, de la redistribución de sus jerarquías, de la secuencia y ritmo.

En la estructura del currículum, Taba (1974) establece considerar los siguientes aspectos:

1. Diagnóstico de necesidades. 2. Formulación de objetivos. 3. Selección de contenidos. 4.

Organización de contenidos. 5. Selección de actividades. 6. Organización de actividades. 7. Determinación de los que se va a evaluar y maneras y medios para hacerlo.

1. Diagnóstico de necesidades: toda planificación debe estar sentada en las necesidades tanto disciplinares como institucionales y vocacionales del alumno, entre otras. Es importante entonces evaluar estos aspectos antes de elaborar el currículum, de manera tal de contemplar actividades orientadas a satisfacerlas.
2. Formulación de objetivos: exige recapacitar sobre lo que se pretende lograr en cuestiones disciplinares en asociación con el perfil profesional y la formación educativa.
3. Selección de contenidos: implica determinar que contenidos disciplinares deben incluirse en la planificación y cuáles no. Así, pueden discriminarse diferentes tipos de contenidos: los obligatorios (básicos o mínimos) y los facultativos que corresponden a la decisión de los profesores (muchas veces, a consecuencia de las características del alumnado).
4. Organización de contenidos: esta puede ser fuerte (claramente aislados) o flexibles (con fronteras poco delineadas). La jerarquía la determina la ponderación de los contenidos, en función de su dominancia en el conjunto del diseño y del tiempo que se les asigne. La secuencia debe ajustarse a la lógica pedagógica conveniente según el grado de complejidad y en función de las necesidades de saberes previos.
5. Selección de actividades: las actividades planificadas deben ajustarse al modelo de enseñanza requerido para el aprendizaje significativo.
6. Organización de actividades: específicamente orientadas a contrarrestar la pasividad en el aprendizaje y la separación de éste de las necesidades y los intereses de los alumnos.

## **Currículum de Estadística en las Ciencia Experimentales**

Entre los fines de la educación estadística universitaria se puede mencionar el lograr que la Estadística sea una parte de la educación general de los futuros profesionales, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de trabajos científicos. Su estudio ayuda al desarrollo de un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva y permite interpretar diferentes conceptos de otras disciplinas, basados en fenómenos aleatorios (por ejemplo: probabilidad en genética).

Begg (citado por Batanero, 2001 en su libro *Didáctica de la Estadística*) al respecto señala que la Estadística es un medio para alcanzar las capacidades de comunicación, tratamiento de la información, resolución de problemas, trabajo cooperativo y en grupo.

Además, por sus muchas aplicaciones, es necesario un currículum de Estadística en las Ciencias Experimentales que contemple metodologías heurísticas y activas, enfatizando la experimentación y la resolución de problemas reales.

Ver Anexo 2.

## CAPITULO 9

---

### CONCLUSIONES GENERALES

En esta tesis se planteó como hipótesis que el aprendizaje significativo de las Pruebas de Hipótesis Estadística se mejora si se intensifica la enseñanza de los conceptos *Muestra y Población* y sus temas derivados *Parámetros y Estimadores*, mediante: reestructuración de los contenidos y redistribución de carga horaria y la incorporación de resolución de *Problema reales* (de interés para el alumno), bien contextualizados, simulaciones y de la realización de actividades especiales.

Los resultados obtenidos, tanto del análisis cuantitativo como cualitativo efectuado en la metodología evaluatoria empleada, llevan a concluir a favor de la hipótesis planteada; ya que los mismos dan evidencia de que el grupo experimental revela una mejor interpretación de los conceptos comprendidos en las pruebas de hipótesis. En este sentido, puede decirse que, aplicar metodologías de resolución de problemas reales que incentiven e involucren al alumno permite mejorar la comprensión real de los conceptos llevando a un aprendizaje significativo de los temas.

Más allá de lo concluido anteriormente, que satisface lo esperado, y en vista de creer que en cuestiones psicológicas del aprendizaje las conclusiones no son, o no deberían ser, cerradas ni tajantes, me permito agregar que no solo las estrategias pedagógicas propuestas son válidas para lograr el objetivo sino que, también, la intención de mejorar algo cuenta para obtener lo deseado.

