PERTINENCIA Y SIGNIFICATIVIDAD DEL USO DE GEOGEBRA EN LA RESOLUCIÓN DE UNA CONSIGNA SOBRE LÍMITE PUNTUAL DE UNA FUNCIÓN

Rodríguez, Mariana

Facultad de Humanidades y Ciencias
Directora: Iaffei, Bibiana
Codirectora: Cavatorta, Patricia

Área Temática: Ciencias Sociales

Palabras claves: GeoGebra, Límite, Potencial Matemático

INTRODUCCIÓN

Este trabajo es parte del desarrollo de una adscripción en investigación enmarcada en la materia Cálculo I del Profesorado en Matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias (FHUC). Dicha adscripción tiene por objetivo estudiar el potencial matemático (PM) de consignas para la enseñanza del concepto de límite puntual de funciones reales de variable real.
Se pretende mostrar a partir del análisis de una consigna donde el uso de GeoGebra es pertinente y significativo para su resolución, pero al mismo tiempo es limitado su alcance, por lo que surge la necesidad de un abordaje matemático.

OBJETIVO

Analizar el potencial matemático consignas donde el uso del GeoGebra sea significativo y pertinente.

METODOLOGÍA/RESULTADOS

En principio se inicia la construcción de consignas para la enseñanza del concepto intuitivo de límite puntual de funciones reales de variable real, donde el uso de GeoGebra es necesario para su resolución pero al mismo tiempo resulta insuficiente para establecer las respuestas inmediatamente.
Para analizar la pertinencia y significatividad del uso del GeoGebra en la consigna elaborada se consideran los criterios establecidos por Barreiro (2015) para valorar el uso de TIC para resolver consignas matemáticas.
Criterio 1: Favorecer la búsqueda de pruebas matemáticas.
Criterio 2: Imprescindibilidad de las TIC.
Criterio 3: No perder de vista el objetivo matemático.
Criterio 4: Incluir distintos usos de TIC.
Criterio 5: Complementariedad

Criterio 6: Libertad para apelar a las TIC.
Criterio 7: Libertad de selección de cuál recurso tecnológico utilizar.
Los criterios 4 y 5 se usan sólo para analizar secuencias (en este caso no se tienen en cuenta), los criterios 1 y 7 se pueden utilizar para analizar secuencias o cada consigna y los criterios 2, 3 y 6 son para las consignas. En este caso el criterio 7 no se considera ya que se supone que los alumnos que cursan Cálculo I usarán GeoGebra, pues es el software con el que están habituados a usar en las clases.
Si se cumplen los criterios de imprescindibilidad y de no perder de vista el objetivo matemático la valoración de significatividad y pertinencia es positiva y todo otro criterio que se satisfaga la enriquecerá. Si alguno de estos dos criterios no se cumple el análisis finaliza y la valoración es negativa.
La consigna diseñada y sometida a análisis es la que se presenta a continuación.

Consigna

Dadas las siguientes funciones de reales en reales, siendo a un número real.

$$f(x) = \begin{cases} a^2 x, & x \leq 2 \\ x^2 - 3x + 2 + 2a|a|, & x > 2 \end{cases},$$

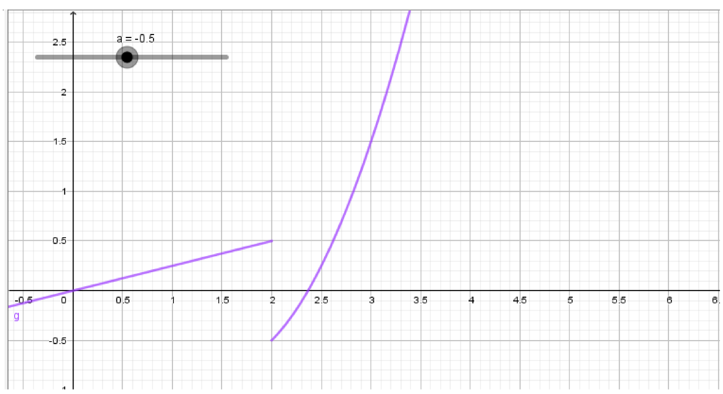
$$g(x) = \begin{cases} ax, & x \leq 2 \\ x^2 - 3x + 2 + 2a|a|, & x > 2 \end{cases},$$

$$r(x) = \begin{cases} \frac{2}{3} ax, & x \leq 2 \\ x^2 - 3x + 2 + 2a|a|, & x > 2 \end{cases}$$

Describir y justificar cómo influye el valor de a en la existencia o no del límite de cada función en cualquier número real.

Análisis de la consigna

Esta consigna está pensada para estudiantes que se están iniciando en la construcción intuitiva del concepto de límite en su primer curso de cálculo. Los mismos han conjeturado el valor del límite de funciones usando tablas de valores y observando sus representaciones gráficas.
Probablemente, al abordar la resolución de esta consigna, los estudiantes intenten otorgarle distintos valores al parámetro a y vean así lo que sucede con el comportamiento de las funciones. Esto, posiblemente, no les permita encontrar todos los valores de a que hagan que cada una de las funciones en particular tenga límite en cualquier número real. Por esta razón se considera que esta consigna propicia la necesidad del uso del software GeoGebra, con el fin de explorar mayor cantidad de casos al mismo tiempo. Además contribuye a la elaboración de conjeturas a partir de lo que visualizan en la vista gráfica del mismo. En la resolución de este problema, una herramienta útil proporcionada por el software es la construcción de un deslizador para el parámetro a.



