Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Humanidades y Ciencias
Especialización en Didáctica de la Matemática

Trabajo Final Integrador

Elaboración de una secuencia de enseñanza de polígonos

con Geogebra para ingresantes de la escuela secundaria

Nombre de la tesista

Prof. Vázquez, Mariela Karina (marie-kvaz@hotmail.com - marielavazquez81@gmail.com)

Directora

Lic. Villamonte, Patricia Dora (patriciavillamonte@gmail.com)

Fecha de entrega: 15 de marzo de 2022

Índice

Resumen

Este escrito, que tiene por finalidad presentar el Trabajo Final Integrador (TFI) correspondiente a la especialización en Didáctica de la Matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias (FHUC), perteneciente a la Universidad Nacional del Litoral (UNL), planifica una secuencia de enseñanza de polígonos empleando el software Geogebra (GGB).

El análisis de este tema de interés, demanda un proceso de reflexión sobre la propia práctica docente (inserta en una escuela y su contexto particular) y cobra relevancia en el marco de la propuesta de enseñanza que este TFI plantea, mediante un análisis didáctico a priori y el abordaje puntual de lo que compete a la construcción de conocimiento en torno a la problemática de la enseñanza de polígonos empleando el software Geogebra (GGB).

Dicha propuesta intenta mejorar la práctica educativa geométrica en los estudiantes, puntualmente de los ingresantes a la Escuela Normal Rural "Juan B. Alberdi"[1], institución que pertenece a la Facultad de Humanidades, Artes y Ciencias Sociales (FHAyCS) de la Universidad Autónoma de Entre Ríos (UADER), a partir de algunos interrogantes considerados relevantes en cuanto a la relación con la enseñanza de esta rama de la Matemática y el uso de un recurso tecnológico.

Al respecto, es importante destacar que la introducción de una determinada tecnología en las prácticas educativas, no supone un cambio en sí mismo, sino que debe estar guiada por decisiones didácticas del docente y, este cambio del orden de lo metodológico y teórico, es posible si está precedido por una fuerte decisión pedagógica de modificar los enfoques y estrategias que se apoyan en las TIC.

En este marco la riqueza de la secuencia propuesta en este TFI, se desarrolla en torno a dos situaciones problemáticas analizadas en profundidad, con las que se pretende ampliar la enseñanza de los polígonos contextualizada en el medio rural al que pertenece la escuela citada. En consecuencia, se pretende favorecer la adquisición de nuevos saberes, fundamentados en los modos de acceso a él, para que resulten significativos y den lugar a nuevas preguntas y a nuevas apropiaciones.

[1] Desde 2009 esta escuela, que se encuentra en el ámbito semi rural, es formadora de Técnicos en Producción Agropecuaria. Ofrece siete años de escolaridad, tres años del Ciclo Básico y cuatro años del Ciclo Superior. Al respecto, vale aclarar que, en la Provincia de Entre Ríos, la Educación Primaria es de seis años.

1. Introducción

El Trabajo Final Integrador (TFI) de la especialización en Didáctica de la Matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias (FHUC), perteneciente a la Universidad Nacional del Litoral (UNL), plantea la planificación de una secuencia de enseñanza de polígonos empleando el software Geogebra (GGB); además, a partir de su análisis, procura la superación de algunos problemas geométricos que surgen en el aula.

Los objetivos generales son:

- Elaborar una propuesta de enseñanza de polígonos para el aula con GGB, contextualizada a la situación rural de la escuela.
- Realizar un análisis didáctico a priori de la propuesta de enseñanza, las posibles estrategias de resolución anticipadas, las intervenciones del docente, las relaciones que se promueven y que se establecen entre los alumnos, y entre los alumnos y el docente y la validación[2] e institucionalización[3] de los saberes.

Por lo tanto, el presente escrito intenta habilitar procesos de aprendizajes con sentido[4], partiendo de la optimización de los saberes previos de los ingresantes, sus conocimientos geométricos puestos en juego y las estrategias pedagógicas.

Se ofrece como una manera de analizar opciones frente a la enseñanza tradicional: "La enseñanza tradicional ya tenía una respuesta: enseñar y ejercitar" (Brousseau 2007, p.15); dado que en algunos casos el docente comunica el conocimiento utilizando distintos pasos a través de una enseñanza clásica centrada en el aprendizaje y memorización del alumno. De hecho, es muy habitual la presentación ostensiva de los conceptos geométricos en muchas aulas que aún sostienen los enfoques más tradicionales y así lo corrobora Brousseau (citado en Podestá, 2011,

---

[2] Los alumnos realizan por sí solos el problema y van comunicando lo que han realizado, estos momentos conllevan procesos de corrección, ya sea empírica o apoyada en aspectos culturales, para asegurar la pertinencia, adecuación, adaptación o conveniencia de los conocimientos movilizados. (...) El emisor ya no es un informante, sino un proponente, y el receptor, un oponente. Se supone que poseen las mismas informaciones necesarias para tratar una cuestión. Cooperan en la búsqueda de la verdad, es decir vincular de forma segura un conocimiento a un campo de saberes establecidos, pero se enfrentan cuando hay dudas (...)" (Brousseau, 2007, p. 26).

[3] "Esta actividad es ineludible: no se puede reducir la enseñanza a la organización de los aprendizajes. Tomar en cuenta "oficialmente" el objeto de conocimiento por parte del alumno y el aprendizaje del alumno por parte del docente es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico." (Brousseau, 2007, p. 98).

[4] "Para G. Brousseau (1983), el sentido de un conocimiento matemático se define: - no sólo por la colección de situaciones donde este conocimiento es realizado como teoría matemática; no sólo por la colección de situaciones donde el sujeto lo ha encontrado como medio de solución, - sino también por el conjunto de concepciones que rechaza, de errores que evita, de economías que procura, de formulaciones que retoma, etc." (Parra y Saiz 1994, p.52).

p.11), cuando afirma que "(...) la ostensión es el procedimiento privilegiado para la introducción precoz de las nociones geométricas"; seguramente podremos reconocer rasgos de esa "tendencia" si reflexionamos sobre nuestras prácticas docentes. Por lo general, se enseña el concepto mostrando ostensivamente polígonos de distintos lados, inmediatamente se realiza una clasificación por su número de lados; luego se define cuando son regulares o no y se muestra toda esta información en una fotocopia que concluye que cada uno de los lados de cada polígono es paralelo a la base de éste; en el material de trabajo, podría figurar como información adicional la fórmula del cálculo del perímetro y área de los polígonos. Atendiendo a la experiencia y observación de la autora de este trabajo, se enseña el concepto mostrando ostensivamente polígonos, a veces, se utilizan los instrumentos tradicionales de geometría para construirlos y/o clasificarlos, otras solo se vuelve casi un trabajo algebraico de utilización precoz de las fórmulas. Un trabajo más minucioso, podría ser construir un polígono a partir de la medida de algunos de los lados y ángulos, dando los pasos de resolución.

Abordada de esta manera considerada tradicional, la enseñanza de los polígonos insume menor tiempo áulico de trabajo, aunque se torna confusa cuando los estudiantes deben manipular los instrumentos de Geometría para representar, cotejar y obtener conclusiones frente a las distintas actividades propuestas por el docente dado que las mismas suelen ser repetitivas, memoristas, no apoyadas en las definiciones geométricas y propiedades, lo cual resulta ser un aprendizaje mecanicista.

Por el contrario, Brousseau afirma que en "(...) la concepción más general de la enseñanza, la marca de un saber es una asociación entre las buenas preguntas y las buenas respuestas" (2007, p.30). En consecuencia, desde una postura menos tradicional, los estudiantes adquieren los conocimientos de los polígonos a través de la resolución de problemas, en este caso contextualizado, a partir de la reflexión de lo realizado y de la gestión del docente mediante intervenciones que permitan a los estudiantes anticipar, explicar y construir sus aprendizajes de forma activa, cotejando y obteniendo conclusiones del objeto geométrico trabajado.

Atendiendo a ello, la propuesta está destinada a los ingresantes de la Escuela Normal Rural "Juan Bautista Alberdi", dónde me desempeño como docente de primer año[5] y pretende generar y otorgarle sentido a la enseñanza de los polígonos tomando como referencia lo que sostiene Charnay cuando dice que:

> (...) la construcción de la significación de un conocimiento debe ser considerada en dos niveles:
> - un nivel "externo": ¿cuál es el campo de utilización de este conocimiento y cuáles son los límites de este campo?
> - un nivel "interno": ¿cómo y por qué funciona tal herramienta? (1994, p.53).

[5] Este apartado se redacta en primera persona del singular porque refiere al sentido y surgimiento del tema del Trabajo Final Integrador.

Se tienen en cuenta los intereses derivados del contexto escolar, es decir, propuestas que permitan visualizar el sentido utilitario de la Matemática trabajando el aspecto extramatemático, pero sin olvidar lo intramatemático, es decir, considerando el conocimiento matemático con sus relaciones y las especificidades propias de la ciencia.

Bien plantea Chevallard:

> (...) insistimos en que la Matemática es un producto cultural y social, por lo tanto, las necesidades matemáticas que surgen en la escuela deberían estar subordinadas a las necesidades matemáticas de la vida en sociedad (1997, p. 49)

por lo que es necesario pensar en propuestas que viabilicen la posibilidad de atender ambos aspectos, ya sean los propios de la disciplina, como así también, aquellos que le permitan al estudiante relacionarse con otras asignaturas dentro del contexto escolar o con la vida diaria.

En consecuencia, las dos situaciones problemáticas insertadas en la secuencia de enseñanza de polígonos serían acordadas entre los docentes a cargo del Taller de Tecnología Específica "Jardinería" y de Matemática, se vincularían con el contenido "hexágonos" e incluirían aquellas inquietudes o cuestiones que atiendan a la formación integral de los ingresantes a la Escuela Alberdi, dado que en este contexto, es importante desplegar en el aula una Geometría con sentido, relacionada con diversos talleres y áreas. Puntualmente, esta propuesta involucra el trabajo de los espacios curriculares mencionados, tomando como eje la Educación Ambiental, la implementación y la transformación técnico-científica y la cultura del consumo local, sin perder de vista los lineamientos curriculares para el nivel educativo.

1.1 Contextualización de la institución

La Escuela Normal Rural "Juan Bautista Alberdi", se encuentra a 12 km. de la ciudad de Paraná, en la localidad de Oro Verde y fue fundada en 1904 por el Prof. Manuel Pacífico Antequeda como la primera escuela formadora de Maestros Rurales en Latinoamérica. Su objetivo central era:

> (…) formar maestros rurales, pero con la característica de llegar a ser maestros agricultores y ganaderos capaces de difundir después, los procedimientos, métodos y sistemas mejores y más ventajosos en las fuentes de donde nace la prosperidad pública y privada de nuestro país. (Gutiérrez 2007, p. 92)

Los planes de estudio han sufrido modificaciones en varias oportunidades y enfatizan en propuestas educativas en relación a la formación humanística y agraria, que se vivencian como tensión en diferentes áreas del conocimiento que hoy, difícilmente, se han integrado.

Hasta el año 2000, la escuela dependía del Consejo General de Educación de la provincia de Entre Ríos (CGE) pero por decreto del Gobierno de Entre Ríos, se incorporó a la Universidad Autónoma de Entre Ríos (UADER) como Escuela Secundaria Pre-Universitaria y en el año

2004 se integró a la Facultad de Humanidades, Artes y Ciencias Sociales (FHAyCS). En 2008, abordó la temática de cambios de plan de estudio en reuniones institucionales y, durante el ciclo lectivo 2009, inició dicho proceso para constituir su función como Escuela Formadora en Técnicos en Producción Agropecuaria[6].

Como institución dependiente de la UADER, el Plan de Estudios (PE, Resol. N° 1539; 2012) para el nivel secundario, plantea, respecto a la enseñanza de la Matemática, que:

> El papel que juega esta ciencia es de real importancia pues contribuye a que los ciudadanos participen del proceso de conocimiento, favoreciendo el desarrollo de capacidades expresivas y de razonamiento. La enseñanza de la matemática en la escuela secundaria enfrenta el desafío de presentar una serie de transformaciones esenciales con relación a los conocimientos matemáticos de los estudiantes. (p.115)

Asimismo, sostiene que los estudiantes "(...) deberán resolver nuevos problemas, y para ello, se verán confrontados a la elaboración de nuevas estrategias, a la producción e interpretación de nuevas formas de representación y a la construcción de nuevas maneras de validar" (Op. cit. 2012, p.115).

Como puede observarse, este recorrido histórico define cambios que se han ido consolidando en cuanto a orientaciones educativas que marcaron rasgos distintivos en la dinámica institucional en base a la educación, la producción agropecuaria y el contexto rural.

1.1.1 Perfil de la escuela y sus particularidades

El espacio escolar se destina a la producción agropecuaria, organizado de la siguiente manera: huerta, tambo y agricultura, granja e industria. Además de contar con espacios pedagógicos organizados en biblioteca, laboratorio de Física y Química, incluyendo un museo escolar; se suma a esto el ámbito rural de origen, la orientación agropecuaria de la institución y en algunos casos, la posibilidad de vivir en la residencia estudiantil, hacen que la escuela sea elegida para la formación secundaria. En la actualidad, la institución ofrece experiencias y aprendizajes productivos destinados al consumo interno y la venta al público, que contienen la idea de un estudiante presente y con participación activa en las diferentes propuestas.

1.1.2 Perfil de los estudiantes de la escuela

De acuerdo a datos obtenidos del Proyecto Educativo Institucional (PEI), la matrícula de ingreso a la Escuela Alberdi se aproxima a los 90 estudiantes; la mayoría egresó de las escuelas primarias de Oro Verde y un número menor de localidades cercanas, explicitando el interés por las actividades de enseñanza relacionadas con las prácticas en sectores productivos agropecuarios y aspectos relacionados con:

[6] Datos extraídos de (PEI) en construcción

- La especificidad educativa: materias, formas de enseñar, temáticas abordadas, orientación en función de la carrera o trabajo a seguir, el hacer, la práctica como forma de aprender.
- La convivencia: la "libertad" con la que los estudiantes pueden moverse dentro de la escuela, el disfrute en la convivencia, el compañerismo, la amistad.

Es un grupo minoritario el que demanda el uso de la residencia estudiantil, movilizados por:

- dificultades económicas de los grupos familiares.
- ausencia de los adultos durante gran parte del día en sus hogares.
- la distancia, en el caso de aquellos estudiantes que viven en otras localidades.

1.1.3 Características de la matrícula escolar y trayectorias escolares

El establecimiento educativo cuenta con una matrícula de alrededor de 400 estudiantes distribuidos entre el ciclo básico y superior, de los cuales 90 alumnos son ingresantes y aproximadamente 30 estudiantes finalizan sus estudios secundarios. En relación a este segundo grupo, durante el 3er. y/o 4to. año de la escuela secundaria obligatoria se evidencian momentos de elección donde definen la continuidad o no en la institución, estas decisiones se focalizan en el tiempo de cursada escolar (doble jornada) en la escuela y el plan de estudio que se completa con el 7mo. año, a diferencia de otras modalidades de escuelas secundarias orientadas, que sólo proponen una trayectoria de 6 años en total.

En el estudiantado, se identifica que en sus procesos de aprendizajes registran lo que Terigi (2010) denomina "relaciones escolares de baja intensidad". La autora sostiene que en las trayectorias reales de los primeros años de la escuela secundaria, se observan notorias mejoras pero este proceso sufre un retroceso a raíz de la repitencia o el abandono. Ante estas situaciones, es necesario posibilitar trayectorias escolares variadas, que integren a estos estudiantes y los acompañen en el desarrollo de los procesos de enseñanza y de aprendizaje, cuestión a la que atiende la comunidad educativa de la institución seleccionada. Además, la escuela y las particularidades en los procesos de enseñanza que se generan y que son visualizados como valiosos en términos educativos, contienen la idea de que aquellos estudiantes que llegan a los últimos años son parte de las iniciativas de la escuela y participan activamente en casi todas las propuestas. Se manifiesta en la comunidad alberdina que cuando egresan de la escuela, siempre los ex alumnos vuelven a la misma "Distintas generaciones que se formaron en esta escuela transmiten, en el ámbito familiar, aspectos relacionados a la identidad de la institución." (PE, Resol. N° 1539; 2012. p.12)

2. Desarrollo

2.1 Los saberes del ingresante y el conocimiento escolar

El conjunto de conocimientos, prácticas y formas de interactuar entre pares y con los docentes, potencian el contenido académico en el contexto escolar: “Adquirir saber permite asegurarse un cierto dominio del mundo en el cual se vive, comunicarse con otros seres y compartir el mundo con ellos, vivir ciertas experiencias y así volverse más grande, más seguro de sí, más independiente” (Charlot 2008, p.98).

Cuando hablamos de conocimiento escolar y específicamente del geométrico pensamos en el trabajo áulico del docente en interacción con los estudiantes, siendo la intencionalidad del profesor incorporar, dialogar e interactuar con el contenido escolar, a través de diversas estrategias de enseñanza. Por tanto, la idea del conocimiento geométrico como objeto socialmente construido (y no como descubierto), quedará en parte definida y caracterizada por el conjunto de experiencias que el docente les haga vivir a los estudiantes respecto a los conceptos geométricos. Ambos (docentes y estudiantes) podrán discutir posibilidades de construcción y de reconstrucción del conocimiento a fin de vincular los saberes con el lenguaje coloquial y simbólico que deben reconocerse en este espacio curricular, donde la clase de Geometría aparece como un encuentro de producción para trabajar la resolución y discusión de problemas. Bien lo plantea Sessa:

> El tipo de problemas que se proponen permite que los alumnos, al abordarlos, pongan en juego distintos conocimientos y estrategias de resolución. A partir de la interacción de los alumnos con un problema, de contenidos por el docente que permite elaborar y enriquecer relaciones conocimientos, complejizándolos y cargándolos de sentido (2015, p.140)

Por tanto, la secuencia de enseñanza que desarrolla este TFI, partirá de los conocimientos geométricos previos adquiridos durante la escolaridad primaria (conocidos en un diagnóstico); en base a los mismos, avanzará, luego, sobre los contenidos de Geometría y el uso de las TIC del correspondiente año, al tiempo en que presentarán nuevas situaciones con mayor grado de complejidad de manera tal que se pongan en juego todos los saberes para poder construir el nuevo conocimiento.

En el proceso podrán aparecer carencias de saberes geométricos con respecto a los conocimientos numéricos abordados en la escuela primaria, los cuales pueden ser escasos, por lo que será una prioridad para el docente desarrollar y profundizar estos contenidos, ya que la mayoría de los ingresantes a primer año expresan tener dificultades para resolver problemas o situaciones geométricas. Por ello, será primordial atender al enfoque de “aulas heterogéneas” propuesto por Rebeca Anijovich (2016): contemplando de forma intencional en la enseñanza esas diferencias en los saberes y promoviendo un aprendizaje con sentido, se desarrollarán las clases para que los alumnos logren “aprender a aprender”.

En consecuencia, y atendiendo a todo lo anteriormente planteado, se sostiene lo afirmado por Itzcovich:

> Creemos que hay un modo de estudiar geometría que permite que los alumnos desarrollen un modo de pensar propio de la matemática, que sólo existe si la escuela lo provoca y al que creemos que todos los alumnos tienen derecho a acceder. Es la relación con el saber lo que está en juego. (2008, p. 171)

Y esto condice con el PEI (en desarrollo) de la Escuela Alberdi, donde se explicita que las formas de enseñanza otorgan significados que se agregan al “contenido geométrico”, transmitido, sintetizado y vinculado con una concepción de aprendizaje. Es a través de las prácticas de enseñanza, que el docente transforma un saber programado en un saber enseñado.