En cuanto a la *Actitud de los alumnos hacia la Estadística*, observada en ambas cohortes (Grupo 2005: Indiferente=2,98 y Grupo 2006: Positiva=3,71), alienta a pensar que es de suma importancia mantener al alumnado involucrado con la disciplina Estadística pero dentro del contexto de los intereses de la orientación y perfil de su carrera. Buscando su participación dentro del marco de la búsqueda de respuestas y de la investigación, aguijoneando su capacidad de “poder dar solución” a lo que se cuestiona.

Por otra parte, el haberse reflejado en esta tesis que la dimensión “Disciplina-Carrera” arroja el valor más alto (0,79) de asociación con la *Actitud hacia la Estadística*, lleva a interpretar que sea cual sea esta actitud, la misma es debida a la disciplina, por sí, dentro de la carrera; lo que revela la importancia de acercarla al alumnado de la forma más aplicada posible, para que reconozca en ella su utilidad, como herramienta resolutiva y decisiva, en el entorno profesional. Atender este aspecto en la enseñanza de todos los temas estadísticos, como se expresara anteriormente, contribuye a generar las tan deseadas “Situaciones Didáctica” necesarias para lograr el aprendizaje significativo.

Haciendo una concatenación entre causa efecto, podría aceptarse que las modificaciones propuestas en el programa de contenidos, las estrategias didácticas incorporadas en la planificación de la asignatura y la voluntad del docente por enseñar para que se aprenda influirían positivamente en el desarrollo y aplicación de la psicología y filosofía contenidas en el pensamiento estadístico inferencial, con su consecuente comprensión significativa de los objetos que lo componen.

**ANEXO 1**  
**ENCUESTA**

A cada una de las siguientes afirmaciones colócale el número correspondiente a la opinión que más se asemeje a la tuya, según la siguiente tabla:

1	2	3	4	5
Totalmente en desacuerdo	No estoy de acuerdo	Indiferente	De acuerdo	Totalmente de acuerdo

1. No siempre se necesita de la Estadística para formarse una opinión o tomar decisiones.
2. La Estadística es puro verso
3. Ya que la Estadística no informa la verdad absoluta, no me fío de ella.
4. La Estadística es importante para nuestra formación profesional.
5. No me siento muy seguro resolviendo problemas de estadística.
6. Entiendo y me gusta leer cuestiones estadísticas que encuentro en diarios, revistas o noticias.
7. Generalmente entiendo los gráficos y tablas realizados para presentar los resultados de algún problema biológico real.
8. Sé que la estadística es una herramienta para analizar resultados de trabajos o investigaciones en muchas áreas.
9. No entiendo la teoría estadística y su relación con las aplicaciones.

10. La Estadística Aplicada me gusta porque contribuye con los desarrollos científicos.
11. No me entusiasma leer o buscar más información sobre los temas dados en los cursos de Estadística introductorios o básicos.
12. La asignatura Estadística, me resulta aislada del resto de las asignatura de la carrera, sin encontrarle mucha relación con ellas.
13. No me interesa la información estadística con la que suelen acompañar artículos de revistas o diarios, ni miro los gráficos.
14. Creo que podría analizar un conjunto de datos que obtuviera para hacer algún trabajo de investigación o formación.
15. Cuando se me presenta una situación biológica, no me doy cuenta de cómo se puede analizar estadísticamente la misma, principalmente si está vinculada a las pruebas de hipótesis.
16. Creo que entiendo bastante, los temas que vi en Estadística.
17. Existiendo tantos programas computacionales de estadística, deberíamos aprender a usar las diferentes técnicas y sus aplicaciones específicas en las distintas situaciones experimentales.
18. En los trabajos de investigación es fundamental la validación de los resultados experimentales a través de alguna Metodología Estadística, por eso la estudio.
19. Creo que, dada la importancia actual de las investigaciones científicas, la Estadística es necesaria para interpretar y complementar los resultados de las mismas.

20. Creo que entiendo bien lo que se está realizando al arribar a alguna conclusión con una prueba de hipótesis.
21. No me siento seguro de poder aplicar la Estadística para analizar bien los resultados obtenidos de una investigación.
22. Creo que todos deberían saber bastante de estadística
23. Me parece bien que en el secundario se dé Estadística, ya que esta disciplina es parte de la vida.
24. Creo que si yo tuviera que analizar estadísticamente los resultados de una investigación, llamaría a un estadístico.

## ANEXO 2

### PROPUESTA DE PLANIFICACIÓN

La unidad pedagógica a planificar es la asignatura: “Introducción a la Bioestadística” del Profesorado en Biología de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la UADER.