A partir de esta exploración, los estudiantes, podrán observar que el valor de a influye en la existencia del límite sólo cuando x tiende a 2, puesto que el límite existe en cualquier x distinto de 2, independientemente del valor de a.
Después de este primer análisis los alumnos podrán conjeturar que la función f tiene límite cuando x tiende 2 sólo para a mayor o igual que cero, ya que si a es menor que cero no existe el límite, pues los límites laterales son diferentes (como se muestra en la figura).
Por otro lado, la función g tiene límite en 2 si a vale 0, 1 ó -1. Al igual que f, presenta distintos valores para los límites laterales en 2 para los otros valores de a. En el caso de la función r el límite existe también cuando a toma tres valores: 0, 2/3 y -2/3.

A simple vista parece que las funciones g y r presentan situaciones similares. Sin embargo cuando se las grafica con GeoGebra, se identifica rápidamente cuáles son los valores de a para los cuales g tiene límite en 2. No obstante, no se puede visualizar de inmediato que cuando a vale 2/3 o -2/3 la función r tiene límite cuando x tiende a 2, dado que haciendo uso del deslizador construido para el parámetro a, nunca tomará el valor 2/3 puesto que el software trabaja sólo con números decimales con cantidad finita de cifras significativas, por lo que en la gráfica no se podrá observar la existencia de este límite. Esto da la pauta que si bien el software es útil para elaborar las primeras conjeturas, no es suficiente para determinar todos los valores de a.

Por ejemplo, con la observación de la gráfica en el software, los estudiantes podrían suponer que al parecer existe un valor de a entre 0,6 y 0,7 y otro entre -0,7 y -0,6 para los cuales el límite existe cuando x tiende a 2, aunque el programa no mostrará este resultado. Precisamente porque los valores de a, $\frac{2}{3}$ y $-\frac{2}{3}$ que resuelven el problema tienen una expresión decimal periódica (por lo mencionado en el párrafo anterior), de lo que resulta necesario un trabajo matemático extra con lápiz y papel o bien con el software, que permita determinar y justificar para cuáles valores de a el límite existe.
Esta consigna tiene como objetivo subyacente que se trascienda el "ver" ingenuo al que hacen referencia Arcavi y Hadas (2003), pues el uso de esta tecnología es imprescindible pero insuficiente para resolverla.

En cuanto a la exploración, la consigna ofrece total libertad de resolverla por los caminos que cada alumno desee, y aunque lleva implícito el uso de algún software, no quita la posibilidad que sus primeros procedimientos sean usando lápiz y papel.
Asimismo, la consigna explicita que los estudiantes argumenten en relación a los resultados a los que arriban. Esto conlleva a tomar de decisiones, organizar sus intentos o modos de abordar la resolución y establecer su manera de explicar el porqué de su respuesta.

Según Barreiro, Leonian, Marino, Pochulu y Rodríguez (2016) las consignas matemáticas pueden ser valoradas según al potencial matemático (PM) que ofrecen. Éste refiere a las posibilidades de exploración y argumentación que las mismas habilitan. Cuanto más exploración y argumentación se propicie, más rico será el PM que la consigna ofrece. En este sentido, teniendo en cuenta el análisis previo podemos asegurar que la consigna propuesta tiene potencial matemático rico.

Cabe también destacar que el PM se ve favorecido en cuanto en la redacción del enunciado se evitó dar descripciones de procedimientos y de información que asegure la existencia de los límites, pues se considera que eso es inherente a la actividad matemática del alumno.

CONCLUSIONES

A partir del análisis realizado, damos cuenta que esta consigna no pierde de vista el trabajo matemático, es decir, que no es posible resolverla sólo con lo que brinda la vista gráfica del software, no es suficiente hacer argumentaciones a partir de "lo que ve" el estudiante en la pantalla, si no que necesita construir procedimientos y/o estrategias para poder resolver el problema. El software es imprescindible pero al mismo tiempo sus limitaciones hacen surgir la necesidad de otro trabajo matemático, que involucre otras reflexiones y decisiones para poder responder a lo planteado en la consigna. Es decir, en esta consigna es crucial reconocer que lo que el software muestra no siempre es la solución, o al menos no es la solución acabada pero si da indicios sobre ella, sobre todo y en particular en el caso de la función r.

Claramente el uso del software en este caso, ofrece pistas para buscar pruebas y entender cómo y por qué las funciones se comportan de determinada manera, elaborar conjeturas, encontrar regularidades o características que quizás no hubiesen sido posible descubrirlas sin el trabajo con GeoGebra. Todas estas consideraciones contemplan que la implementación se hace en un grupo de alumnos que no han construido aún el concepto de límite.

Por todo lo dicho se considera que el uso de GeoGebra es pertinente y significativo en la resolución de esta consigna por satisfacer los criterios de imprescindibilidad y de no perder de vista el objetivo matemático. Además la misma tiene un potencial matemático rico por las posibilidades de exploración y argumentación que ofrece.

BIBLIOGRAFÍA

Arcavi, A. y Hadas, N.(2003). El computador como medio de aprendizaje: ejemplo de un enfoque. *International Journal of Computers for Mathematical Learning,* 5, 15-25.

Barreiro, P. (2015). Fases de integración de nuevas tecnologías en la formación de profesores de Matemática. Tesis de Maestría no publicada. Neuquén: Universidad Nacional del Comahue.

Barreiro, P., Leonian, P., Marino, T., Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2016). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática*. Buenos Aires, Argentina: Ediciones UNGS.