2.2 Geometría en la educación secundaria

La enseñanza de la Geometría desde una edad temprana, es muy importante ya que, de forma paulatina, prepara a los estudiantes para que en un futuro tengan las herramientas suficientes para la resolución de problemas de su vida diaria. Según el Plan de Estudio (PE) del espacio curricular de Matemática:

> Los mismos conceptos serán trabajados a través de prácticas esencialmente diferentes de las planteadas en el Nivel primario. Ello plantea un juego delicado de rupturas y articulaciones: los estudiantes deberán renunciar a muchas de las elaboraciones realizadas durante sus años previos de escolaridad, al tiempo que deberán apoyarse en sus prácticas anteriores para producir las modificaciones que los nuevos desafíos les demandarán. (2012, p.116)

Los estudiantes aprenden Geometría a raíz de la actividad que les brinda la oportunidad de retomar sus conocimientos geométricos previos, a partir de búsquedas, intentos, errores, hallazgos, dudas, certezas, revisiones, formulaciones, nuevas búsquedas; es precisamente esa sinuosidad la que constituye su riqueza:

> (...) es un campo de estudio que favorece el desarrollo de la conjeturación, la argumentación deductiva y la modelización. La incorporación paulatina de un software puede aportar al estudio de las construcciones y las propiedades geométricas, tanto para visualizar más rápidamente la imposibilidad de solución, como la multiplicidad de las mismas y con esto favorecer el desarrollo del trabajo matemático (González y Lupinacci 2012, p. 29)

Debe promover un aprendizaje significativo el cual se logra por medio del empleo de diferentes estrategias de enseñanza y aprendizaje que, progresivamente, permitirán a los estudiantes desplegar su creatividad, evidenciar sus formas de pensar, realizar diferentes razonamientos, análisis y, en consecuencia, resolver problemas a través de sus conocimientos geométricos.

Favorecer estas habilidades, revalorizará también este área de la Matemática, pues ha ido perdiendo su lugar en la enseñanza a lo largo de las últimas décadas, quedando rezagada e incluso unas veces reducida a la mínima expresión, de los programas tanto de nivel primario como secundario.

De hecho, Iztcovich (2005, p.10) sostiene que la práctica geométrica "(...) tiene un alto valor formativo y es por tal motivo que todos los alumnos tienen derecho a acceder a ella". Por esto es pertinente pensar y generar nuevos modos de enseñanza de la Geometría utilizando recursos disponibles en la escuela y en los adolescentes, como son las netbooks y los celulares.

Asimismo, es necesario desplegar una enseñanza de la geometría que organice y sostenga las prácticas de los alumnos en torno al conocimiento, que plantee situaciones en las que pongan en juego sus conocimientos previos, atendiendo a que la actividad de resolución de problemas constituye el fin principal:

> (…) se plantea que la situación es verdaderamente un problema si los alumnos encuentran allí un desafío frente al cual resulta necesario revisar aquello con lo que se cuenta, producir nuevas respuestas, poner en juego otros conocimientos (precisamente al conocimiento al que se apunta) (...) (Parra y Saiz, 2007, p.15)

2.3 Modo de pensar geométrico y el trabajo de la Geometría con GGB

El "modo de pensar geométrico" supone, en términos de Broitman e Itzcovich (2002), apoyarse en propiedades estudiadas de las figuras y de los cuerpos para anticipar relaciones no conocidas, reconocer regularidades, establecer conjeturas y generalizaciones, modelar situaciones y desarrollar la capacidad de argumentación, anticipando "relaciones no conocidas" para, en este trabajo geométrico, inferir nuevas propiedades.

En este proceso el docente cumple un papel fundamental, ya que debe propiciar la autonomía de sus alumnos frente al conocimiento geométrico, enriqueciendo el contexto, es decir, debe crear situaciones problemáticas que permitan al alumno explorar problemas, construir estructuras, plantear preguntas que permitan anticipar relaciones geométricas y reflexionar, estimular y diseñar situaciones que generen conflicto cognitivo teniendo en cuenta las dificultades y/o posibles errores.

En consecuencia y por medio de las diferentes situaciones problemáticas y de intervenciones intencionadas, el docente incentiva al alumno a "aprender a pensar" y a desarrollar la capacidad de argumentación. Es aquí donde el estudiante pone sobre el tapete todos sus conocimientos, estrategias y creatividades para poder hallar la solución a un problema e inferir nuevos conocimientos o nuevas propiedades.

Entonces, y atendiendo puntualmente al tema de interés de este TFI, ¿Qué situaciones problemáticas fomentarán la producción de los conocimientos geométricos utilizando GGB?,

¿qué relaciones se tendrán en cuenta para pasar de una Geometría de "lápiz y papel"[7] al trabajo en un entorno de Geometría dinámica cuando existe tanta diversidad en el aula?. La utilización del GGB, ¿optimizará tanto la enseñanza como el aprendizaje de los polígonos, posibilitando un trabajo de características deductivas?.

Responder a estos interrogantes es un desafío de la educación geométrica que no puede ser contestado sin atender el aquí y ahora del grupo de estudiantes ingresantes a 1er. año del Ciclo Básico de la Escuela Normal Rural "Juan B. Alberdi", estudiantes que son adolescentes heterogéneos en condiciones variadas y significativas, repletos de información, enamorados de las nuevas tecnologías, impregnados de pasiones y motivaciones personales y que atraviesan una etapa de pubertad con cambios psicológicos y físicos.

Asimismo, implica considerar la variada realidad de los ingresantes a esta institución. No se debe desconocer que poseen intereses distintos, acordes a su propia realidad, algunos con medios tecnológicos disponibles, otros a los que la escuela les garantiza el acceso a los dispositivos virtuales, asegurando la conexión y la tecnología. Con esta base y con el propósito de acompañar el aprendizaje significativo, el docente debe seleccionar y secuenciar el o los contenidos matemáticos pertinentes y elaborar una propuesta de enseñanza con metodologías y recursos adecuados para lograr los propósitos perseguidos. Así planteará situaciones problemáticas que estimulen el despliegue de variadas estrategias de resolución, favoreciendo el intercambio que irá aportando significatividad a medida que los jóvenes se apropien de él y lo hagan parte de su andamiaje cultural.

Además, surgen otras inquietudes disciplinares y didácticas: ¿Qué significa enseñar Geometría?, ¿cómo construir el sentido de los conceptos geométricos utilizando GGB?, ¿de qué manera utilizar la resolución de problemas como generadora de nuevos aprendizajes?, ¿es importante establecer relaciones entre diferentes conceptos geométricos para la construcción de otros nuevos?, ¿todos los estudiantes aprenden Geometría de la misma manera?, ¿todos los estudiantes obtienen las mismas construcciones geométricas?

Aunque algunas respuestas a estos interrogantes serán esbozadas en el siguiente subtítulo, aquí sí es importante explicitar que, en este sentido, Itzcovich (2005) sostiene que los estudiantes deben comenzar a ser protagonistas de sus propias deducciones, que "(...) para algunos alumnos, implica dejar de ser meros receptores de razonamientos producidos por otros (…)" (p.120), y esto es posible cuando existe un docente que tenga esa intencionalidad pedagógica.

La enseñanza de la Geometría supone que los estudiantes realicen tareas de distintos tipos, a saber: de conceptualización, investigación y justificación. Pero el trabajo geométrico que se realiza en la educación secundaria no siempre se enmarca en una de estas categorías:

> Es probable que una tarea que inicialmente apuntó a que el alumno investigara un determinado tema, más adelante se convierta en una tarea de justificación. Así y todo, consideramos que esta categorización nos puede

[7] Actividad estática que se realiza con los instrumentos clásicos de Geometría.

> permitir organizar el tipo de trabajo que pretendemos realizar en nuestras clases de Geometría (Podestá comp. 2011, p.12)

El aprender a pensar se estimulará por medio del diálogo permanente, donde el ir y venir de preguntas y respuestas motivará a los alumnos a la participación y argumentación geométrica en clase y demandará el uso de un lenguaje geométrico que se irá haciendo cada vez más preciso a medida que estudiantes y docentes, o los estudiantes, interactúen tanto para la resolución de los problemas geométricos como en los debates posteriores, para la comprensión de todos los participantes del aula. Esto, a su vez, favorece a la esquematización mental del conocimiento, ya que para la elaboración de las preguntas y respuestas se debe organizar el saber de la mejor manera posible, como manifiesta Fioriti (2012), al decir que:

> No se trata de propuestas cerradas, el docente tendrá que decidir el momento en que va a poner en obra los problemas dependiendo de los conocimientos matemáticos que quiere enseñar, de lo que sus alumnos saben, del momento del aprendizaje, en fin, de sus objetivos. (p. 13)

2.4 Estrategias de enseñanza y el uso del software GGB en la Geometría

Las estrategias pedagógicas-didácticas se adecuan a los ingresantes para que logren desplegar su creatividad, evidenciar sus formas de pensar, realizar diferentes razonamientos, análisis y en consecuencia resolver problemas utilizando el software GGB para arribar a nuevos contenidos. Además, el trabajo dinámico, propio del GGB, con la participación en clase, la elaboración de estrategias y fundamentación lógica de sus logros, favorecerá el proceso de enseñanza y aprendizaje para construir, individual y conjuntamente, los nuevos saberes.

En este marco y para pensar la tecnología como un medio para la enseñanza de la geometría, es necesario considerar que su uso debe estar guiado por decisiones didácticas del docente en relación a la definición de metas o propósitos que guíen la enseñanza, seleccionando y organizando contenidos a través de estrategias didácticas.

Asimismo, y en el contexto de la Escuela Alberdi, es relevante explicitar que, tanto en la construcción de contenidos geométricos como en las habilidades agrotécnicas, será necesario que desde el primer año de la escolarización secundaria se logre una articulación con otras asignaturas que potencien el desarrollo del saber matemático, que incorporen paulatinamente el lenguaje específico y, cuando sea necesario, la algebrización de la Geometría para representar patrones o dar sentido a las fórmulas.

Estas condiciones se fundan en que enseñar y aprender son actos que suceden en un espacio y un tiempo en el que se viven “experiencias culturales compartidas”, en el que “se piensa con el otro”, se comunican los sistemas de pensamiento, se enlazan los deseos y las propias ideas. Este proceso se ve viabilizado a partir de las estrategias didácticas seleccionadas para llevar a la práctica.

Charnay (1994) dice que la actividad matemática debe proponer un verdadero problema por resolver, debe permitir utilizar los conocimientos adquiridos con anterioridad y, al mismo tiempo, ofrecer una resistencia suficiente para llevar al alumno a hacer evolucionar esos saberes, a cuestionarlos, a conocer sus límites, a elaborar nuevos. Después de que los alumnos se enfrenten a ellos constituyéndolos como saber, estos deben necesariamente ser reutilizados, reinvertidos en la resolución de nuevas situaciones didácticas, que amplíen el concepto tratado y den lugar al aprendizaje de otros conceptos relacionados.

Así el problema es considerado un obstáculo cognitivo que desafía los conocimientos de los alumnos; su resolución no es inmediata, sino que requiere de sucesivas aproximaciones hasta llegar a la respuesta.

Por su parte, Sadovsky (2005, p.13) plantea que:

> Desafiar a un alumno supone proponer situaciones que él visualice como complejas pero al mismo tiempo posibles, que le generen una cierta tensión, que lo animen a atreverse, que lo inviten a pensar, a explorar, a poner en juego conocimientos que tiene y probar si son o no útiles para la tarea que tiene entre manos, que lleven a conectarse con sus compañeros, a plantear preguntas que le permitan avanzar (…)

Cuando se la piensa en forma grupal, la resolución de problemas favorece el trabajo en equipo, pues los partícipes analizan el problema, intercambian opiniones, discuten posibles soluciones, elaboran y ejecutan programas de resolución y confrontan sus ideas o conclusiones con integrantes de otros grupos, generando situaciones de enriquecimiento, para sostener o modificar sus propias ideas, ampliando su espectro de conocimiento y complejizando el saber a construir.

Por este motivo, se debe tener en cuenta que:

> (...) alrededor del enunciado del problema se organizan una cantidad muy rica de actividades que no están contenidas en dicho enunciado y que son totalmente dependientes de la gestión que realiza el docente a partir de las primeras interacciones de los alumnos con el problema (...) (Op. cit. 2005)

Todo este proceso concluye en una puesta en común a nivel áulico, que promueve el intercambio de opiniones, discusiones, confrontaciones entre pares, enriqueciendo las ideas del estudiante y permitiendo, a la vez, ampliar, modificar, complejizar el saber a construir.

Dentro de esta postura de enseñar a través de la resolución de problemas, se aspira a que el estudiante descubra el valor de la generalización y, en este sentido, el trabajo con el software GGB es una oportunidad que permite a los alumnos, además de familiarizarse con el recurso y con el uso apropiado de sus herramientas, utilizar una escritura correcta de las expresiones geométricas, para incursionar en el conocimiento de un proyecto de generalización.

Esto supone un nuevo enfoque de enseñanza de la Matemática, que implica un cambio de paradigma que se sustenta en una nueva manera de entender tanto el proceso de enseñanza como el de aprendizaje. Al modificar la naturaleza de ambos procesos, se pone en evidencia un nuevo posicionamiento tanto del alumno como del docente: el docente ya no es quién aporta la única verdad autorizada, ya no provee el conocimiento cerrado y acabado, sino que es quién al mismo tiempo, ofrece la posibilidad de tratar problemas, experimentar situaciones, acercarse a descubrir nuevos conocimientos igual, intercala preguntas, sugerencias o reflexiones que permitirán crear en el aula, otras condiciones de enseñanza y aprendizaje. Por su parte, el alumno ya no es un mero receptor de la información que provee el docente, ya no necesita de ejercicios modelos para repetir, ya no resuelve problemas para aplicar, sino que responde al desafío de resolver situaciones que le permiten transitar de lo desconocido a lo nuevo, utilizando como anclaje para este paso todos sus saberes antes adquiridos: "El alumno debe ser capaz no sólo de repetir o rehacer, sino también de resignificar en situaciones nuevas, de adaptar, de transferir sus conocimientos para resolver nuevos problemas" (Charnay 1994, p.53).

Además, y lo que no es menor, los conocimientos adquiridos deben ser utilizados como herramientas para la resolución de otras situaciones con diferentes obstáculos, donde tendrán que hallar nuevos procedimientos de resolución.

En definitiva, no alcanza sólo con presentar estrategias innovadoras en la resolución de problemas para que los alumnos construyan el sentido, sino que se dependerá también de los modos de gestión en la práctica docente en cada situación planteada y presentada. Parafraseando a Brousseau (1983), la persona que aprende debe hacerse cargo de su aprendizaje, considerando que, si el conocimiento tiene sentido y existe un trabajo de gestión docente, se va a apropiar de dicho aprendizaje.

Atendiendo a este enfoque, y puntualmente a la temática de la que se ocupa este TFI, es necesario que en las aulas se creen condiciones que optimicen el trabajo geométrico y que se utilicen como herramientas de transmisión del conocimiento matemático y didáctico. Los contenidos curriculares son los mismos, pero la manera de abordar su tratamiento exige un particular modo de mediación entre el conocimiento científico propiamente dicho y el conocimiento escolar, teniendo siempre presente que "(…) es haciendo aparecer las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas como se permitirá a los alumnos construir el sentido. Sólo después estas herramientas podrán ser estudiadas por sí mismas" (Charnay 1994, p.53).

Al respecto, las TIC irrumpen en el entramado de relaciones del hecho educativo y le dan a la escena un matiz muy particular. Los docentes, profesionales en la enseñanza, construyen sus propias interpretaciones acerca de lo que aprenden y ejercen legítimo poder cuando seleccionan contenidos, materiales y recursos para que los alumnos se apropien de la geometría escolar. Pero la introducción de una determinada tecnología en las prácticas educativas no supone un cambio en sí mismo, las innovaciones pedagógicas no dependen exclusivamente de los cambios tecnológicos. El verdadero impacto innovador radica en los cambios metodológicos y teóricos que los sustentan y esto será posible si están precedidos por una fuerte decisión pedagógica de modificación de los enfoques y estrategias que se apoyan en las TIC y en la reflexión permanente sobre las mismas.

El GGB es un programa facilitador de exploración de todas estas capacidades y competencias, a partir de poder interrelacionar geometría, álgebra y cálculo; es un software que le otorga un potencial muy importante a estas ramas de la matemática y abre un campo de estudio y análisis de carácter eficiente y dinámico:

> Este nuevo recurso tiene una particularidad: al realizar un dibujo de una figura, según las herramientas que se utilicen, dicho dibujo puede moverse, transformarse o deformarse en función de la manipulación de puntos que tienen diferentes grados de libertad. Esta condición hace que el trabajo resulte sustancialmente diferente del que se despliega con lápiz, papel, regla, compás, escuadra, etcétera. (Itzcovich y Murúa, 2018 p.76)

Al elegir el GGB como recurso para el desarrollo y fortalecimiento de la secuencia de enseñanza planteada en este TFI, se ha pensado en las diversas intervenciones que se pueden dar en el aula, donde el estudio de los polígonos no se da en forma aislada, sino que se ve mediatizado por secuencias armadas con este soporte. Para desplegar propuestas adecuadas a ello y a lo planteado a lo largo de este escrito, se debe pensar en cambios en la relación pedagógica y en nuevos modos de enseñar y de pensar en los roles del docente y del estudiante (tal como se viene planteando en este desarrollo).

El tipo de actividad matemática que permite desplegar el software, es accesible para estudiantes de distintas edades y con diferentes niveles de conocimiento. Generalmente, es utilizado para explorar las propiedades de las figuras y resolver problemas que las involucran; su principal característica es que trabaja con Software de Geometría Dinámica[8] (SGD), donde es posible desplazar las construcciones y observar si las propiedades de la figura construida se conservan o no, lo cual puede constituirse en un mecanismo de construcción. Bien plantea Podestá (comp.2011, p.12): "(...) que permiten a los usuarios, después de haber hecho una construcción, mover ciertos elementos arrastrándolos libremente y observar cómo otros elementos responden dinámicamente al alterarse las condiciones previas"

Las construcciones dinámicas ponen en evidencia invariantes producidas por el arrastre que, en su versión de papel y lápiz, no forman parte de la información que es posible extraer de la representación. Aun así, es importante subrayar que ambas formas de construcción son importantes, por lo que no deben enfrentarse, sino complementarse, contribuyendo a generar nuevas maneras de comprender el conocimiento geométrico.

El Diseño Curricular de Educación Secundaria (DC) de la provincia de Entre Ríos (2011), no se encuentra ajeno a estas propuestas y resalta la importancia de utilizar software de geometría dinámica que les permita a los estudiantes resolver problemas utilizando propiedades de las figuras, evitando manejar útiles de geometría, ya sea porque no están habituados a emplearlos o por el tiempo que demanda su uso.