Para este caso particular, se desea que la misma contenga las unidades jerarquizadas pero interconectadas, regulando la práctica como un todo, que sea flexible (en el sentido de dar actividades que involucren la autonomía y actuación del estudiante), con espacios integrados a otras áreas de conocimiento y con ritmo preestablecido pero maleable dentro de las posibilidades académicas.

#### **Objetivos**

Los objetivos principales de la asignatura son:

- Que los alumnos consideren a la Estadística en las Ciencias experimentales, como una herramienta científica resolutoria y necesaria para la investigación.
- Que los alumnos comprendan los conceptos estadísticos de mayor aplicación en su campo profesional, los apliquen e interpreten correctamente.

Estos objetivos requieren que se le muestre y enseñe al alumno la utilidad práctica y aplicada de la Estadística en la Biología. Esto implica tener presente, en todo momento, la transportación de los conceptos a situaciones reales, tanto en los problemas prácticos como en las intervenciones dialécticas del docente en la clase.

Por su parte, el segundo objetivo exige seleccionar, diagramar, secuenciar e interconectar los conceptos indispensables y relevantes de la Estadística en el área biológica, lo que implica evaluar las competencias futuras y lo que éstas requieren como utilitario estadístico.

## **Contenidos**

La cuestión de los contenidos a seleccionar, tiene especial interés en el ámbito de los docentes de Estadística en carreras biológicas y es motivo de debate.

La propuesta que se hace para esta Planificación intenta reunir los elementos básicos indispensables para el uso general de la Estadística que puedan hacer los Profesores en Biología. Al respecto, estos podrían clasificarse, mínimamente, en dos tipos: una las disciplinares en áreas de investigaciones y la otra en su práctica docente al enseñar temas específicos de las Ciencias Biológicas que involucren interpretación de métodos estadísticos empleados en la presentación de resultados y conclusiones. En torno a esto, y tras una exploración de los contenidos de las asignaturas troncales de la carrera y de los trabajos de investigación que de ellas se derivan, surgen como candidatos seguros de selección, los temas vinculados con cuestiones inherentes a la estadística descriptiva tales como: manejo y presentación de datos, medidas resúmenes, proporciones, razones y tasas. Y de la Estadística inferencial lo relativo a “de la muestra a la población”: estimaciones y pruebas de hipótesis.

### Unidades propuestas:

1. Probabilidad
2. Variables. Índices. Manejo de datos.
3. Variable aleatoria Normal. Concepto y significado probabilístico de la curva.
4. De la muestra a la población. Inferencia estadística

La primera unidad “Probabilidad” pareciera estar aislada de las restantes, sin embargo se interconecta implícitamente con las otras, porque en ella subyace la esencia de la Estadística: *la probabilidad* que está directamente vinculada al pensamiento inductivo que se requiere incentivar en el alumno, para hacer buen uso y entendimiento de las conclusiones a las que arriba, cuando emplea técnicas estadísticas.

Las restantes unidades poseen una interconexión clara y evidente y son las que enmarcarán a los Problemas reales y a las actividades especiales de los alumnos.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### Trabajos publicados

- Bakan, D. (1996). The tests of significance in psychological research. *Psychological Bulletin*, 66: 423-437.
- Bernstein, B. (1989). Clasificación y enmarcación del conocimiento educativo. *Revista Colombiana de Educación*, 15: 45-71.
- Brousseau, G. (1980). L'échec et le contrat. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 41: 177-182.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistemologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2): 165-198.
- Callahan, W.J. (1971). Adolescent attitudes toward mathematics. *Mathematic Teacher*, 64: 751-755.
- D'Amore, B.; Fandiño Pinilla, M.I. (2001). Matemática de la cotidianidad. *Paradigma 1*, 59-72.
- Dutton, W. (1968). Measuring attitudes toward arithmetic. *The elementary School Journal*, 55: 24-31.
- Falk, R. (1986). Misconceptions of statistical significance. *Journal of Structural Learning*, 9: 83-96.
- Gil Flores, J. (1999). Actitudes hacia la estadística. Incidencias de las variables sexo y formación previa. *Revista Española de Pedagogía*, 21(4): 567-590.
- Godino J.D. (2002). Competencia y comprensión matemática: ¿qué son y cómo se consiguen? *Revista UNO*, 29: 9-19.
- Menon, R. (1993). Statistical significance testing should be discontinued in mathematics education research. *Mathematics Education Research Journal*, 5(1): 4-18.
- Peskun, P.H. (1987). Constructing symmetric test of hypotheses. *Teaching Statistics*, 9(1): 19-23.
- Ruffel, M.; Mason, J.; Allen, B. (1998). Studying attitude to Mathematics. *Educational Studies in Matemática*, 35: 1-18.