Itzcovich y Murúa (2018) afirman que una de las finalidades del trabajo geométrico en la escuela, se centra en que los alumnos produzcan relaciones que caracterizan a las figuras

[8] "Este concepto, introducido por Nick Jackiw y Steve Rasmussen, se aplica a los programas informáticos." (Podestá, 2011, p.12).

geométricas, que identifiquen, verifiquen y validen las propiedades que las definen, mediante argumentos geométricos. Esto exige que se ofrezca a los estudiantes oportunidades de distinguir el objeto geométrico de su representación, lo que llamamos figura y dibujo[9]. Los autores plantean una "especie de paradoja"; sostienen que resulta interesante pensar en las clases de geometría cuando integramos el programa GGB:

> (...) por un lado, el aprendizaje de las relaciones que caracterizan a las figuras requiere de un trabajo conceptual que supere la percepción; y, por otro lado, el trabajo se apoya fuertemente en los dibujos -es decir, en representaciones- sin las cuales se ven disminuidas las posibilidades de desplegar una actividad matemática con los alumnos en torno a las figuras. (Op. cit. 2018, p.74)

Entonces, para desplegar propuestas adecuadas a estas posturas, y a los cambios que puedan surgir entre la relación pedagógica y los nuevos modos de enseñar, se piensa en el rol del docente y del estudiante como partes que colaboran para motorizar el aprendizaje y el desarrollo de cada uno de los integrantes, teniendo en cuenta las condiciones organizativas que devienen del trabajo con GGB, que, también, deben ser atendidas como parte de la gestión del docente. Cabría preguntarse: ¿Cómo hacen los estudiantes para estudiar si solo le han quedado en las carpetas algunas preguntas y las conclusiones de los trabajos desarrollados?, ¿cómo recuperan los dibujos que han producido y los relacionan con las figuras? Los interrogantes se resuelven en palabras de Cicala y González que, a la vez, destacan otra potencialidad del software:

> Así como las anotaciones en el cuaderno o en la carpeta constituyen elementos que pueden ser recuperados en diferentes momentos de la clase, en la cultura digital los archivos creados sólo pueden ser empleados en el mismo sentido (…), sino también pueden ser recuperados para completarlos o tomarlos como base para otro tipo de análisis. (2012, p. 71)

2.5 Propuesta de polígonos

Este TFI planifica una propuesta de enseñanza de polígonos y la misma profundiza en dos situaciones problemáticas, contextualizadas a la escuela rural descrita en apartados anteriores; no solo permite explorar el uso del GGB en el aula, como un recurso tecnológico que los alumnos puedan utilizar para resolver las situaciones problemáticas, sino también pretende que el docente se enfrente a una forma diferente y novedosa de abordar y trabajar la Geometría. Esto se complementará y se verá favorecido por el hecho de que los estudiantes ya han trabajado o están trabajando en el Taller de Tecnología Específica "Jardinería" con estos conocimientos,

[9] Según Parzysz, "la figura es el objeto geométrico descripto por el texto que la define, una idea, una creación del espíritu, en tanto que el dibujo es una representación de este objeto. (...) Las relaciones entre dibujo y figura son complejas y van cambiando en función de los conocimientos que los niños van elaborando: el dibujo "muestra" relaciones vinculadas al objeto geométrico teórico, siempre y cuando el sujeto que interpreta el dibujo posea o esté elaborando un caudal de conocimientos que le permita identificarlas." (Sadovsky y otros, 1998, p.11)

por lo que se apuntará a que entiendan el trabajo que realizan las abejas en la construcción de sus panales, atendiendo a que los hexágonos que producen no son perfectos, no son figuras, sino que lo que realizan son dibujos, que no representan una figura geométrica; en vista de esta cuestión y sabiendo que las celdas no son perfectos hexágonos regulares, se podrán representar utilizando el GGB.

2.5.1 Análisis sintético de la secuencia de enseñanza de polígonos

En la secuencia que se desarrollará, se identifican tres momentos que permiten visualizar los fundamentos y particularidades de la propuesta educativa de enseñanza de polígonos para primer año. En un primer momento se realiza un trabajo previo con los contenidos geométricos básicos que seguramente casi todos los estudiantes han desarrollado de diferentes maneras (rectas, ángulos, triángulos, cuadriláteros y pentágonos) y el uso del GGB, con la intención de realizar un trabajo de nivelación y reconstrucción de los contenidos incorporando el uso del software a partir de problemas. En un segundo momento se analiza el tema de interés de la secuencia didáctica con dos situaciones problemáticas (corazón del trabajo integrador donde se trabajan con diferentes polígonos utilizando GGB), y en un tercer momento se continúa con la enseñanza de perímetro y área de los distintos polígonos, cuestiones en las que no se profundizará en el análisis de este escrito.

2.5.2 Objetivos de la secuencia

- Vincular los saberes geométricos con los conocimientos adquiridos en el Taller de Tecnología Específica “Jardinería”.
- Explorar y formular resoluciones de situaciones problemáticas para construir y resignificar los conocimientos geométricos.
- Realizar y analizar construcciones geométricas utilizando GGB, considerando las propiedades involucradas y las condiciones para la construcción de los polígonos
- Exponer conjeturas, generalizaciones y validarlas, a través de la exploración y la comparación de gráficos y fórmulas de polígonos con la utilización del GGB.
- Discutir las estrategias de resolución de polígonos en las distintas situaciones problemáticas, a partir del análisis de las construcciones que presenta GGB.

2.5.3 Saberes previos necesarios

Atendiendo al DC “(...) se propone partir de los conocimientos que los estudiantes poseen; usar las propiedades con las que están familiarizados y considerarlas como puntos de apoyo para deducir otras nuevas” (CGE, 2011, p.39).

Esto supone que en la escuela primaria, los estudiantes, han trabajado ciertos contenidos geométricos que deberán ser saberes previos de la secuencia. En la mayoría de los casos saben que los polígonos regulares son aquellos que tienen los lados y los ángulos iguales; aunque esta secuencia se puede llevar al aula aun cuando para los alumnos se trate de un objeto de estudio desconocido.

"Estudiar la Geometría plana es uno de los objetivos centrales de la geometría tanto en la enseñanza primaria, como así también en los primeros años en la escuela secundaria" (Ammann y González, 2007, p. 19). En base a ello, las estrategias pedagógicas propuestas en la secuencia de enseñanza planteada, hacen foco en el vínculo entre los saberes del ingresante y los nuevos conocimientos escolares, habilitando procesos de aprendizajes significativos y situados. En este sentido los saberes prioritarios necesarios son:

❑ *Con relación con la Geometría*
- Noción de ángulo, segmento, recta y semirrecta.
- Clasificación de ángulos. Sistema sexagesimal. Sentido horario y antihorario. Operaciones con ángulos (suma y resta).
- Triángulo: Clasificación de los triángulos según sus lados y ángulos. Propiedades de la suma de ángulos interiores del triángulo.
- Cuadriláteros.
- Noción de polígono.

❑ *Con relación con las TIC*
- Uso de la calculadora y notebooks.
- Manejo de soporte externo para grabación (pendrive).
- Conocimiento y manejo del software GGB.

2.5.4 Contenidos

Los contenidos propuestos contemplan los acuerdos de ejes de contenidos para la enseñanza de la Matemática de la institución en la que se pondrá en juego la secuencia y los del Plan de Estudio para el perfil Técnico Agropecuario que ofrece la FHAyCS de la UADER.

Al considerar la tecnología como medio para la enseñanza, se piensa en la selección de la misma siempre guiada por decisiones didácticas del docente, en relación a la definición de metas o propósitos que guían la enseñanza, la selección y organización de contenidos, las estrategias didácticas, etc. En consecuencia, los contenidos a trabajar son:

- Definición de polígono
- Elementos del polígono
- Clasificación de polígonos
- Características de los polígonos regulares
- Cubrimiento del plano
- Propiedades de las diagonales
- Propiedad de los triángulos

- Suma de los ángulos interiores de un polígono
- Perímetro y área de polígonos

2.6 Presentación de la secuencia de enseñanza de polígonos

En vista del trabajo y organización trimestral del ciclo lectivo, se planifica una secuencia que contempla diferentes grados de complejidad.

En un primer momento será necesario nivelar los saberes adquiridos por los estudiantes durante su escolaridad en la escuela primaria, resignificar los conocimientos geométricos previos y atender y revisar el uso y manejo del GGB (sobre todo para aquellos estudiantes que nunca lo usaron), realizando una actividad fácil y rápida de exploración del recurso a fin de conocer las herramientas básicas y la función de cada uno de los botones que ofrece el mismo. De esta manera se abordará la Geometría de forma dinámica e interactiva y se ayudará a visualizar los contenidos geométricos que son más complicados de afrontar desde un dibujo estático.

En el segundo momento, y atendiendo al tema de interés del TFI, se efectuará un recorte de la secuencia de enseñanza para analizarlo a partir de dos situaciones problemáticas dónde los estudiantes podrán emplear sus conocimientos básicos de geometría (rectas, ángulos, triángulos, cuadriláteros y pentágonos) y aplicar definiciones con algunas estrategias de construcción usando el software. En la primera situación problemática, trabajarán con hexágonos, deberán concluir por qué cada celda de un panal comparte un lado, utilizando diferentes escalas que puedan aplicarse a las medidas reales y reflexionar acerca de si un panal se puede construir usando otros polígonos. En la segunda situación analizada estudiarán las propiedades de los polígonos.

Luego de las dos situaciones problemáticas, en un tercer momento, resultará interesante saber si las abejas, además de recoger el néctar de las flores, construyen receptáculos para el almacenamiento de la miel y la crianza de las larvas, ubicados en celdas hexagonales y contiguas una a la otra, formando un mosaico, sin huecos ni salientes entre las celdas, aprovechando, de esta manera, el espacio al máximo. Algunos estudiantes podrán justificar esta relación a partir de lo trabajado en el Taller de Tecnología Específica “Jardinería”, aludiendo a que las abejas construyen en forma casi hexagonal sus celdas para guardar la miel y, que para corroborarlo, podrán explorar las superficies con GGB; así la secuencia seguirá investigando y construyendo las fórmulas del perímetro y área de figuras poligonales.

La forma de agrupación que se propondrá a los estudiantes, es en pequeños grupos de 2 o 3 alumnos, de ser posible cada uno con su celular y/o netbook; caso contrario, servirá que haya un recurso tecnológico por grupo, manteniendo esta organización para los restantes momentos de la clase.

Por su parte, el docente motivará a sus alumnos para que den respuestas por sus propios medios, recorrerá el aula, aclarará dudas e inquietudes, ayudará a los que todavía no han comenzado; observará el trabajo realizado, intervendrá para favorecer el intercambio en los grupos, la discusión y las defensas de las resoluciones, propiciando siempre un trabajo autónomo de los estudiantes. Al respecto, Brousseau sostiene que: "La devolución es el acto por el cual el docente hace que el alumno acepte la responsabilidad de una situación de aprendizaje (adidáctico) o de un problema y acepta él mismo las consecuencias de esta transferencia" (2007, p.87).

2.6.1 Análisis sintético del primer momento de la secuencia de enseñanza

El diseño de la secuencia cuestionó en qué podría contribuir la incorporación del GGB para abordar situaciones problemáticas que permitan involucrarse en la producción de los conocimientos geométricos adquiridos en la escuela primaria, cómo se pueden reforzar los mismo en las actividades propuestas y qué relaciones se tendrán que tener en cuenta para pasar de una geometría de "lápiz y papel" a un entorno de Geometría dinámica.

En este contexto, este apartado del TFI explica por qué es necesario planificar anticipadamente una primera parte de la secuencia de enseñanza propuesta, en la que se recuperan estos conocimientos previos geométricos con otro sentido y desde otro lugar; es decir, a partir del uso del software GGB, enseñando o recordando las herramientas básicas que este recurso ofrece (trazado de puntos, de segmentos, medición de longitudes, construcción de triángulos, etc.). Además, deberá atenderse a aquellos estudiantes que no lo conocen, incorporando su uso y acceso, para posibilitar y determinar qué permite hacer cada uno de los botones representados en la barra de herramientas, modelizar la construcción de figuras geométricas y observar la ventaja de utilizarlo.

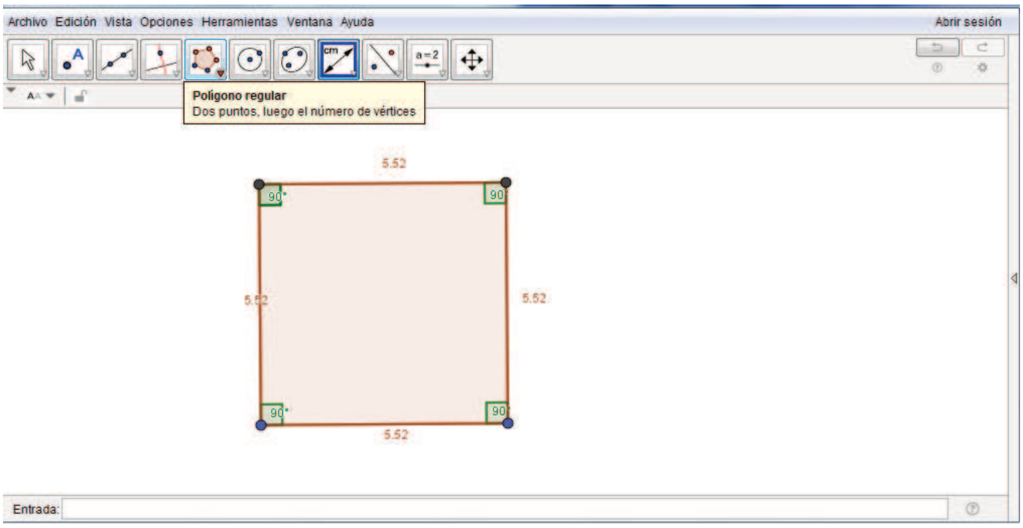
En consecuencia, la propuesta se focalizó en la elaboración y análisis de situaciones didácticas (Brousseau, 2007), incorporando el diseño de herramientas informáticas para la enseñanza en la Geometría (segundo momento de la secuencia). El autor antes referenciado, sostiene que: "(...) un medio sin intenciones didácticas es incapaz de inducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que adquiera" (2007, p.31).

Entonces, y en síntesis, ¿en qué consiste la propuesta? Previamente a las dos situaciones problemáticas que se trabajarán, los alumnos leerán los contenidos, de qué trata cada ventana del software, con un repertorio de herramientas y comandos, y probarán la opción "*vista*" hasta lograr que la hoja de trabajo quede en blanco. Así, crearán construcciones dinámicas con diferentes representaciones de los objetos geométricos y se iniciarán sus primeras aproximaciones del uso del dispositivo tecnológico. Al momento de realizar las gráficas, tendrán que seleccionar alguno de los botones disponibles en la *barra de herramientas*; con estos íconos, podrán realizar el dibujo, incluyendo opciones, al desplegar la pestaña, para trabajar la herramienta elegida; dibujarán rectas, segmentos y figuras utilizando la herramienta *Elige y Mueve*, con la ventaja de una dinámica que les permite observar lo que sucede y lo que han logrado.

Como puede observarse, el GGB puede ser un recurso accesible para los estudiantes, quienes podrán visualizar en el desarrollo de las clases conceptos geométricos, interpretar gráficas y escalas, realizar construcciones libres o guiadas a fin de resolver problemas, corroborar resultados, investigar y explorar hipótesis. Esto condice con lo planteado por Balacheff (2000), quien destaca la importancia de utilizar los entornos dinámicos, atendiendo a que manipular este software, genera una evidencia perceptual tan fuerte que se puede cometer el error de entender que la demostración no es necesaria o que si el docente mediante intervenciones no cuestiona los dibujos que efectúan los estudiantes, la ejecución por parte del sujeto es suficiente para demostrar lo que se ve en la pantalla.

En otro momento de la secuencia, los estudiantes probarán con distintos polígonos de tres y cuatro lados, que ya han visto, pero ahora usarán GGB y resignificarán algunos contenidos previos. Al construir un cuadrilátero con GGB, es posible que ubiquen cuatro puntos cualesquiera en la pantalla y al unirlos con la herramienta *segmento entre dos puntos,* vean el dibujo de un cuadrilátero; "el dibujo se deforma ¿al moverlo desde uno de sus puntos? al observar la familia de cuadriláteros, ¿qué se puede obtener?". Ante diversas construcciones, el docente puede preguntar: "¿todas las construcciones son válidas? ¿cómo están seguros?".

También puede indicar: "Construyan un cuadrilátero con GGB con todos sus lados congruentes. ¿Cuántas posibilidades hay? ¿por qué?". Los estudiantes podrían afirmar que un cuadrado (*figura 1,* posible construcción) es la respuesta y que este tiene cuatro lados iguales. A continuación, el docente podría preguntar: "¿Qué significa que un cuadrilátero sea regular?, ¿es el cuadrado un cuadrilátero regular?, ¿es posible que se puedan construir otros cuadriláteros con los cuatro lados iguales?".



(Figura 1, construcción del cuadrado utilizando la herramienta polígono regular)

Si alguno dice "un rombo" les pide que lo dibujen con GGB, de lo contrario se los muestra diciéndoles: "un alumno de otro curso me dibujó esto, ¿tiene cuatro lados iguales?, ¿cómo se llama?, ¿qué otras propiedades se acuerdan de él?". Ante las diversas respuestas puede seguir profundizando: "¿el rectángulo tiene cuatro ángulos rectos congruentes, ¿es regular?, ¿el cuadrado es un rectángulo?, ¿qué otros tipos de cuadriláteros hay?, ¿hay cuadriláteros convexos?, ¿hay cuadriláteros cóncavos?, para los triángulos, ¿hay regulares?, ¿cóncavos?, ¿convexos?, si los encuentran los dibujan con GGB y luego charlamos".

Luego, "¿Hay figuras de cinco lados?, ¿regulares?, ¿cóncavas?, ¿convexas? Si las encuentran, dibujen". Con estas preguntas aparece la palabra pentágono y se puede consultar: "¿Cómo los definirían?, ¿qué características tienen?, ¿qué son los pentágonos regulares?, ¿cómo son?, ¿y los pentágonos irregulares?" Entre todos podrían llegar definir que un pentágono es un polígono de 5 lados y que un pentágono regular es un polígono regular de cinco lados y ángulos congruentes.

A partir de la idea de pentágono se les puede preguntar qué recuerdan de los polígonos: "¿Cómo los definirían?, ¿qué pueden decir cuando se habla de polígonos?, ¿cuáles recuerdan?, ¿cómo se clasifican?, ¿qué tienen en cuenta para su clasificación según sus lados?". La intencionalidad del docente es que a través del GGB reconstruyan el concepto de polígono y visualicen a partir de diferentes figuras, la clasificación de los mismos, no sólo por la cantidad de lados o de ángulos que los componen, sino también por las medidas y amplitudes de los mismos, diferenciándolos en regulares y no regulares.

Arcavi y Hadas (2000) proponen la puesta en común de las distintas actividades para evidenciar las diferentes formas de resolver un problema. La resolución de la actividad, utilizando el software GGB, pretende que los estudiantes, realicen conjeturas, a través de las intervenciones docentes, la exploración y la comparación de gráficos y el fomento de un momento y espacio en el que puedan trabajar, incorporando la tecnología como un recurso dinámico y ágil.

2.6.2 Análisis del segundo momento de la secuencia: presentación de las dos secuencias del TFI

2.6.2.1 Actividad 1: "Construcción de polígonos: El panal de abejas"[10]

Tiempo previsto: 3 o 4 clases

En el Taller de Tecnología Específica "Jardinería" de la Escuela Alberdi, Mariano vio como las abejas construyen su panal. Junto con sus compañeros, se dio cuenta de que cada una de las celdas tenía la misma forma, con todos sus lados casi iguales, y que cada celda compartía sus lados con la celda vecina, sin dejar espacios vacíos. Si observan un panal de abejas, verán que su forma es como la siguiente figura:

[10] Remodelada de: Activados 1, libro de texto de la secundaria de la Editorial Puertos de Palos (p. 124) y en Los libros de 6, libro de texto de la primaria de la Editorial Longseller (p. 58).

Atendiendo al planteo, respondan/resuelvan:

a. ¿Cuántos lados tiene cada celda del panal? ¿Cómo se llama la figura geométrica que forma cada una de las celdas del panal?, ¿Te animarías a definirla?

b. Con el software GGB, ayuden a Mariano a construir una celda de panal.

c. Representen utilizando GGB el panal de abejas (la construcción que realizan tiene que formar un mosaico homogéneo sin huecos, es lo que se llama habitualmente cubrimiento del plano)

d. ¿Les parece que las abejas podrían hacer su panal con cuadriláteros? ¿Con cuáles?

e. ¿Y con pentágonos regulares?

f. Diseñen con GGB, un posible panal, teniendo en cuenta que las abejas podrían hacerlo usando un polígono regular de más de 6 lados.

2.6.2.2 Actividad 2: "Estudio de los polígonos: Posibles celdas de panales" [11]

Tiempo previsto: 3 o 4 clases

Reunidos en grupos de 2 o 3 integrantes, resuelvan las actividades propuestas, a partir de la siguiente situación:

Mariano tiene curiosidad en la construcción de los panales de las abejas y el estudio de los polígonos.

[11] Adecuada de: Matemática en 7° primaria CABA/ 1° libro de texto de la secundaria de la Editorial Santillana (p. 41 - 44) y Hacer Matemática 7/1 libro de texto de la secundaria de la Editorial Estrada (p 75).

Utilizando GGB, a Mariano le interesa saber:

a) ¿Cuántas diagonales puede trazar en cualquier cuadrilátero desde cada uno de sus vértices?

b) Si él traza una diagonal desde cualquier vértice, ¿en cuántos triángulos queda dividida la figura de 4 lados? Si mueve los vértices de la figura ¿se mantiene la misma cantidad de triángulos?

c) Si tuvo en cuenta los cuadriláteros construidos con GGB, ¿cuánto midió la suma de los ángulos interiores? Detallen más de una manera de resolución.

d) Investiguen y verifiquen qué sucede con otros polígonos del cuadro para poder completarlo. (En cada caso, escriban un cálculo para hallar la suma de los ángulos interiores de cada polígono. Tomen como referencia los triángulos interiores que se forman en cada figura. Comprueben si se verifica con cada uno de los polígonos dados).

POLIGONOS								
	Cuadrilátero	*Pentágono*	*Hexágono*	*Heptágono*	*Octágono*	*Eneágono*	*Decágono*	*En general*
Lados						9	10	n
Cantidad de diagonales desde cada vértice								
Triangulos que forman las diagonales desde un vértice								
Suma de los ángulos interiores								

e) Comparen sus respuestas con el resto de los grupos.

2.7 Recursos

- **Programas tecnológicos:** Software matemático GGB, procesador de textos Word.
- **Herramientas disponibles:** fotocopia, lápiz, hojas de carpeta, pizarrón, netbook, celular, pendrive, proyector, pantalla.
- **Guías de actividades:** fotocopia con el texto de las dos situaciones problemáticas.

2.8 Análisis didáctico a priori[12]

Esta secuencia didáctica intentará durante varios encuentros áulicos que los alumnos, en grupos de no más de tres participantes, desarrollen producciones propias recibiendo un acompañamiento docente y de sus pares.

En el primer momento de la secuencia hemos reconocido los conocimientos previos de los alumnos para trabajar polígonos y manejar GGB (se remite al punto 2.6.1), dado que la mayoría de los estudiantes maneja el software GGB, pero cabe la posibilidad de que asistan a clase estudiantes con capacidades diferentes, acompañados por sus profesores integradores. Para ello, habrá que comenzar un trabajo con algunas modificaciones a partir de estrategias lúdicas, con juegos que posibiliten la apropiación de los conocimientos y el desarrollo de capacidades y habilidades, a fin de que logren expresar sus ideas, que lleguen a cálculos aproximados, que el conocimiento abstracto se convierta en un conocimiento concreto que puedan interpretar.

A continuación los puntos siguientes, explicitan el trabajo y análisis propuestos para los otros momentos de la secuencia.

2.8.1 Análisis de la primera propuesta

La primera clase presenta una situación problemática relacionada con una actividad que los estudiantes han estado trabajando en el Taller de Tecnología Específica "Jardinería" previamente acordada con el docente, quien ha dejado preguntas abiertas que se relacionan con los contenidos a trabajar en Geometría.

Al conocer los panales de abeja, los alumnos se sienten motivados para encontrar la manera de utilizar GGB y obtener respuestas que, con dibujos del panal, pueden ampliarse mediante nueva información y resignificación de sus saberes previos, en un espacio de intercambio de ideas que incentive la expresión y la comunicación. Bien sostienen Arcavi y Hadas (2000), que la visualización de figuras "(...) organiza los datos disponibles en estructuras significativas, sino que también es un factor importante que orienta el desarrollo analítico de una solución" (p.25).

Los alumnos darán lectura detenida a los dos primeros puntos (*a* y *b*) y el docente preguntará si han comprendido; si algunos no han entendido, les propondrá que expliquen lo que hayan

[12] "(...) el objetivo del análisis a priori es determinar qué las selecciones hechas permiten controlar los comportamientos de los estudiantes y su significado. (...) este análisis se basa en un conjunto de hipótesis" (Artigue, 1995, p. 45).

realizado y, sin decirles la solución, intentará orientarlos para que trabajen solos en el grupo (devolución); después, el docente leerá en voz alta el enunciado de la consigna *a*, sumando preguntas para generar un intercambio de opiniones y la búsqueda de términos desconocidos, de ser necesario. Algunas consultas guía, pueden ser: "¿Todos pudieron ver un panal en el Taller?, ¿observaron sus celdas?, ¿qué figura geométrica pueden reconocer?, ¿cómo se llama?".
Esta actividad presenta infinitas relaciones a los contenidos desarrollados con anterioridad. En este caso, se trabaja con polígonos de seis lados cuya representación gráfica dependerá de la cantidad de lados de la figura para que puedan llegar a la definición de "hexágono".

Antes de desarrollar la puesta en común de las preguntas de la consigna *a*, se les preguntará: "¿Por qué creen que las abejas construyen todas las celdas y cada una de ellas comparte sus lados con las adyacentes sin dejar espacios vacíos?, ¿cómo se llama esto en Geometría?".

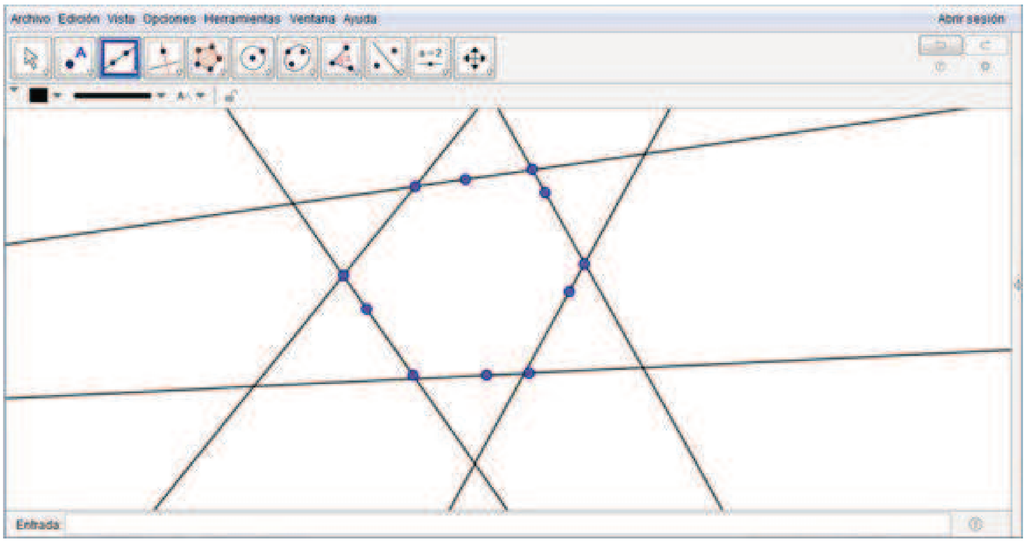
Al continuar con la consigna *b*, se les recuerda que han estado construyendo algunos polígonos con GGB, momento oportuno para preguntar: "¿Qué polígono lograron construir?". Es momento de suponer, de anticipar, algunas estrategias que los alumnos desarrollarían y las intervenciones que se podrían originar por parte del docente.

En relación a las estrategias, el trabajar en grupos supone revisar las consignas *a* y *b* seleccionadas con respecto a las tareas a resolver. Se piensa que las posibles estrategias desarrolladas por los estudiantes se van a fundamentar en la representación gráfica (como recurso visual), resolviendo las distintas situaciones problemáticas mediante sus diferentes conocimientos. De hecho, puede haber estudiantes que prefieran no utilizar GGB y trabajar con instrumentos de geometría, lo que les permitiría obtener una figura de 6 lados (regular o irregular) según las precisiones en la utilización de dichos elementos en la representación gráfica del objeto geométrico "hexágono".

Respecto a las intervenciones docentes, es central considerar la gestión de la clase por medio de preguntas vinculadas a la intencionalidad pedagógica de la situación problemática. Algunas serán necesarias para que los alumnos no se desanimen e intenten buscar una estrategia de solución pertinente, sin dar pistas. En otro caso, la intervención docente puede ocurrir para colaborar con los estudiantes a fin de que reconozcan e identifiquen algún conocimiento o para corroborar si podrían probar para algunos casos particulares y a partir de ello generalizar. sí podrían probar para algunos casos particulares y a partir de ello generalizar. Además, y después de los momentos de discusión de la clase, corresponde al docente generar conclusiones respecto a aquellos conocimientos que se han construido, contextualizados, en este caso particular, con el problema de las abejas.

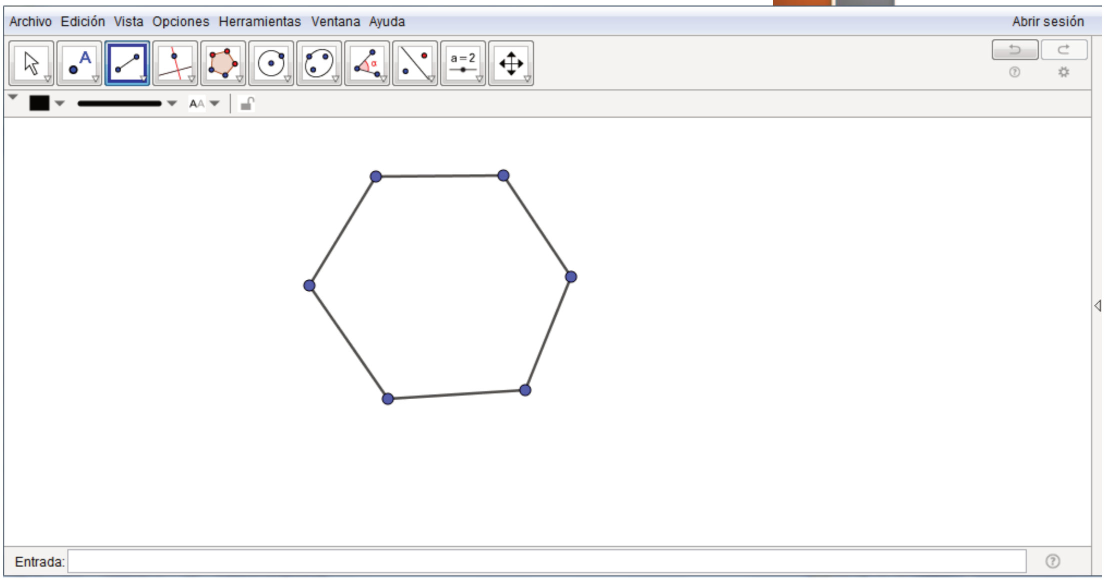
Pero en cualquier circunstancia el docente no debe mostrar su postura ante las diferentes estrategias (individuales o grupales), ya sean correctas o erróneas (incorrectas), es decir no se debe mostrar ni a favor ni en contra, por el contrario, debe ser activo y participar, pero sin validar las distintas respuestas a las que van arribando los grupos; además, debe evitar dar "pistas" sobre la resolución de la situación, así los estudiantes podrán desplegar procedimientos propios y desarrollar modos de pensamientos acordes a las propuestas planteadas, en las que

cobren sentido los momentos de discusión. Como se observa, estas intervenciones del docente pueden ser de gran utilidad para mantener la relación significativa del estudiante con la tarea.
Por lo tanto, en el siguiente momento de la secuencia, (consigna *b*) los estudiantes observarán la proyección de una posible estrategia de resolución (*figura 2*), donde aparece un supuesto "polígono de seis lados" y, a partir de ello, se pueden realizar preguntas para que vean que no utilizaron las herramientas adecuadas.



(Figura 2, construcción del hexágono con la herramienta recta)

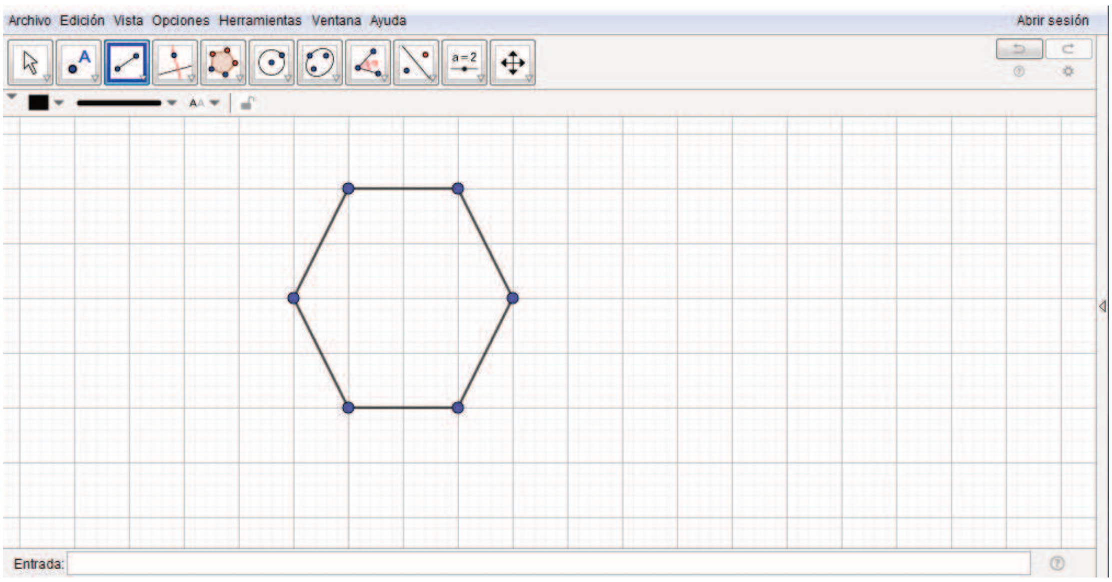
Para realizar la actividad comentada previamente, se puede organizar a los alumnos en grupos y pedirles que usen el software GGB para que, a través de la exploración, lleguen a una conclusión, errada o acertada, que les permita comparar la "figura hexagonal", a partir de lo observado y analizado por cada grupo.
El docente interviene para realizar preguntas acerca de lo proyectado y de GGB con el fin de ayudar a hacer circular el conocimiento entre todos: "¿Recuerdan la definición de polígono?, ¿qué es un hexágono?, ¿cuándo es regular?, ¿cómo son sus lados? Si lo estiran de un vértice ¿qué pasa? (moverán la figura desde uno de sus vértices), ¿qué diferencia existe entre recta y segmento?, ¿qué pasa con esta construcción realizada con GGB?".
Como se observa en la *figura 3*, pueden construir un hexágono (en relación a la consigna *b*) teniendo en cuenta la medida sólo en uno de sus lados. La estrategia aúlica y para alentar la participación de los alumnos, podría ser preguntar: "¿Cómo son los lados del hexágono y sus ángulos?, si mueven la figura desde uno de sus vértices: ¿se mantienen los mismos lados y ángulos?".



(Figura 3, construcción del hexágono a partir de la herramienta segmento dada su amplitud)

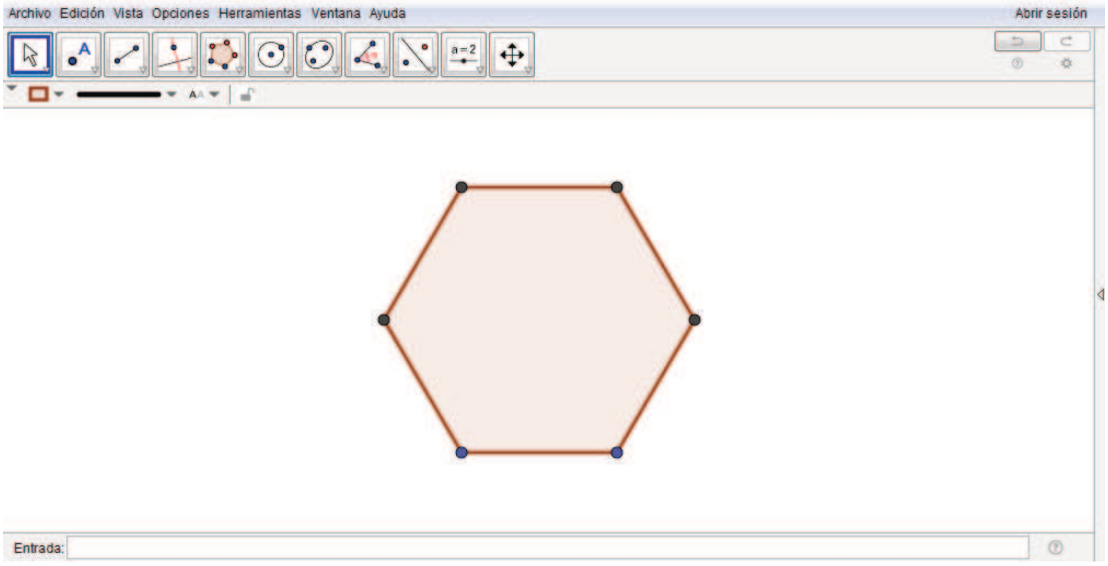
A partir de sus respuestas, los estudiantes verán que no utilizaron correctamente el GGB y el docente tendrá la posibilidad de registrar en el pizarrón de qué manera se aplicaron las herramientas del software para medir los lados y ángulos.

En otro momento y a partir de la *figura 4*, se podría pensar que los estudiantes dibujarán un hexágono (consigna *b*) tomando como referencia la cuadrícula del programa; esta es oportunidad para preguntar: "¿Es un hexágono regular?, ¿qué deben usar para graficar los lados del polígono?". En caso de que no lo recuerden, se puede generar la duda para toda la clase y poder ver, así, la diferencia entre su construcción y un hexágono regular: "¿Notaron la diferencia?, ¿cómo se dieron cuenta?, ¿qué pasa si lo mueven desde uno de sus vértices?".



(Figura 4, construcción del hexágono utilizando la cuadrícula)

Por último, puede proyectarse la *imagen 5,* correspondiente a la resolución de la *consigna b* de un grupo que quizás pudo manejar la herramienta GGB y poner en juego los conocimientos previos para la construcción del polígono. Si vemos que nadie lo logró, decimos: "Un alumno de otro año hizo esto, ¿cómo comprobamos si está bien?":



(Figura 5, construcción del hexágono utilizando la herramienta polígono regular)

A partir de ello, se puede indagar para saber cómo llegaron a la construcción correcta de la consigna: "¿Qué tuvieron en cuenta para construir el hexágono regular?, ¿cómo la realizaron?, ¿teniendo en cuenta la medida de sus lados o de sus ángulos?, ¿están seguros de que cumple con todo lo pedido?, ¿qué sucede si mueven la figura desde uno de sus vértices?, ¿sucede lo mismo al mover desde un vértice azul o desde un vértice negro?".

Así, al compartir sus producciones de la consigna *b*, los alumnos tendrán la oportunidad de afirmar que: "Las celdas son figuras cerradas que forman un hexágono regular". Será un ida y vuelta de preguntas y respuestas, por ejemplo: "¿Cómo se construye un hexágono con GGB?, ¿qué son los polígonos?, ¿cómo se clasifican según el número de sus lados?".