- Walz, M.F.; Arralde, Z.; Mamut, N. (2006). Actitud frente a la matemática de alumnos ingresantes a la Licenciatura en Nutrición. *Revista Aula Universitaria* (Universidad Nacional de Litoral Ediciones), 8: 65-67.
- Well, A.D.; Pollatsek, A.; Boyce S.J. (1990). Understanding the effects of the sample size on the variability of the means. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 47: 289-312.

### **Presentaciones en reuniones científicas**

- Alonso F. (1987). Aportaciones al debate sobre las matemáticas en los 90. Simposio de Valencia. Septiembre; Valencia: Mestral.
- Arralde, Z.; Walz, M.F.; Mamut, N. (2005). Circunstancias contextuales que influyen en la actitud de estudio comprensivo en los alumnos de la carrera Licenciatura en Nutrición. III Encuentro Bioquímico del Litoral y VI Jornadas de comunicaciones Técnico-Científicas. Agosto; Santa Fe, Argentina.
- Brewer, J.K. (1986). Behavioral statistics textbooks: source of myths and misconceptions? *Proceedings of the Second International Conference on Teaching Statistics*. Julio; Voorburg (The Netherlands: International Statistical Institute): R. Davidson and J. Swift (Editores). 127-131.
- Fernández, D. (1995). Analyzing four preservice teacher's knowledge and throught their biographical histories. *Proceedings of the Nineteenth International Conferences for the Psychology of Mathematics Education*. Julio; Recife (Universidad Federal de Pernambuco): Meira, L.; Carraher, D. (Editores). 2: 191-209.
- Ottaviani M.G. (2002). From the past to the future. *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics*. Julio; Ciudad del Cabo: IASE, CD Rom.
- Rubin, A.; Bruce, B.; Tenney, Y. (1991). Learning about sampling: Trouble at the core of statistics. *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics*. Julio; Voorburg (The Netherlands International Statistical Institute): R. Davidson and J. Swift (Editores). 1:314–319.

## **Tesis**

- Ortiz de Haro, J.J. (1996). Significados de los conceptos probabilísticos elementales en los textos de bachillerato. Memoria de Tercer Ciclo. Granada: Universidad de Granada (Departamento de Didáctica de la Matemática). 22.
- Rocha Silva Guzman, T. (2006). Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: una perspectiva ontosemiótica. Tesis Doctoral. Universidad de Santiago de Compostela, España.
- Vallecillos J., A. (1992). Nivel de significación en un contraste estadístico de hipótesis. Un estudio teórico-experimental de errores en estudiantes universitarios. Memoria de Tercer Ciclo. Granada: Universidad de Granada (Departamento de Didáctica de la Matemática).
- Velázquez, S. B. (2004). Bases psicológicas para la enseñanza eficaz: El aprendizaje significativo. Tesis Magistral. Universidad Nacional de Entre Ríos, Argentina. 19; 21-26; 56.

## **Libros o capítulos de libros**

- Ausubel, D.; Novak, J.; Hanesian, H. (1983, 1986). Psicología Educativa: Un punto de vista cognitivo. Méjico: Trillas (traducción al español del original Educational psychology: a cognitive view). 35; 36; 50; 135-173.
- Auzmendi, E. (1992). Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas medias y universitarias: característica y medición. Bilbao: Ediciones Mensajero. 17- 33.
- Bachelard, G. (2000). La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo. Méjico: Siglo XXI ediciones. 15; 16.
- Bigge, M.; Hunt, M.P. (1970). Bases psicológicas de la educación. México: Trillas. 324.
- Bruner, J. S. (1969). Hacia una teoría de la instrucción. Méjico: UTHEA. 47-92
- Canguilhem, G. 2009. Estudios de historia y de filosofía de las ciencias. Buenos Aires: Amorrortu. 21.
- Carrera, E. (2011). Epistemología y Probabilidad. Libro del CAPES/SPU (en trámite de formulación y prensa), Brasil.
- Claxton, G. (2000). Aprender, el reto del aprendizaje continuo. Barcelona: Paidós. 213.