Con una breve puesta en común, los alumnos podrán debatir sus interpretaciones de las consignas *a* y *b*, tratando de obtener una explicación a la situación problemática. Es una finalidad intentar que los estudiantes piensen y elaboren respuestas por sus propios medios, aún sabiendo que pueden ser correctas o no, pues trabajar contenidos o propuestas geométricas implica trabajar con ejemplos que pueden cumplir o no con las propiedades a abordar.

El docente puede invitar a los alumnos a comentar qué es un hexágono regular: "¿Será posible construirlo con un hexágono irregular?, ¿qué diferencias ven en cada construcción?, ¿se puede formar un panal?".

Al surgir el "no ejemplo" (polígonos no regulares) se podrá indagar en el razonamiento deductivo y las argumentaciones necesarias para la "no posibilidad" y fomentar el desarrollo de capacidades para una demostración matemática a partir de la validación. Como sostiene Arcavi y Hadas (2000), el "por qué" que surge de la necesidad de validar ese "no ejemplo" conlleva a probar las propiedades ya existentes, a revisar el proceso de experimentación y lograr la coordinación de las diferentes representaciones del concepto abordado. De esta manera se podrán evidenciar las diferentes formas de resolver un problema. Este ejercicio genera el interés en los estudiantes, acerca de distintas alternativas para llegar a los resultados, conociendo nuevas formas de lograrlo, como así también propicia la argumentación de sus producciones. Retomando la primera actividad, se puede remitir a que se pretende que ante esta pregunta los estudiantes puedan dar ejemplos o graficar en el GGB.

A partir de los debates que se puedan gestar en el aula, el docente llegará a la institucionalización; se explicitará en el pizarrón como conclusiones y los estudiantes lo registrarán en sus carpetas, también puede pedir a un grupo que haga una lámina para que funcione como memoria de la clase.

Al mismo tiempo, será importante recordar que los polígonos son figuras geométricas planas de forma cerrada que está delimitada por segmentos, estos segmentos son los lados. La palabra polígono proviene del griego *poli* que significa *"muchos"* y *gonos* que significa "*lados*". Se pueden clasificar de tres formas diferentes:

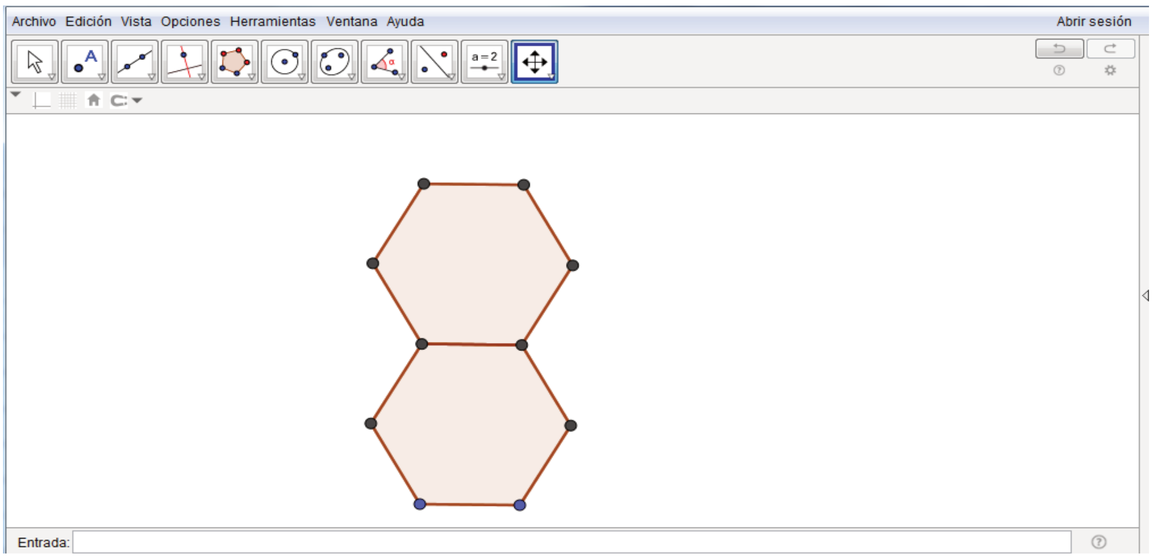
- Según sus lados:
  - Triángulo: 3 lados
  - Cuadrilátero: 4 lados
  - Pentágono: 5 lados
  - Hexágono: 6 lados
  - Heptágono: 7 lados
  - Octógono: 8 lados
  - Eneágono: 9 lados
  - Decágono: 10 lados
  - Endecágono: 11 lados
  - Dodecágono: 12 lados
- Según sus ángulos:
  - Polígonos cóncavos: es cuando el polígono tiene un ángulo que mide más de 180º.
  - Polígonos convexos: es cuando todos los ángulos del polígono miden menos de 180º.
- Según sus lados y sus ángulos:
  - Polígonos regulares: es cuando un polígono tiene todos sus lados y ángulos iguales.
  - Polígonos irregulares: es cuando en un polígono hay uno o más lados y/o ángulos que no son iguales.

Los estudiantes podrán elegir la herramienta *Polígono regular* y *cantidad de lados* utilizada. Visualmente podrán afirmar que los ángulos interiores son iguales y al medirlos con la herramienta *Ángulos* confirmarán su hipótesis. Otros tal vez no logren visualizar dicha herramienta, por lo que podrían construir polígonos a partir de unir puntos con segmentos y obtener diferentes polígonos (según la cantidad de puntos). Observarán que, si mueven un vértice (punto), cambiarán las medidas de los lados y si mueven un lado, éste no se modifica, pero sí cambian las medidas de los demás segmentos, hasta descubrir en la barra de herramientas, la ventana *Polígono* o *Polígono regular.*

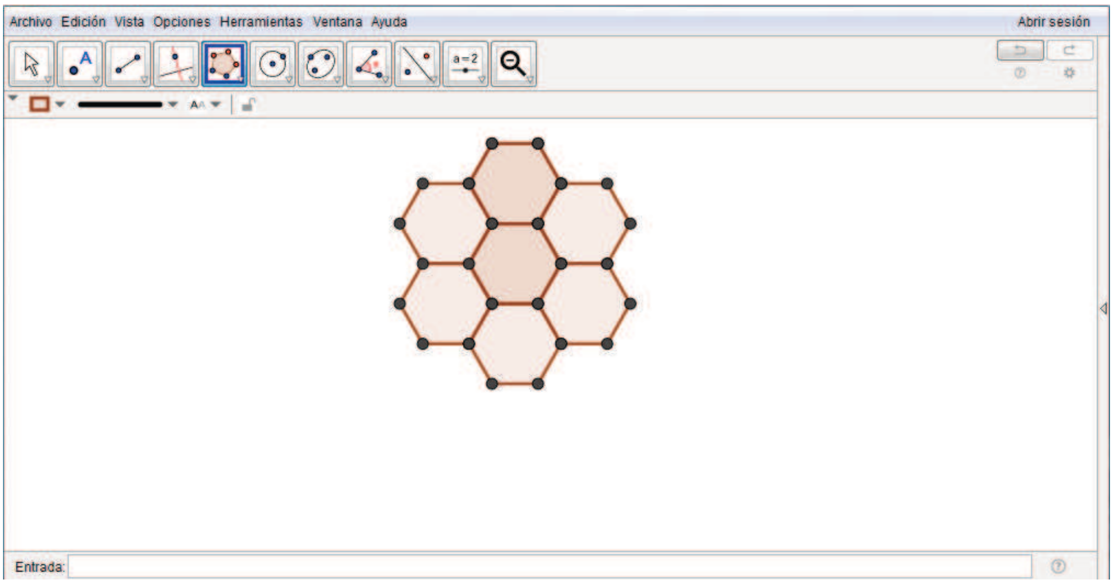
Una vez realizadas las dos primeras consignas, los estudiantes podrán continuar con un trabajo autónomo de las demás actividades con los mismos grupos que habían constituido. La selección intencional de algunos trabajos se proyectará con el cañón para que cada grupo explique lo realizado.

El docente podría pedir a los estudiantes que, atendiendo a su proceso de trabajo, anoten algunos consejos para construir distintos polígonos con GGB, o sea, podrían realizar una producción escrita en la que organizarían sus ideas para luego discutirlas e incorporar algunos otros consejos para el caso de que no los hayan tenido en cuenta.

Teniendo en cuenta la cantidad de tiempo que llevará concluir las consignas anteriores, se puede seleccionar en forma intencional un grupo que haya construido bien el panal, consigna *c,* para que muestren sus imágenes mediante un proyector, y en un trabajo colectivo, expliquen cómo la resolvieron. Al mismo tiempo pueden realizarse preguntas para poner en duda lo construido con la participación de los demás estudiantes. Primeramente, se cree que pueden intentar tomar el lado superior del hexágono (*figura 5*) y construir a partir de ese segmento (teniendo en cuenta el sentido antihorario), un segundo hexágono consecutivo, es decir, intentar construir otra celda del panal, cuya figura de seis lados (*figura 6*) tiene un lado en común con el hexágono anterior, pues de lo contrario (si no se respeta el sentido antihorario), dichos hexágonos se superponen; una vez visualizado este concepto, lo podrán tomar como referencia para la construcción del resto del panal (*figura 7*).

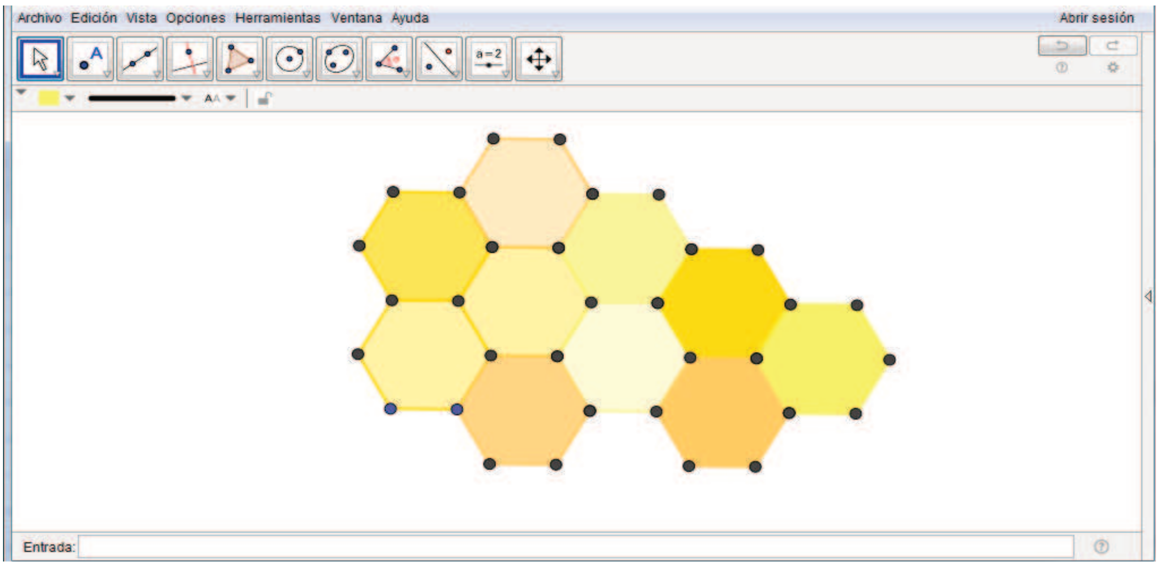


(Figura 6, construcción el hexágono inferior y luego el hexágono superior a partir del lado en común)



(Figura 7, armado del cubrimiento del plano con hexágonos regulares)

Alcanzar el objetivo de la consigna *c*, generará discusiones que podrán presentarse al momento de plantear y organizar las respuestas pedidas por el docente; para lograr esto, es necesario que los estudiantes diseñen posibles panales teniendo en cuenta las demás consignas dadas. Dentro de la charla, podrá surgir la inquietud de saber que sí, con cualquier polígono regular de más de seis lados, se pueden construir panales (de una manera no esperada, se adelantan en el hallazgo de respuestas de las preguntas posteriores) más adelante y al graficar con GGB, verán que esto no es posible. De tal forma esa sorpresa (o desconcierto), les generará una clara diferencia con las predicciones anticipadamente enunciadas. Se puede retomar el tema, preguntando: "¿Saben que es un cubrimiento del plano?" (consigna c) y dar el ejemplo de la *figura 7 y 8.*



(Figura 8, diseño del cubrimiento del plano, utilizando la herramienta propiedades del objeto)

En clases posteriores, se puede retomar lo trabajado y pedir que construyan una celda de panal para representarla a partir de las medidas reales con las que trabajan en el Taller; que analicen en conjunto las distintas construcciones posibles, usando diversas medidas de segmentos (guiar para que utilicen todas las opciones posibles: múltiplos, proporcionalidad); que puedan llegar a la conclusión de que uno de los lados de la figura hexagonal está determinado por un *segmento AB*, segmento que puede variar según la medida utilizada.

Este momento será propicio para que expongan sus conclusiones, y entre todos, corrijan las que no fueron correctas, ya sea por un mal manejo de medidas o por cálculos erróneos.

En este sentido, los errores pueden surgir a partir de la ausencia de significado de los contenidos escolares previos, por ejemplo: error en la interpretación de gráficos o desconocimiento de las relaciones que se establecen entre ellos; los mismos se pueden tratar de solucionar mediante preguntas que habiliten la argumentación docente sobre los errores y, al tiempo, puedan constituir nuevos problemas y permitan socializar en la clase los mismos.

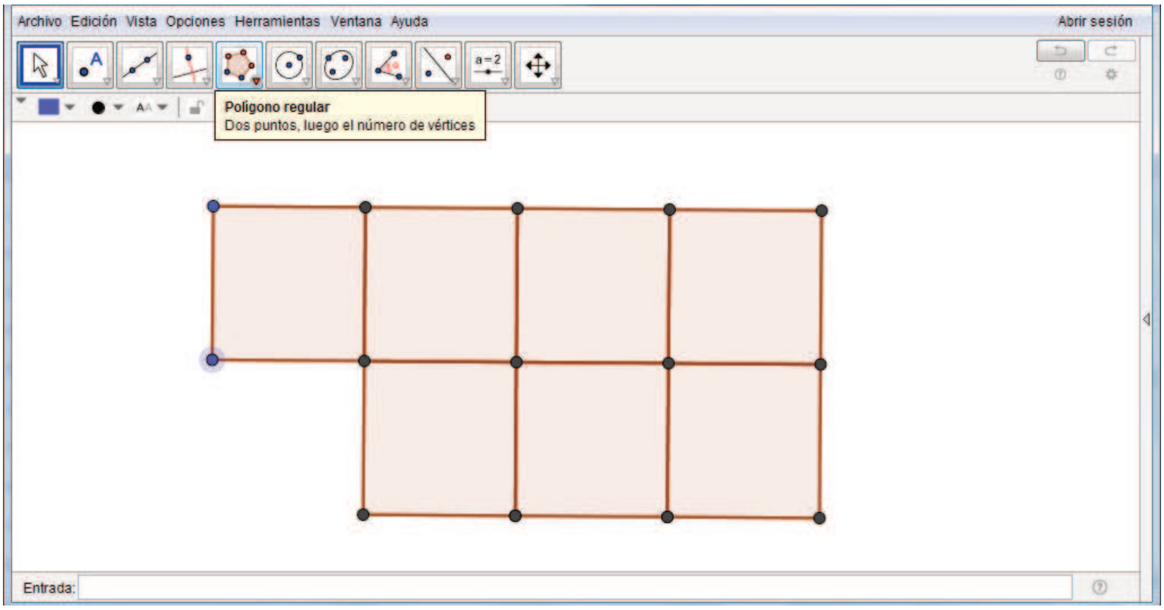
Esto da pie a que sean los alumnos los que busquen la solución, compartiendo y complementando sus conocimientos.

Será primordial para el proceso, realizar un seguimiento a cada grupo, observar las producciones, el manejo de las herramientas, sí aplican o no sus conocimientos previos, si utilizan medidas adecuadas, etc. Tendrán aciertos y desaciertos y es oportuno crear momentos de estimulación que provoquen conflictos cognitivos para propiciar el análisis, la discusión y la validación de lo trabajado, es decir, tomar la duda como instrumento para que puedan defender su trabajo (se supone que estos trabajos van a aparecer y si no, se va a plantear como si fuera un alumno de otro curso, para problematizar la situación).

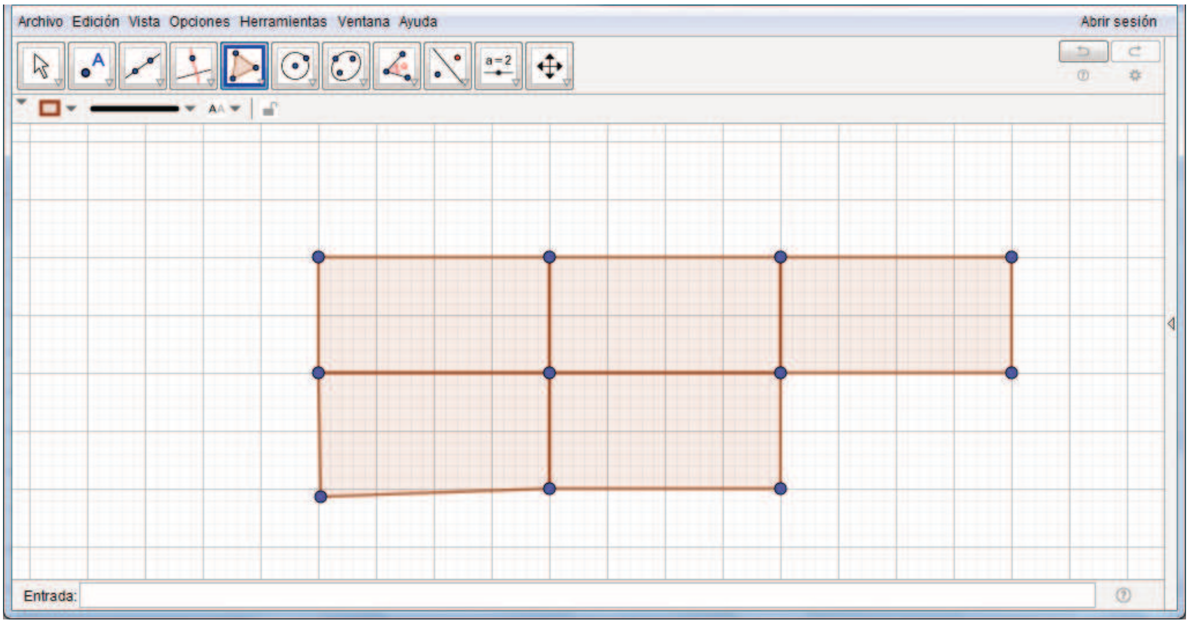
A todo lo descrito se sumará que, a través del trabajo paralelo con el Taller de Tecnología Específica "Jardinería", los estudiantes sabrán que las abejas tienen una intuición natural para construir celdas de cera que dan como resultado una estructura (panal) que contiene la miel elaborada y sus larvas; además, adaptan su cuerpo a esa figura geométrica, estructuralmente resistente y eficiente como contenedor, considerando la forma hexagonal para construir sus panales y vivir en sus colmenas, usando la misma cantidad de recursos pero, en los panales más jóvenes, comienzan construyendo celdas redondas que el paso del tiempo transforma en hexágonos. A estos diseños, que se forman combinando diferentes dibujos de hexágonos regulares de modo que no se superponen ni queden espacios vacíos entre ellos, se los llama embaldosado o cubrimiento del plano. La imagen del panal que aparece en la situación problemática, es un cubrimiento natural del plano formado exclusivamente por hexágonos.