- Cockroft, W.H. (1985). Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockroft. Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia (Editor).
- Coll, C.; Solé, I.; Onrubia, J. (1998). La psicología de la educación: una disciplina aplicada. En Psicología de la educación. Barcelona: Editorial de la Universitat Oberta de Catalunya (C. Coll eds.). Primera parte: 1-109; 21.
- Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique. Grénoble: La Pensée Sauvage Éditions. 61-62
- Dewey, J. (1933). How we think: a restatement of the relation of reflective thinking to the educative process. Boston : D. C. Heath.
- Estrada Roca, A. (2009). Las actitudes hacia la estadística en la formación de los profesores. España: Editorial Milenio (Colección: Educación).
- Gal I.; Garfield J.B. (1997). The assessment challenge in statistics education. En Monitoring attitudes and beliefs in statistics education. Voorburg: IOS Press (Gal y J.B. Garfield - Edits.). 43; 37-51.
- Gómez Chacón, I.M. (2000). Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático. Madrid: Narcea. 22.
- Hiebert, J.; Lefevre, P. (1987). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. London: LEA (J. Hiebert Editor). 123-141.
- Kahneman, D.L., Slovic, P.; Tversky, A. (1982). Judgment under uncertainty: Heuristics and biases. New York: Cambridge University Press. 31.
- Le Lionnais, F. (1976). Las grandes corrientes del pensamiento matemático. Buenos Aires: EUDEBA, S.E.M. 217.
- Lorenz, E.N. (2000). La esencia del caos. Madrid: DEBATE pensamiento, S.A (versión en castellano). 19.
- Milton, J.S. (2001). Estadística para Biología y Ciencias de la Salud. España: Mc Graw Hill. 197-242
- Newcomb T. (1981). Manual de Psicología Social. Buenos Aires: EUDEBA. 1(4): 136-235; 113; 148.
- Pagano, M.; Gauvreau, K. (2001). Fundamentos de Bioestadística. Méjico: Math. 232-257.
- Piaget, J.; Greco, P. (1978). Aprendizaje y conocimiento. Brasil: Greitas Bastos. 69.

- Postman, N.; Weingartner, Ch. (1975). La enseñanza como actividad crítica. Barcelona: Fontanella. 214.
- Pozo, J.I. (1996). Aprendices y maestros. La nueva cultura del aprendizaje. Madrid: Alianza Psicología Minor. 116.
- Rico, L. (1990). Teoría y Práctica en Educación Matemática. En Diseño curricular en Educación Matemática: una perspectiva cultural. Sevilla: S. Linares y V. Sánchez Editores. 17-62.
- Ross Sheldon, M. (2001). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. 2<sup>da</sup> edición. Méjico: Mc Graw-Hill. 81-115.
- Sadovsky, P. (1998). Pensar la Matemática en la Escuela. Buenos Aires: Aiqué. 42.
- Servien, P. (1975). Azar y matemáticas. Le Lionnais, F. (1976). Las grandes corrientes del pensamiento matemático. Buenos Aires: EUDEBA S.E.M. 228.
- Schoenfeld, A. (1985). Mathematical Problem Solving. New York: Academic Press. 15.
- Taba, H. (1974). Elaboración del currículum. En Introducción al planeamiento del currículo. Buenos Aires: Troquel. 1: 13-32.
- Vigotsky, L.S. (1986). Psicología y pedagogía En Aprendizaje y desarrollo intelectual en la edad escolar. España: Akal (Luria/Leontiev/Vigotsky eds.). 35-87.
- Walpole, R.E.; Myers R.H.; Myers S.L. (2007). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencia. México: Pearson. 145; 198-357.
- Zabalza, M.A. (2004). Diseño y desarrollo curricular. Madrid: Narcea. 14.

### **Material publicado en internet**

- Batanero, C.; Godino, J.D.; Green, D.R.; Holmes, P.; Vallecillos, A. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. International Journal of Mathematic Education in Science and Technology. 25 (4): 527-547.  
<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/erroresestadis.doc> (mayo, 2008).
- Batanero, C. (2000a) Controversies around the role of statistical tests in experimental research. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.  
<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/SFE.pdf> (mayo, 2008).