Estas conclusiones pueden escribirse en afiches y luego en sus carpetas para que queden como memoria de la clase y se puedan retomar y trabajar en el siguiente encuentro.

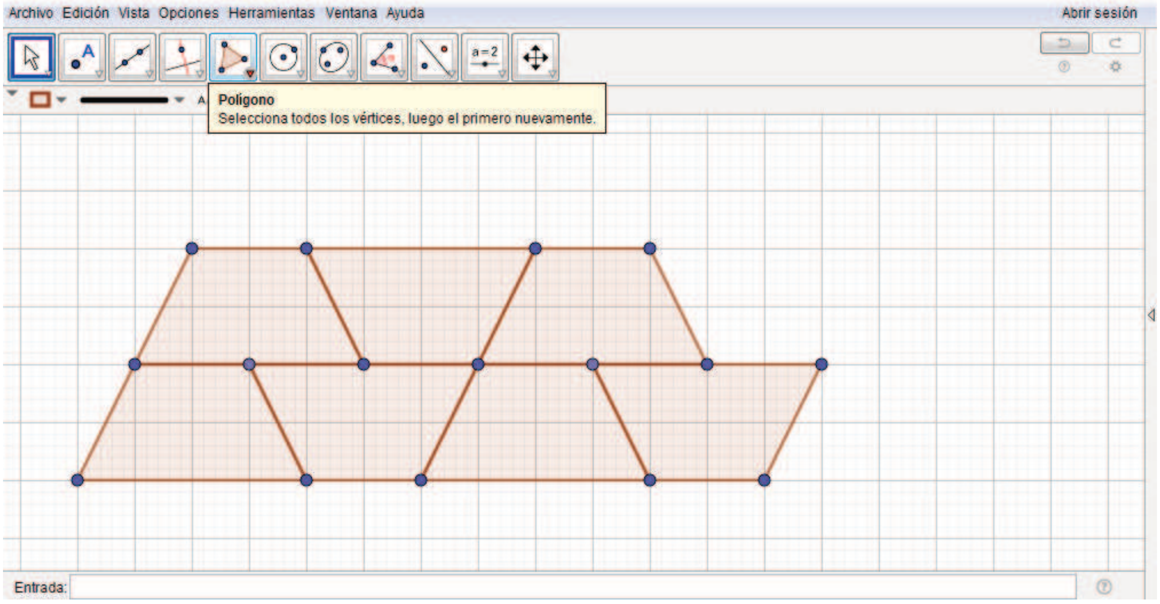
Se puede suponer que trabajar la consigna *d*, resulte dificultoso; por lo tanto, será necesario que el docente realice algunas preguntas para el grupo: "¿Qué cuadriláteros conocían?, ¿qué cuadriláteros pueden usar para construir un panal?, ¿con cuáles es posible?, ¿qué sucede si mueven uno de sus vértices?". Observando si se mantiene el teselado de los cuadriláteros en todas las construcciones y averiguando en cuáles es posible y en cuáles no, se vuelve a preguntar: "¿Por qué?, ¿cómo lo saben?, ¿están seguros?, ¿les parece?" Esto podría generar trabajos como los de las *figuras 9, 10 y 11*, y si no lo logran se preguntaría: "¿Y con trapecios se puede realizar el cubrimiento?, ¿cualquier trapecio?, etc.".



(Figura 9, cubrimiento del plano con cuadrados)

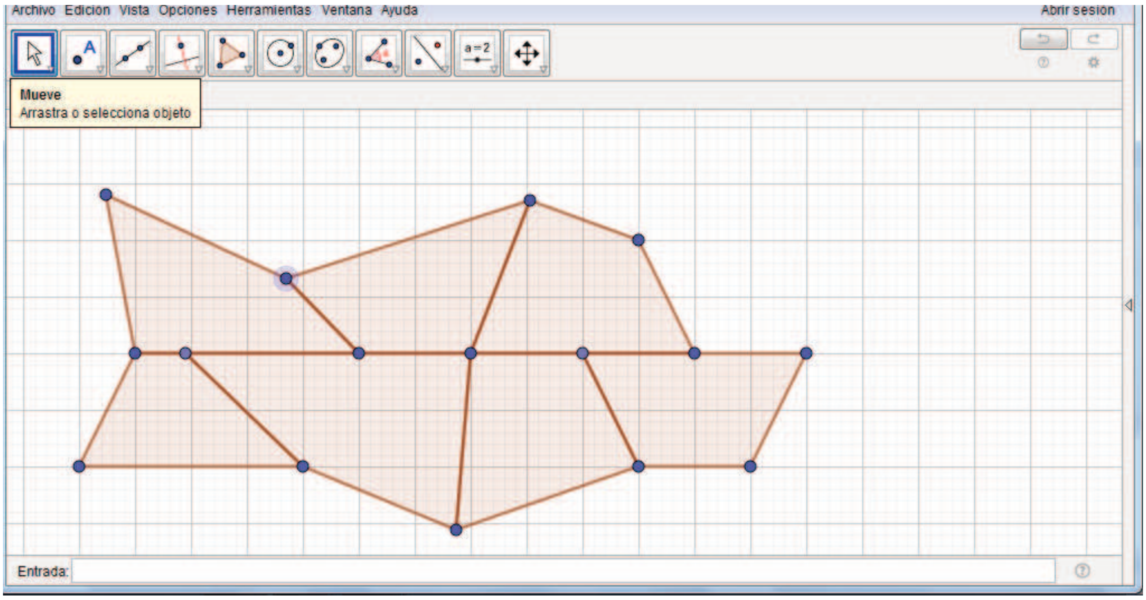


(Figura 10, cubrimiento del plano con rectángulos)



(Figura 11, cubrimiento del plano con trapecios)

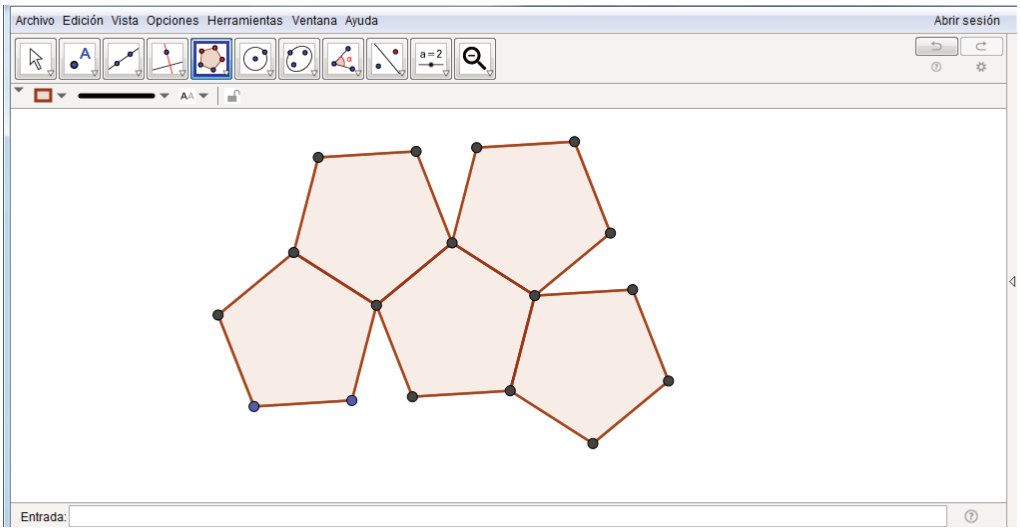
También se puede asistir en el uso del GGB recordando a los estudiantes que las propiedades geométricas de la figura (cuadrilátero) que elijan para construir el panal deben ser las adecuadas para conservar sus formas, que vean que pueden ser movibles y que existe la posibilidad de que "se desarmen" si no tuvieron en cuenta ciertas propiedades (ver *figura 12*) y que sólo se mantienen en la *figura 9* (cuadrilátero regular). Las siguientes son algunas intervenciones docentes que pueden colaborar: "¿Qué cuadriláteros se utilizaron para construir el teselado?, ¿qué se puede decir de la medida de la longitud de los lados de estos polígonos?, ¿son todas las piezas regulares?, ¿cómo se puede saber?, ¿qué sucede alrededor de los vértices de los polígonos del teselado?, ¿qué condición deben cumplir los lados de esos polígonos para que el teselado quede construido?".



(Figura 12, cubrimiento del plano con cuadriláteros irregulares)

Asimismo, se podría mostrar una construcción que a ellos no se les haya ocurrido, por ejemplo, como la de la *figura 12,* afirmando que un estudiante de otro curso utilizó cuadriláteros irregulares, para que vean una construcción distinta y puedan responder: "¿Está bien lo que pensó?, ¿es correcta su forma?, ¿recuerdan la definición de cubrimiento del plano?, ¿les parece qué logró dibujar uno?, si mueven los vértices: ¿qué sucede?".

Otra alternativa es usar una herramienta propia del trabajo docente, dibujar la *figura 13*, proyectar con el cañón y comentar: "Esto lo hice yo para responder la consigna *e*, ¿qué opinan?, ¿esta construcción cumple todos los requisitos?, ¿por qué?". Esto se toma como una estrategia para evaluar aprendizajes incorporados, si los estudiantes son abiertos a las consultas y ver de qué manera reaccionan ante la posibilidad de que sea la docente quién realice la actividad y sean ellos quienes evalúen si está bien desarrollada o no. Además, podrían afirmar que con el pentágono no se puede formar un panal, porque quedan "espacios vacíos" *(figura 13)*.

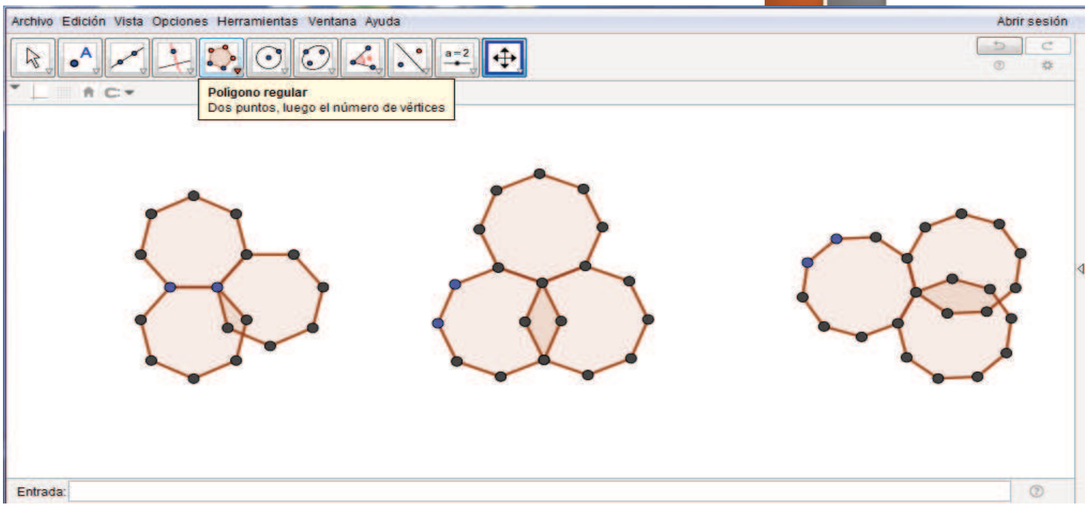


(Figura 13, cubrimiento del plano con pentágonos)

Considerando que fueron discutidas y analizadas las consignas hasta la *e*, se puede pedir como tarea para la próxima clase la resolución de la consigna *f*, para lo que los estudiantes trabajarán individualmente: diseñarán, con GGB, un posible panal teniendo en cuenta que las abejas lo hacen usando un polígono regular de más de 6 lados.

La finalidad de lo antes mencionado es comprobar que pudieron resolver la actividad fuera del ámbito escolar, más allá de que sus resoluciones sean parciales, erradas o acertadas, pues a través de esta búsqueda podrán construir nuevos modelos que sean útiles para avanzar en el proceso de aprendizaje.

En un nuevo encuentro, los alumnos pueden ubicarse en grupos, lo que permitiría que puedan confrontar las respuestas individuales entre ellos y llegar a algunas conclusiones, aunque sean parciales, para luego realizar una puesta en común donde compartirán y debatirán la tarea hecha en casa y las conclusiones grupales que han arribado. Utilizarán el proyector para analizar y discutir lo que se piensa que han realizado y sus procesos de construcción con GGB (*figura 14)*.



(Figura 14, cubrimiento del plano con polígonos de más de seis lados)

El debate entre ellos y la realización de algunas intervenciones, favorecen la socialización de las construcciones y colaborarán para que concluyan que no podrán construir un panal de abejas con polígonos regulares de más de 6 lados porque una parte de los polígonos queda superpuesta. Este es el momento para retomar las resoluciones a las consignas *c, d, e* y *f* y preguntar: "¿Qué polígono tuvieron en cuenta para realizar el panal de abejas?, ¿qué herramientas del software utilizaron para construirlo?, ¿todos utilizaron las mismas herramientas?, ¿alguno utilizó otra diferente?, ¿pudieron construir el panal de abejas con cuadriláteros?, ¿cuánto suman los ángulos en un vértice?, ¿suman igual en todos los cuadriláteros?, ¿cuánto vale cada ángulo interior del cuadrilátero?, ¿y con pentágonos?, ¿cuánto suman los ángulos en un vértice?, y en el hexágono que sabemos que se podía construir el panal, ¿cuánto suman los ángulos en un vértice?, ¿y con polígonos de más de 6 lados?, ¿qué me pueden decir de la suma de los ángulos en un vértice?".
A partir de este trabajo, el docente podría concluir junto a sus estudiantes: es posible cubrir el plano con un polígono regular si al colocar varios iguales, sin superponerse y haciendo coincidir un vértice de cada uno en un mismo punto, se puede cubrir 360° alrededor de ese punto. Esto se logra si el valor de un ángulo interior es divisor de 360°[13]. Los saberes alcanzados quedarán registrados en sus carpetas.

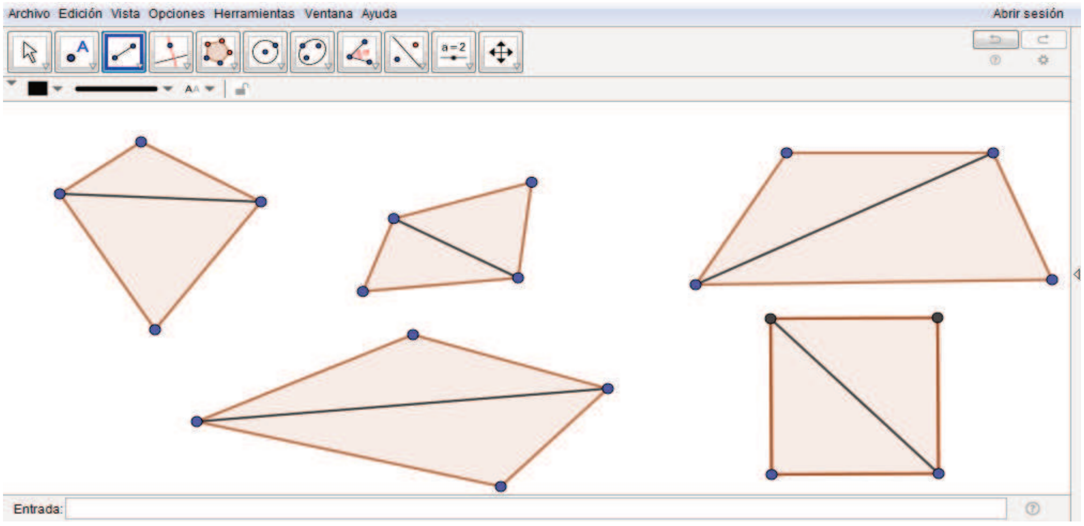
2.8.2 Análisis de la segunda propuesta

Se podría comenzar recordando las conclusiones de la primera situación problemática, luego se pueden formar nuevos grupos de trabajo para que puedan realizar la segunda propuesta utilizando GGB.
El proceso comenzaría con el análisis del cuadrilátero y sus diagonales (consigna *a*) para que los estudiantes se interioricen con esta representación a partir de las propiedades que describe

[13] Adaptado de Hacer Matemática 7/1 libro de texto de la secundaria de la Editorial Estrada (p 78).

el objeto matemático, dejando de lado las características particulares del dibujo. En este sentido, Fischbein (1993) afirma que "(…) lo que caracteriza a un concepto es el hecho de que se expresa una idea, una representación general e ideal de una clase de objetos, basada en sus rasgos comunes" (p.1).

Luego del primer momento, se pueden observar las diferentes opciones de resolución que los alumnos utilizaron para desarrollar la consigna *a*, y preguntar: "¿En todos los cuadriláteros pudieron trazar la misma cantidad de diagonales?". Además, se puede proponer que comparen los gráficos obtenidos en sus pantallas (trazando la diagonal), advirtiendo que podrían realizar construcciones con cuadriláteros regulares y otras con cuadriláteros irregulares *(figura 15).* Se piensa que pueden intentar trazar las dos diagonales y en ese caso se les puede consultar: "¿Responde a la consigna solicitada?, ¿cuántos lados tiene el cuadrilátero y cuántas diagonales por vértice tienen?", y llegar a la conclusión de que los cuadriláteros tienen una diagonal por vértice.



(Figura 15, trazado de la diagonal desde un vértice de diferentes cuadriláteros)

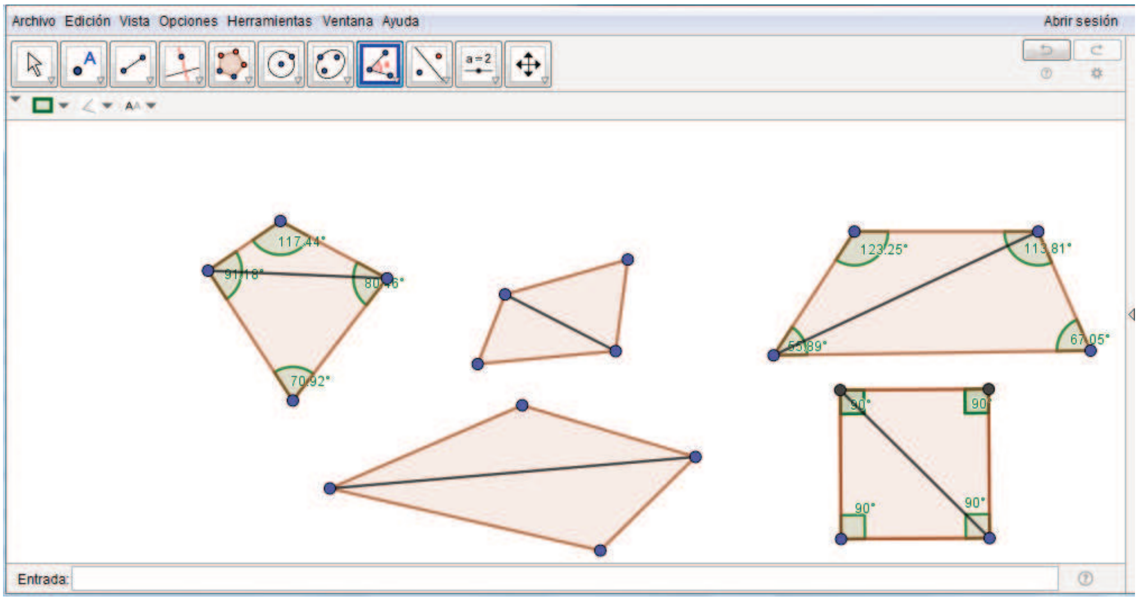
Al momento de representar distintos cuadriláteros, debería repasarse lo que recuerdan y en base a sus construcciones de los ángulos interiores, pedir que los muevan para que los transformen en otras figuras de cuatro lados y preguntar: "¿Las medidas de sus lados cambiaron?, ¿en cuántos triángulos quedó dividido el cuadrilátero al mover los ángulos?, ¿y las medidas de sus ángulos?, ¿y al no hacerlo?, ¿qué pasa con la suma de los ángulos interiores del cuadrilátero cuando lo movieron?"

Como se observa, se usan sus conocimientos previos con dos alternativas de trabajo, a fin de que puedan ver que, si trazan desde cualquiera de sus vértices una sola línea diagonal (consigna *b*), el cuadrilátero se transforma en dos triángulos (*figura 15*) y que si mueven un vértice, modifican las medidas de los lados, pero si sólo cambian un lado, sufrirá una variación en la medida de la longitud del resto de los segmentos.

Estas acciones demuestran que:

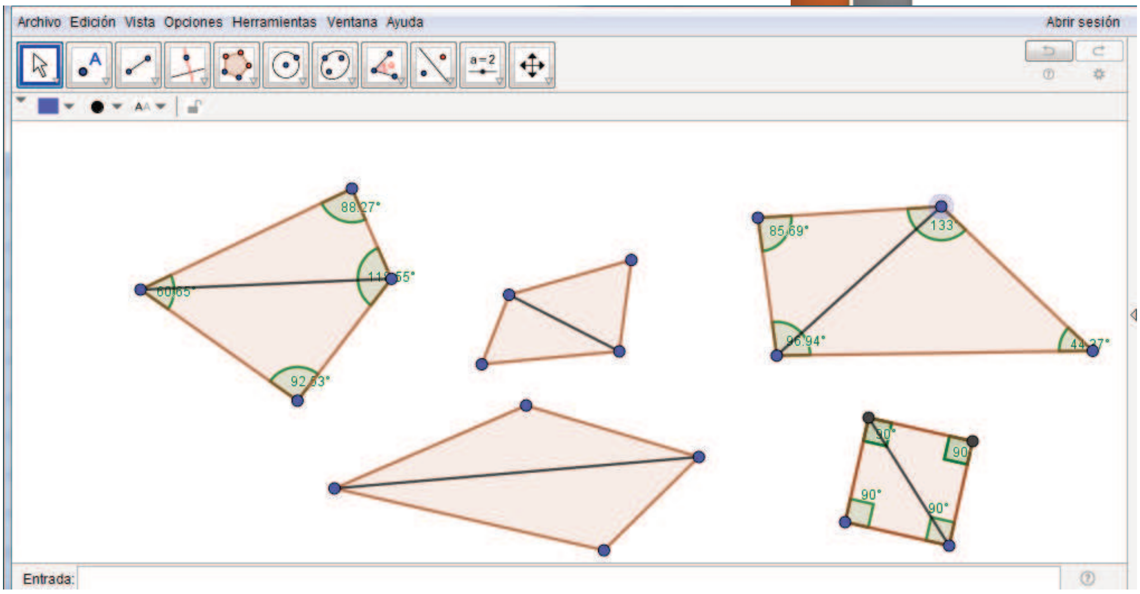
> (...) Los desplazamientos o arrastres se constituyen en una herramienta que no existe en el trabajo a mano, que permite saber si la construcción realizada fue hecha o no a partir de las propiedades de las figuras. En ese sentido, la construcción dejará de ser validada si, al ser desplazada, pierde sus características. (...) Y, en caso de que su construcción no resista el arrastre (se deforme), el alumno es llevado a buscar otras estrategias. (Novembre y otros 2015, p. 32)

Para responder a la pregunta *c,* algunos estudiantes observarán que pueden obtener una familia de cuadriláteros (por ejemplo, en el caso del cuadrado y el rectángulo, se logra sumando cuatro veces 90° o bien, multiplicando 90° por cuatro) y otros, podrán llegar a la misma conclusión (consigna *c*) utilizando el concepto de triángulo y la suma de sus ángulos interiores, si la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°, entonces como tengo 2 triángulos será 180°. 2= 360°. En el caso de que no lo recuerden se les podría mostrar *la figura 16* realizada por el docente. quién preguntará: "¿Cuánto sumaban los ángulos interiores de un triángulo?, ¿lo recuerdan?. Un alumno de otro curso me dijo que como tiene dos triángulos por vértice un cuadrilátero, multiplica 180° por dos, ¿será posible?, ¿qué puede hacer?, ¿cuánto le daría la suma de los ángulos interiores del cuadrilátero?".



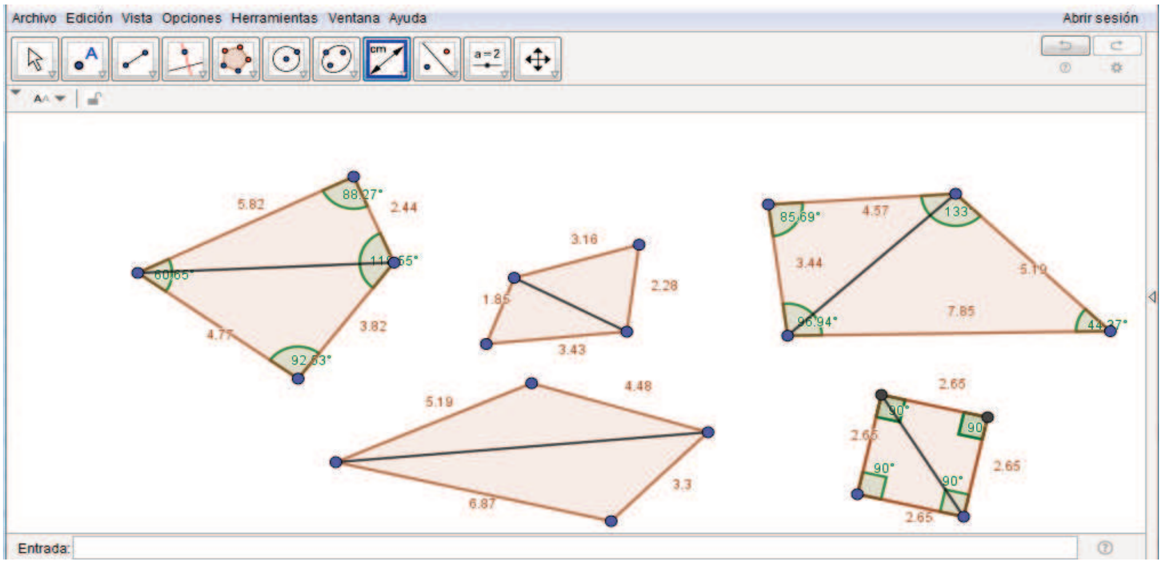
(Figura 16, trazado de la diagonal desde un vértice y cálculo de los ángulos interiores de diferentes cuadriláteros)

En el caso de que el cuadrilátero sea irregular, pueden sumar las medidas de sus cuatro ángulos utilizando la herramienta *ángulo* (en este caso no es necesario trazar la diagonal) o aplicar el concepto de triángulo utilizado en el ejemplo anterior (*figura 17*). Esta última resolución, al ser sencilla y económica, cumple para cualquier cuadrilátero, sea regular o no.



(Figura 17, cálculo de los ángulos interiores en diferentes cuadriláteros dividiendo en dos triángulos)

Puede suceder que otros alumnos, opten por trabajar con el valor de la suma de los ángulos interiores de cualquier cuadrilátero y al mover los vértices obtendrán diferentes medidas de lados (*figura 18*) y de ángulos (*figura 16* y *figura 17*); esto puede ser motivo de consulta al docente.



(Figura 18: medida de la longitud de los lados en cuadriláteros regulares e irregulares)

Es importante ayudar en el intento de utilizar diferentes cuadriláteros para que descubran las propiedades adecuadas, según el cuadrilátero que elijan, y alentar a que utilicen significativamente la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo, ya que ha sido trabajada previamente con sus elementos, su clasificación según sus lados y ángulos, su construcción y demostración de propiedades.

De ser necesario, y una vez resueltas las consignas *b* y *c*, se puede pedir que realicen el mismo trabajo en lápiz y papel (utilizando elementos geométricos), que grafiquen el mismo polígono y noten la diferencia, pues en todos los casos llegarán a la conclusión de que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero, cualquiera sea su forma, es de 360°.

En las clases siguientes, y para poder responder la consigna *d*, será necesario dibujar diferentes polígonos utilizando GGB, haciendo un trabajo similar al que realizaron con los cuadriláteros, y clasificarlos, no sólo por la cantidad de lados o de ángulos que los componen, sino también por las medidas y amplitudes de los mismos. Otro tipo de trabajo puede ser que a un estudiante se le ocurra medir la longitud de los lados, remarcando la importancia de las construcciones que resisten el arrastre; además, observarán las características comunes que se generan y sus propiedades.

En relación a la construcción de un pentágono (lo que remite a la consigna *d*), pueden realizarse algunas intervenciones docentes como las siguientes: "¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde uno de sus vértices?, al trazarlas: ¿en cuántos triángulos quedó dividido el pentágono?, ¿sucede lo mismo con cualquier pentágono?". Se puede proponer continuar investigando y verificando el comportamiento de los demás polígonos que aparecen en el cuadro a trabajar en la consigna *d*, teniendo en cuenta la cantidad de lados, para descubrir que, a partir de las diferentes construcciones con GGB, existe una relación entre los lados y las diagonales que se trazan desde cada vértice. Será útil el trabajo realizado con cuadriláteros, sacar la suma de los ángulos interiores de un triángulo multiplicando por dos, que son la cantidad de triángulos formados por una diagonal trazada en un vértice; y luego: así podrán tener indicios de que lo mismo pueden realizar con el pentágono y los polígonos de más lados hasta el decágono, hallando la suma de los ángulos interiores a partir de la cantidad de triángulos que le quedan formados por una diagonal vértice en los distintos polígonos, multiplicando 180° por la cantidad de triángulos. Esto alentaría a los estudiantes para que comparen con la cantidad de triángulos, pues Fishbein (1993) sostiene, que en el razonamiento geométrico, los objetos se pueden investigar y manipular:

> (…) son entidades mentales, llamadas por nosotros conceptos figurales, que reflejan propiedades espaciales (forma, posición y tamaño) y al mismo tiempo, poseen cualidades conceptuales –como idealidad, abstracción, generalidad y perfección. (...) El estudiante tiene que aprender a manipular mentalmente objetos geométricos acudiendo simultáneamente a operaciones con figuras y a condiciones y operaciones lógicas", relacionando lo figural con lo conceptual. (…) En tales actividades, uno no imita simple e internamente actos manipulatorios externos. Es una construcción mental que requiere no sólo "ver" figuras sino también modificar sus posiciones; imaginar sus posiciones transformadas; imaginar el efecto de la transformación en figuras adyacentes (p. 15)

Una vez finalizadas las construcciones de los distintos polígonos, y siguiendo la misma modalidad de trabajo con el proyector, se podrá compartir la resolución de la consigna *e*.

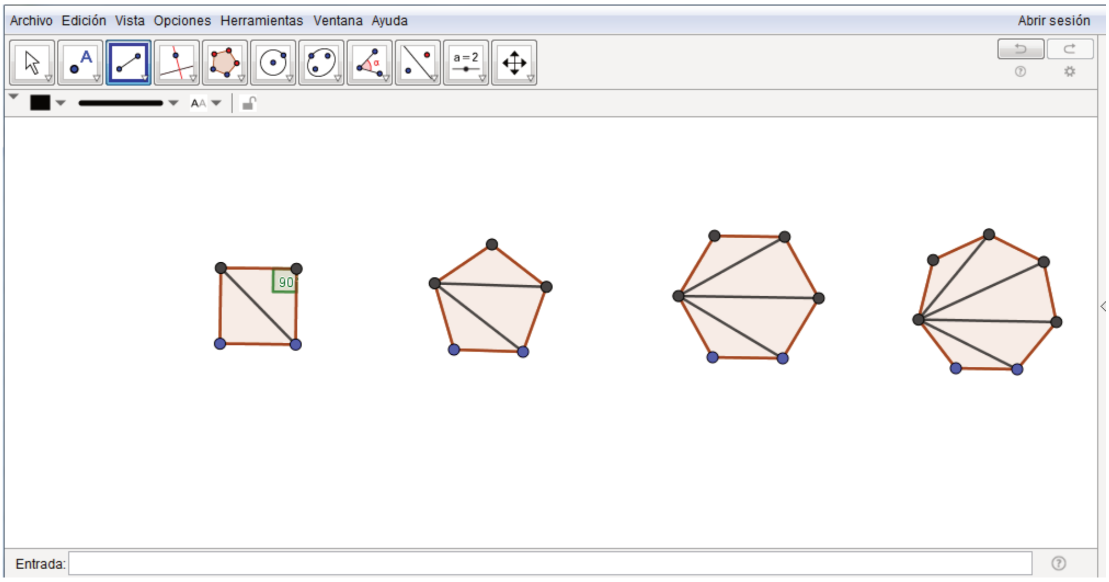
Podrá suceder que más de un grupo cometa varias veces los mismos errores, entonces será válido seleccionar una de esas construcciones para discutir entre todos y que a través de las distintas opiniones puedan validar y así lleguen a la conclusión correcta.

El docente debería crear un momento de discusión que logre vincular la cantidad de diagonales con respecto a los lados de un polígono hasta llegar al decágono, observando qué cantidad de triángulos quedan determinados por las mismas desde un vértice, dependiendo de la cantidad de lados de cualquier polígono.

Como plantea Itzcovich:

> (...) la práctica geométrica consiste en un ida y vuelta constante entre un texto y un dibujo. En consecuencia, analizar los datos con los que se debe construir una figura, determinar si la construcción es posible o no, establecer relaciones entre los datos conocidos y el dibujo a obtener, etc., resultan una experiencia sumamente útil en el camino hacia entender a una figura como el conjunto de relaciones que la caracterizan y que pueden ser enunciadas en un texto (…) (2005, p.14)

También es un momento propicio para lograr que los alumnos expresen sus conclusiones hasta los decágonos (consigna *e*) y observar las gráficas realizadas por el docente, como síntesis de lo trabajado en GGB (ver *figura 19*), para que apropien la idea de que todo polígono se puede dividir en triángulos, trazando las diagonales desde uno de sus vértices. Además, simultáneamente, el docente tendría que ir realizando preguntas que alienten a relacionar la cantidad de lados del polígono con el número de diagonales por vértice, con el número de triángulos y con la suma de los ángulos interiores.



(Figura 19: trazado de diagonales, desde un vértice, en diferentes polígonos)

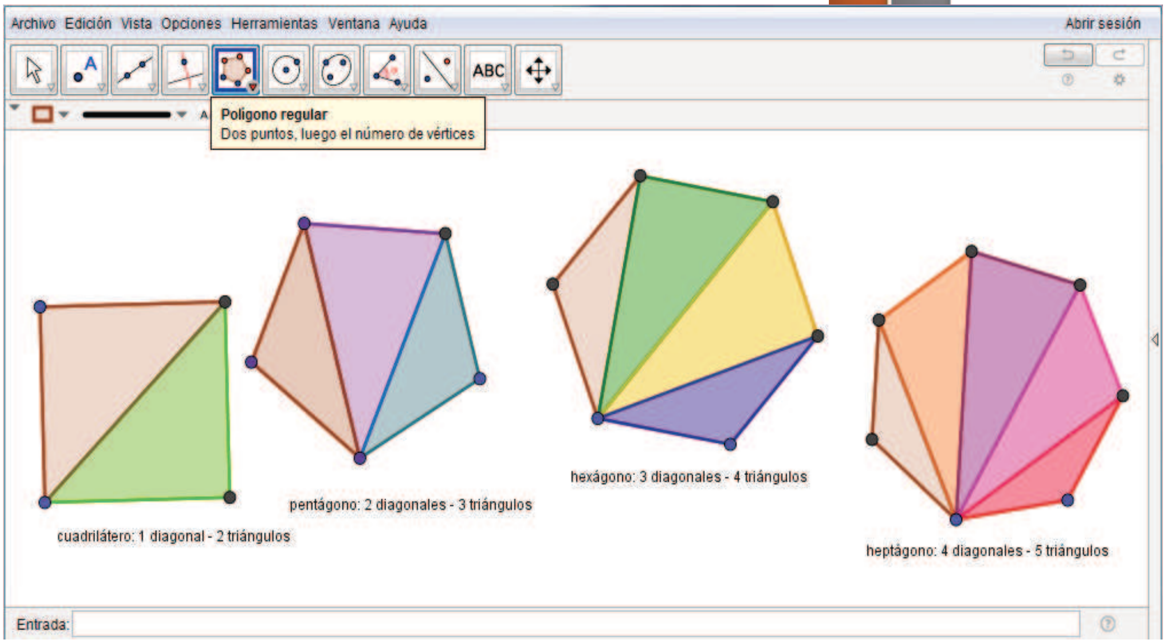
Observando un cuadrilátero se puede preguntar: "¿Cuántos triángulos quedaron determinados a partir de la diagonal que trazaron?, ¿pueden calcular la suma de los ángulos interiores del cuadrilátero a partir de los triángulos determinados?". Los estudiantes observarán que aparecen dos triángulos y por ese motivo multiplicaron 180° x 2, obteniendo 360°.

Esta es también una oportunidad para que vean lo que sucede con otros polígonos. Por ejemplo: en un pentágono: "¿También suman 360°?"; según lo que respondan, los estudiantes podrán llegar a relacionar el concepto de la cantidad de lados con el concepto de la cantidad de triángulos que tiene el pentágono. En decir, podrán ver que en el pentágono se forman tres triángulos, (habiendo multiplicado 180°x 3= 540°), en el hexágono cuatro triángulos (multiplicando 180°x 4= 720°) y así sucesivamente.

Para deducir la fórmula de las diagonales por vértice, el docente podría consultar si entienden qué representa *n* en esa tabla: algunos dirán que es el número de lados y deberán vincular el número de lados con la cantidad de diagonales por vértice que tiene un cuadrilátero, un pentágono y un hexágono, mientras se muestra la *figura 20*. Mostrando la *figura 21*, se puede cuestionar si vale lo mismo para los polígonos irregulares.