- Batanero, C. (2000b). Presente y Futuro de la Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.  
<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/BLAIX.htm> (noviembre, 2008).
- Batanero, C. (2001). Didáctica de la Estadística. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática.  
<http://www.ugr.es/~batanero/libros%20y%20tesis%20doctorales.htm> (agosto, 2009).
- Chadwick, C. (1986). El Uso de los Principios de Diseño de Enseñanza-Aprendizaje en la Preparación de Textos Escolares.  
<http://white.oit.org.pe/spanish/260ameri/oitreg/activid/proyectos/actrav/edob/material/pdf/archivo24.pdf> (marzo, 2008)
- Godino, J.D. (2003). Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque Ontológico-semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.  
<http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/monografiatfs.pdf> (diciembre, 2008).
- Vallecillos, A.; Batanero, C. (1992). Conceptos activados en el contraste de hipótesis estadísticas y su comprensión por estudiantes universitarios. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.  
<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/Recherches.pdf> (mayo, 2008).
- Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) de la OREALC/UNESCO (2005). XVII Reunión de coordinadores Nacionales. Buenos Aires. Matemática: Habilidades para la vida.  
[http://www.oei.es/evaluacioneducativa/habilidades\\_para\\_vida\\_evaluaciones\\_matematica\\_llce.pdf](http://www.oei.es/evaluacioneducativa/habilidades_para_vida_evaluaciones_matematica_llce.pdf) (diciembre, 2007).

### **Material Didáctico**

- Blog C.; Pliego O.H.; Rodriguez C.S. (2005). La construcción de un instrumento para la medición de actitudes. En el curso: La construcción de un instrumento de medición de actitudes. FBCB/UNL. Res C.D. n°: 521/03.

- Cajaraville Pegito, J.A. (2007). La teoría de las situaciones didácticas. En el curso: Educación Matemática. Teoría semiótico-antropológica. FBCB-UNL. Res C.D. n°: 346/07.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### Trabajos publicados

- Bakan, D. (1996). The tests of significance in psychological research. *Psychological Bulletin*, 66: 423-437.
- Bernstein, B. (1989). Clasificación y enmarcación del conocimiento educativo. *Revista Colombiana de Educación*, 15: 45-71.
- Brousseau, G. (1980). L'échec et le contrat. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 41: 177-182.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistemologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2): 165-198.
- Callahan, W.J. (1971). Adolescent attitudes toward mathematics. *Mathematic Teacher*, 64: 751-755.
- D'Amore, B.; Fandiño Pinilla, M.I. (2001). Matemática de la cotidianidad. *Paradigma 1*, 59-72.
- Dutton, W. (1968). Measuring attitudes toward arithmetic. *The elementary School Journal*, 55: 24-31.
- Falk, R. (1986). Misconceptions of statistical significance. *Journal of Structural Learning*, 9: 83-96.
- Gil Flores, J. (1999). Actitudes hacia la estadística. Incidencias de las variables sexo y formación previa. *Revista Española de Pedagogía*, 21(4): 567-590.
- Godino J.D. (2002). Competencia y comprensión matemática: ¿qué son y cómo se consiguen? *Revista UNO*, 29: 9-19.
- Menon, R. (1993). Statistical significance testing should be discontinued in mathematics education research. *Mathematics Education Research Journal*, 5(1): 4-18.
- Peskun, P.H. (1987). Constructing symmetric test of hypotheses. *Teaching Statistics*, 9(1): 19-23.
- Ruffel, M.; Mason, J.; Allen, B. (1998). Studying attitude to Mathematics. *Educational Studies in Matemática*, 35: 1-18.

- Walz, M.F.; Arralde, Z.; Mamut, N. (2006). Actitud frente a la matemática de alumnos ingresantes a la Licenciatura en Nutrición. *Revista Aula Universitaria* (Universidad Nacional de Litoral Ediciones), 8: 65-67.
- Well, A.D.; Pollatsek, A.; Boyce S.J. (1990). Understanding the effects of the sample size on the variability of the means. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 47: 289-312.

### **Presentaciones en reuniones científicas**

- Alonso F. (1987). Aportaciones al debate sobre las matemáticas en los 90. Simposio de Valencia. Septiembre; Valencia: Mestral.
- Arralde, Z.; Walz, M.F.; Mamut, N. (2005). Circunstancias contextuales que influyen en la actitud de estudio comprensivo en los alumnos de la carrera Licenciatura en Nutrición. III Encuentro Bioquímico del Litoral y VI Jornadas de comunicaciones Técnico-Científicas. Agosto; Santa Fe, Argentina.
- Brewer, J.K. (1986). Behavioral statistics textbooks: source of myths and misconceptions? Proceedings of the Second International Conference on Teaching Statistics. Julio; Voorburg (The Netherlands: International Statistical Institute): R. Davidson and J. Swift (Editores). 127-131.
- Fernández, D. (1995). Analyzing four preservice teacher's knowledge and throught their biographical histories. Proceedings of the Nineteenth International Conferences for the Psychology of Mathematics Education. Julio; Recife (Universidad Federal de Pernambuco): Meira, L.; Carraher, D. (Editores). 2: 191-209.
- Ottaviani M.G. (2002). From the past to the future. Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics. Julio; Ciudad del Cabo: IASE, CD Rom.
- Rubin, A.; Bruce, B.; Tenney, Y. (1991). Learning about sampling: Trouble at the core of statistics. Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics. Julio; Voorburg (The Netherlands International Statistical Institute): R. Davidson and J. Swift (Editores). 1:314-319.

## **Tesis**

- Ortiz de Haro, J.J. (1996). Significados de los conceptos probabilísticos elementales en los textos de bachillerato. Memoria de Tercer Ciclo. Granada: Universidad de Granada (Departamento de Didáctica de la Matemática). 22.
- Rocha Silva Guzmán, T. (2006). Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: una perspectiva ontosemiótica. Tesis Doctoral. Universidad de Santiago de Compostela, España.
- Vallecillos J., A. (1992). Nivel de significación en un contraste estadístico de hipótesis. Un estudio teórico-experimental de errores en estudiantes universitarios. Memoria de Tercer Ciclo. Granada: Universidad de Granada (Departamento de Didáctica de la Matemática).
- Velázquez, S. B. (2004). Bases psicológicas para la enseñanza eficaz: El aprendizaje significativo. Tesis Magistral. Universidad Nacional de Entre Ríos, Argentina. 19; 21-26; 56.

## **Libros o capítulos de libros**

- Ausubel, D.; Novak, J.; Hanesian, H. (1983, 1986). Psicología Educativa: Un punto de vista cognitivo. Méjico: Trillas (traducción al español del original Educational psychology: a cognitive view). 35; 36; 50; 135-173.
- Auzmendi, E. (1992). Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas medias y universitarias: característica y medición. Bilbao: Ediciones Mensajero. 17- 33.
- Bachelard, G. (2000). La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo. Méjico: Siglo XXI ediciones. 15; 16.
- Bigge, M.; Hunt, M.P. (1970). Bases psicológicas de la educación. México: Trillas. 324.
- Bruner, J. S. (1969). Hacia una teoría de la instrucción. Méjico: UTHEA. 47-92
- Canguilhem, G. 2009. Estudios de historia y de filosofía de las ciencias. Buenos Aires: Amorrortu. 21.
- Carrera, E. (2011). Epistemología y Probabilidad. Libro del CAPES/SPU (en trámite de formulación y prensa), Brasil.

- Claxton, G. (2000). Aprender, el reto del aprendizaje continuo. Barcelona: Paidós. 213.
- Cockroft, W.H. (1985). Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockroft. Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia (Editor).
- Coll, C.; Solé, I.; Onrubia, J. (1998). La psicología de la educación: una disciplina aplicada. En Psicología de la educación. Barcelona: Editorial de la Universitat Oberta de Catalunya (C. Coll eds.). Primera parte: 1-109; 21.
- Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique. Grénoble: La Pensée Sauvage Éditions. 61-62
- Dewey, J. (1933). How we think: a restatement of the relation of reflective thinking to the educative process. Boston : D. C. Heath.
- Estrada Roca, A. (2009). Las actitudes hacia la estadística en la formación de los profesores. España: Editorial Milenio (Colección: Educación).
- Gal I.; Garfield J.B. (1997). The assessment challenge in statistics education. En Monitoring attitudes and beliefs in statistics education. Voorburg: IOS Press (Gal y J.B. Garfield - Edits.). 43; 37-51.
- Gómez Chacón, I.M. (2000). Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático. Madrid: Narcea. 22.
- Hiebert, J.; Lefevre, P. (1987). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. London: LEA (J. Hiebert Editor). 123-141.
- Kahneman, D.L., Slovic, P.; Tversky, A. (1982). Judgment under uncertainty: Heuristics and biases. New York: Cambridge University Press. 31.
- Le Lionnais, F. (1976). Las grandes corrientes del pensamiento matemático. Buenos Aires: EUDEBA, S.E.M. 217.
- Lorenz, E.N. (2000). La esencia del caos. Madrid: DEBATE pensamiento, S.A (versión en castellano). 19.
- Milton, J.S. (2001). Estadística para Biología y Ciencias de la Salud. España: Mc Graw Hill. 197-242
- Newcomb T. (1981). Manual de Psicología Social. Buenos Aires: EUDEBA. 1(4): 136-235; 113; 148.
- Pagano, M.; Gauvreau, K. (2001). Fundamentos de Bioestadística. Méjico: Math. 232-257.

- Piaget, J.; Greco, P. (1978). Aprendizaje y conocimiento. Brasil: Greitas Bastos. 69.
- Postman, N.; Weingartner, Ch. (1975). La enseñanza como actividad crítica. Barcelona: Fontanella. 214.
- Pozo, J.I. (1996). Aprendices y maestros. La nueva cultura del aprendizaje. Madrid: Alianza Psicología Minor. 116.
- Rico, L. (1990). Teoría y Práctica en Educación Matemática. En Diseño curricular en Educación Matemática: una perspectiva cultural. Sevilla: S. Linares y V. Sánchez Editores. 17-62.
- Ross Sheldon, M. (2001). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. 2<sup>da</sup> edición. Méjico: Mc Graw-Hill. 81-115.
- Sadovsky, P. (1998). Pensar la Matemática en la Escuela. Buenos Aires: Aiqué. 42.
- Servien, P. (1975). Azar y matemáticas. Le Lionnais, F. (1976). Las grandes corrientes del pensamiento matemático. Buenos Aires: EUDEBA S.E.M. 228.
- Schoenfeld, A. (1985). Mathematical Problem Solving. New York: Academic Press. 15.
- Taba, H. (1974). Elaboración del currículum. En Introducción al planeamiento del currículum. Buenos Aires: Troquel. 1: 13-32.
- Vigotsky, L.S. (1986). Psicología y pedagogía En Aprendizaje y desarrollo intelectual en la edad escolar. España: Akal (Luria/Leontiev/Vigotsky eds.). 35-87.
- Walpole, R.E.; Myers R.H.; Myers S.L. (2007). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencia. México: Pearson. 145; 198-357.
- Zabalza, M.A. (2004). Diseño y desarrollo curricular. Madrid: Narcea. 14.

### **Material publicado en internet**

- Batanero, C.; Godino, J.D.; Green, D.R.; Holmes, P.; Vallecillos, A. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. International Journal of Mathematic Education in Science and Technology. 25 (4): 527-547.  
<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/erroresestadis.doc> (mayo, 2008).
- Batanero, C. (2000a) Controversies around the role of statistical tests in experimental research. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.  
<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/SFE.pdf> (mayo, 2008).

- Batanero, C. (2000b). Presente y Futuro de la Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.  
<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/BLAIX.htm> (noviembre, 2008).
- Batanero, C. (2001). Didáctica de la Estadística. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática.  
<http://www.ugr.es/~batanero/libros%20y%20tesis%20doctorales.htm> (agosto, 2009).
- Chadwick, C. (1986). El Uso de los Principios de Diseño de Enseñanza-Aprendizaje en la Preparación de Textos Escolares.  
<http://white.oit.org.pe/spanish/260ameri/oitreg/activid/proyectos/actrav/edob/material/pdf/archivo24.pdf> (marzo, 2008)
- Godino, J.D. (2003). Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque Ontológico-semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.  
<http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/monografiatfs.pdf> (diciembre, 2008).
- Vallecillos, A.; Batanero, C. (1992). Conceptos activados en el contraste de hipótesis estadísticas y su comprensión por estudiantes universitarios. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.  
<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/Recherches.pdf> (mayo, 2008).
- Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) de la OREALC/UNESCO (2005). XVII Reunión de coordinadores Nacionales. Buenos Aires. Matemática: Habilidades para la vida.  
[http://www.oei.es/evaluacioneducativa/habilidades\\_para\\_vida\\_evaluaciones\\_matematica\\_llece.pdf](http://www.oei.es/evaluacioneducativa/habilidades_para_vida_evaluaciones_matematica_llece.pdf) (diciembre, 2007).

### **Material Didáctico**

- Blog C.; Pliego O.H.; Rodríguez C.S. (2005). La construcción de un instrumento para la medición de actitudes. En el curso: La construcción de un instrumento de medición de actitudes. FBCB/UNL. Res C.D. n°: 521/03.

- Cajaraville Pegito, J.A. (2007). La teoría de las situaciones didácticas. En el curso: Educación Matemática. Teoría semiótico-antropológica. FBCB-UNL. Res C.D. n°: 346/07.