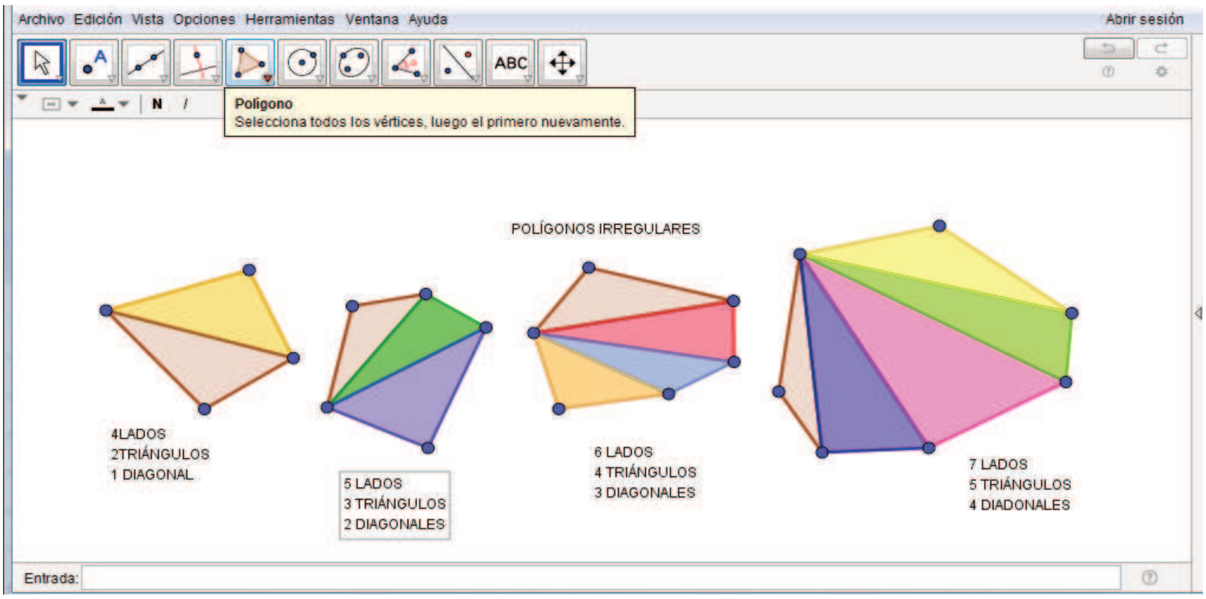
Algunos grupos de alumnos podrían llegar a la fórmula: *n- 3*, si notan que tiene tres diagonales menos que el número de lados. También puede suceder que las relaciones que surjan sean erróneas en algunos grupos y estas también deben ser objeto de discusión. Proyectando la *figura 20* y *21* el docente puede enseñar cómo se reconoce si una fórmula es válida para todos los polígonos porque, de no ser así, no es la fórmula adecuada. En principio podría comenzar explicitando alguna fórmula errónea y trabajar hasta verificar en el heptágono que se muestra en la figura 20 y 21. Luego, los alumnos podrían realizar el mismo proceso con la fórmula correcta hasta lograr n=10, controlando a partir de los datos que han completado en la tabla. El docente puede preguntar: "¿si tuviera once lados también se cumpliría la fórmula? Esto lo podrían comprobar gráficamente resolviendo el primer punto".

Mostrando nuevamente la *figura 20* y *21,* puede comentar y preguntar: "Recuerden que *n* es el número de lados del polígono, ¿podrían elaborar una fórmula del número de triángulos que quedan determinados a partir de las diagonales trazadas en cada polígono?, ¿se aplica la misma relación para los polígonos irregulares?".



(Figura 20, trazado de diagonales desde un vértice y cantidad de triángulos que se forman en diferentes polígonos regulares)

A partir del trabajo anterior, puede que la mayoría de los grupos note que tiene "3 menos que el número de lados", confundiéndose con las diagonales y que escriban n-3 (número de lado del polígono menos tres); de ser así, el docente puede pedir al resto que aplique esa fórmula para todos los polígonos y verifiquen lo que sucede. Algunos alumnos dirán que no llegan a ese número de triángulos, lo que le da la alternativa al docente para probar con el trabajo de otros grupos que han llegado a una expresión simbólica similar.



(Figura 21, relación diagonales y triángulos según la cantidad de lados de diferentes polígonos irregulares)

Observando la *figura 21*, otros grupos de estudiantes pueden asegurar "que hay tantos triángulos según la cantidad de lados"; otros dirán que "tiene el número de lados menos 2" (número de lados del polígono menos dos), y escribirán simbólicamente así: n- 2; el resto tendrá la posibilidad de verificar qué sucede con los demás polígonos del cuadro.

El propósito es lograr que los estudiantes deduzcan que si el polígono tiene cuatro lados, se forman dos triángulos, que si tiene cinco lados obtienen tres triángulos y que, para verificar si esto es correcto, se debe restar la cantidad de lados menos dos; que para trazar diagonales desde un vértice, pueden aplicar una fórmula sencilla: a la cantidad de lados del polígono, se les resta tres (n-3) .

Asimismo, se pretende que arriben a las conclusiones de que en todo polígono se pueden trazar tantas diagonales por vértice, dependiendo de los lados que tiene la figura, que se formarán tantos triángulos a partir de las diagonales trazadas desde un vértice y que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180°, suma que varía según la cantidad de lados de cada polígono, y por ende de la cantidad de triángulos que se formen. Se podrá recordar a los estudiantes que al número de lados se lo identifica con la letra n y de esta manera podrán deducir una sencilla fórmula: a la cantidad de lados del polígono se le resta dos, es decir (n-2). Dando como ejemplo que para cualquier cuadrilátero (cuadrado, rectángulo, rombo, trapecio, paralelogramo, etc.) la suma de los ángulos interiores es igual a 360°, este será momento oportuno para preguntar: "¿Cuántos triángulos tiene un cuadrilátero?, ¿cuánto es la suma de sus ángulos interiores?, ¿ qué relación tiene con la suma de los ángulos interiores del triángulo?; y en el pentágono ¿cuántos triángulos se forman?, ¿cuánto suman sus ángulos interiores?, ¿se cumple la misma relación?", así se podría llegar a la conclusión de que para calcular la suma de los ángulos interiores de un polígono, se debe multiplicar 180° por la cantidad de triángulos que posee la figura (*figura 20* y *21*).

Para finalizar la propuesta, una buena opción puede ser generar una puesta en común para que los estudiantes desplieguen sus conocimientos, sus estrategias, sus reflexiones, argumentación, elección de métodos y generalización que utilizaron para hallar una solución al problema y así corregir el cuadro (propuesto en la *consigna d*) , comparar a qué expresión algebraica llegaron en cada caso partiendo del número de lados para posibilitar la presentación de las conclusiones a fin de formalizar y sistematizar el saber construido.

A continuación, se comparte una posible solución correcta realizada por un grupo de estudiantes:

POLIGONOS								
	Cuadrilátero	Pentágono	Hexágono	Heptágono	Octágono	Eneágono	Decágono	En general
Lados	4	5	6	7	8	9	10	n
Cantidad de diagonales desde cada vértice	1	2	3	4	5	6	7	n - 3
Triangulos que forman las diagonales desde un vértice	2	3	4	5	6	7	8	n - 2
Suma de los ángulos interiores	180°.2 = 360°	180°.3 = 540°	180°.4 = 720°	180°.5 = 900°	180°.6 = 1080°	180°.7 = 1260°	180°.8 = 1440°	180°.(n-2)

Tal como plantea Zon:

> "La tarea de encontrar términos generales y llegar a su expresión simbólica resulta, a menudo, difícil para muchos alumnos. Cuando se realiza por primera vez, si no se hace un tratamiento didáctico adecuado, puede paralizar iniciativas durante mucho tiempo. (...) Uno de los conflictos más frecuentes aparece al intentar presentar la expresión simbólica de una relación, ya que en el momento de escribir letras y relaciones es posible encontrar error del tipo de los de traducción, que aparecen cuando se simbolizan expresiones verbales de los problemas (…)" (2006, p. 39)

Esta última instancia de socialización y confrontación de los alumnos, junto a la intervención docente mediante los interrogantes de análisis y la formulación de conjeturas, generaría relaciones entre el conocimiento nuevo y los que ya poseen para refutar o validar las resoluciones planteadas y compartir y comparar con sus compañeros los procedimientos utilizados.

Al intentar presentar la expresión simbólica (en general), podrán aparecer conflictos frecuentes en la escritura, es posible encontrar errores del tipo de la traducción ya que al momento de escribir letras y relaciones se simbolizan erróneamente las expresiones verbales de los problemas.

2.8.2.1 Conclusiones del segundo momento de la secuencia

El análisis a priori se organiza por clase teniendo en cuenta los saberes previos que posee el alumno para enfrentar la tarea, el procedimiento de base y la variedad de procedimientos que pueden aparecer de la clase y las intervenciones del docente necesarias para mantener una relación acorde de trabajo aúlico. A propósito se pretende desplegar el juego didáctico del problema, el cual supone anticipar las actividades cognitivas de los estudiantes, teniendo en cuenta el enunciado del mismo, las acciones e interacciones que se generarán y con qué finalidad. En el desarrollo del aprendizaje, es importante reconocer la función que cumple tanto el trabajo grupal, individual o colectivo. En la confección de las situaciones problemáticas del TFI, se tuvieron en cuenta las tres posturas: el trabajo grupal permite la interacción con los pares a través de la discusión, el análisis y resolución de la propuesta. Además, y como afirma Zon: “Puede ocurrir que los alumnos utilicen estrategias distintas para la resolución del problema. Va a resultar tan productiva la búsqueda de soluciones, como la discusión de todas ellas y distinguir las diferencias y alcances de cada una.” (2006 p. 53).

Dependiendo de cada trabajo grupal, pueden aparecer logros y decepciones; los primeros, si ven en su pantalla el dibujo del panal real; y las segundas, al no saber visualizar o utilizar las herramientas adecuadas. Esto se puede revertir con un acompañamiento mediante preguntas que los ayuden a volver a intentarlo, y así, llegar a una conclusión o resolución, sin importar las veces que corrijan esta actividad; además podrían utilizar la información obtenida del docente y de sus pares, pues es una manera de llegar a la enunciación de generalizaciones y conjeturas, con el objetivo de optimizar la confianza individual y grupal.

2.8.3 Tercera parte de la secuencia de enseñanza de polígonos

La secuencia de enseñanza hasta aquí propuesta, puede continuar, considerando lo trabajado en el Taller de Tecnologías Específicas “Jardinería”, sobre la producción de miel y panales de abejas. En este sentido, podría sumarse una nueva situación problemática contextualizada al área máxima que usan las abejas para producir la miel y así trabajar la idea de perímetro y áreas de figuras poligonales utilizando GGB.

3. Reflexión final

Mediante la secuencia descrita se pretende contextualizar un trabajo de Geometría dinámica sobre la enseñanza de polígonos, y el análisis de sus propiedades.

Esta propuesta plantea el análisis didáctico a priori de las dos situaciones problemáticas con actividades variadas, tanto intra como extra matemáticas, que fomentan el razonamiento, la deducción, la fundamentación, la comunicación de los resultados obtenidos, la validación y la institucionalización, teniendo en cuenta que:

> "Los intercambios que se van a producir a lo largo de la resolución de la tarea van a permitir generar avances en los conocimientos de nuestros alumnos, ya que se piensa que se van a dar momentos de explicación, justificación y debates que es importante se desarrollen en el trabajo aúlico." (Zon, 2006 p. 53)

En este sentido, es imprescindible realizar un análisis a priori (se basa en un conjunto de hipótesis) cuyo objetivo es establecer, por un lado, de qué manera las situaciones problemáticas propuestas permiten anticipar comportamientos posibles de los alumnos en la resolución de las situaciones problemáticas, y, por otro lado, las posibles intervenciones que el docente puede desplegar a fin de colaborar ante las diferentes dificultades que se les pueden llegar a presentar a los estudiantes, como así también prever alternativas para un mejor análisis de los resultados a posteriori. Es decir, el docente puede organizar, ordenar, vincular lo producido en diferentes momentos de la clase, con el fin de relacionar lo elaborado con el saber cultural y hacer notar, en la diversidad de procedimientos, las diferencias y semejanzas en la utilización de estrategias de resolución (individual o grupal). Estos intercambios van a permitir avances en los conocimientos de los alumnos al generar momentos de explicación, justificación y debates en el desarrollo del trabajo áulico.

Este análisis didáctico a priori puede ser muy beneficioso para el docente porque tendría una diversidad de intervenciones para realizar a los estudiantes tanto durante el trabajo en la clase, como en la reformulación de lo que ellos responden y al momento de realizar síntesis parciales que facilitan el avance en la conceptualización de aquellos conocimientos que utilizaron en la resolución de los problemas, favoreciendo que los mismos circulen por la clase, en la puesta en común y al momento de llegar a las conclusiones que los vinculan con el saber oficial.

En el caso de que lo que el docente había previsto no sucediera, por ejemplo en relación a las estrategias anticipadas, quedaría explicitado que las planificaciones son solo bosquejos de las clases, que luego se pueden adaptar a lo que surge en la puesta en práctica. Y, tal como se explicó en el desarrollo del análisis a priori de cada situación problemática, una opción podría ser que frente a ello se presenten respuestas como procedimientos "buenos" y "erróneos" que realizó un alumno o docente de otro curso y preguntar si es correcto o no para someterlas a discusión de los distintos grupos. Esto es importante para que los estudiantes tomen conciencia de otras resoluciones además de las propias y pretende que los mismos expliciten y reflexionen sobre otros métodos presentados como "nuevos problemas". Puede ser acertado y fructífero para el trabajo en clase, que se genere el análisis y discusión de los procedimientos erróneos realizados por los estudiantes o presentados a modo de desarrollo de otros alumnos. La idea no es señalarlos como equivocados, sino descentrarse de las soluciones que ellos habían pensado y advertir dónde está el error, lo que demanda una explicación. En este caso las intervenciones que el docente haya elaborado en su análisis a priori le servirán para la discusión de estas estrategias.

Atendiendo a ello y a la finalidad de este apartado del TFI, es importante recordar que algunos interrogantes que guiaron el trabajo de análisis son: ¿Qué situaciones problemáticas permitirán a los estudiantes involucrarse en la producción de los conocimientos geométricos utilizando GGB?, ¿qué relaciones se tendrán en cuenta para pasar de una Geometría de "lápiz y papel" al trabajo en un entorno de Geometría dinámica cuando hay tanta diversidad en el aula?, la utilización del GGB: ¿optimizará tanto la enseñanza como el aprendizaje de los polígonos, permitiendo ingresar a un trabajo de características deductivas?

Obtener respuestas al respecto implica reconocer cómo, en el proceso, los estudiantes podrán conocer nuevas formas de trabajar la geometría, propiciando la argumentación de sus producciones, contribuyendo a la construcción del sentido de las propiedades de los polígonos: "La información obtenida de esta manera puede ser un paso hacia la enunciación de generalizaciones y conjeturas" (Arcavi y Hadas, 2000, p.26).

Asimismo, utilizar el software GGB permite poner el eje, no tanto en el proceso de construcción, sino en la profundización del concepto de polígono, sus características, sus propiedades e interrelacionarlas con actividades que los alumnos realizan en el Taller de Tecnologías Específicas "Jardinería", lo que vuelve más significativo el aprendizaje dado que se parte de un problema contextualizado.

El GGB es un recurso accesible para los estudiantes, con el mismo podrán visualizar, en el desarrollo de las clases, conceptos geométricos, interpretar gráficas y escalas, realizar construcciones libres o guiadas a fin de resolver problemas, corroborar resultados, investigar y explorar hipótesis. Sin dudas, su uso reduce y facilita los tiempos de investigación, pues contribuye a la practicidad de construir gráficos, quitando o agregando elementos con mayor rapidez y generando un entusiasmo en el trabajo áulico, dado todo lo que se puede lograr con las distintas aplicaciones del software (agrandar o achicar imágenes, equivocarse, borrar y volver a comenzar, mover las figuras, etc.).

En consecuencia, la propuesta emerge como un escenario de oportunidades y posibilidades para construir nuevos vínculos entre los estudiantes, los saberes y el docente, que invitan a repensar y explorar otras metodologías de acceso al conocimiento que hasta hace muy poco estaban descuidadas o poco aprovechadas en el aula (TIC). Fioriti G. (2012) sostiene que:

> La incorporación de las computadoras en la sociedad generó un cambio muy importante, del mismo modo la incorporación de computadoras en el aula

> genera un cambio cultural escolar. Este cambio afecta al conocimiento matemático, a los modos de estudiarlo, a la organización y gestión de la clase. (p.15)

Adoptar la decisión pedagógica de modificar los enfoques, paradigmas y estrategias que se apoyan en las TIC y reflexionar permanentemente en el aula acerca de las construcciones que se trazan sobre ellas y la modificación del orden metodológico y teórico, posibilita un hacer geométrico, optimizando el tiempo de trabajo, con un mayor dinamismo en las construcciones. Sin desmerecer el uso de los elementos geométricos, es interesante considerar el tiempo áulico que suele destinarse a trazados correctos y prolijos cuando se trabaja en lápiz y papel, sabiendo que se puede agilizar implementando la tecnología. Además, replantearse la modalidad que, generalmente, se les da a estas prácticas, resalta la importancia de incluir el movimiento en el estudio de la geometría.

La mirada docente, la practicidad que da el uso de GGB, más la incorporación del proyector, en reemplazo de las construcciones en el pizarrón, hacen de este proceso de enseñanza, un sistema más preciso y dinámico para las puestas en común en geometría. En consonancia, es relevante que los estudiantes puedan exponer cómo llegaron a sus respuestas, discutiendo tanto los resultados erróneos como correctos, pretendiendo que defiendan sus argumentos.

La idea es no pasar por alto ni obviar estos momentos de construcción del aprendizaje, por ejemplo, cuando se advierten respuestas incorrectas: frente a un alumno que sostenga que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 360°, se puede pedir que valide la explicación, como así también lograr que la respuesta sea correcta, ya que esto puede develar un argumento inválido y que llegó a una solución correcta por un camino inapropiado; también puede discutirse un error que es sostenido por varios. En cierta manera, se trata de generar un conflicto cognitivo en los alumnos para que los mismos lleguen por sí solos, o en trabajos grupales, a una solución o conclusión.

En este marco, es fundamental trabajar teniendo en cuenta "el error" como elemento importante dentro del proceso paralelo entre la enseñanza y el aprendizaje; pueden considerarse errores tanto individuales como grupales que se pueden revertir, estableciendo debates, valorando reflexiones y defendiendo con argumentaciones firmes y diferentes posturas, que permiten la aceptación de unas o el rechazo de otras.

Algunos errores serán originados por copiar mal un número, pasar por alto algún dato de los enunciados, desconocer el uso del software, no tener asimilados los conocimientos previos, una interpretación errónea de conceptos geométricos, etc. En algunos casos, sólo se necesita señalar la distracción; en otros, se pondrá en evidencia una manera provisoria de pensar y, ante este tipo de errores, se intentará comprender cómo y porqué se produjeron; también pueden retomarse los conceptos involucrados para revertir la producción de los alumnos, a través de repreguntas y ejemplos, para que vuelvan a pensar y surjan realizaciones y análisis de propuestas. Para que esto suceda, es provechoso sugerir la lectura y la interpretación de los conceptos geométricos, pues pueden tener o no, conocimiento del concepto de polígono y podrán definir o no, o identificar o no, elementos como vértice, lados, diagonales, ángulos interiores, etc.

Asimismo, un obstáculo para interpretar la construcción de los polígonos puede surgir cuando el estudiante no posee manejo del software GGB o no comprende el enunciado de las consignas, como así también, no logra articular sus conocimientos previos con los nuevos.

No es un dato menor mencionar errores propios que se pueden tener como docente al no ser claro en la presentación de consignas, no detectar intervenciones oportunas, no posibilitar un marco de discusión ordenada, no poder leer el proceso de los estudiantes, entre otros. Por ello la ventaja de realizar un análisis didáctico a priori es que permite pensar y anticipar el trabajo áulico teniendo en cuenta las intervenciones docentes, las posibles estrategias de resolución, las relaciones que se promuevan y que se establezcan entre los alumnos y entre los alumnos y el docente, y evaluar el trabajo cuando el mismo se lleve a cabo, en un "análisis a posteriori". Es fundamental llevar a cabo actividades diagramadas, para que, mediante la búsqueda de regularidades, los estudiantes accedan a la generalización de fórmulas, conocimiento esencial para estudiantes de 1er. año. Esto será posible, a partir de la investigación de las propiedades de las diagonales, de los triángulos que se forman con esas diagonales y de la suma de sus ángulos interiores.

Atendiendo a todas estas cuestiones, para la puesta en juego de esta propuesta como secuencia de enseñanza, es indispensable reforzar los procesos de comprensión e interpretación y apuntar a la superación de problemas en las clases de Geometría, como un espacio social para la construcción del conocimiento. Para ello, se debe sostener un trabajo autónomo y grupal a fin de incentivar el desarrollo de capacidades individuales y colectivas y generar aprendizajes significativos que logren en los alumnos la posibilidad de adquirir nuevos conocimientos y técnicas de trabajo adaptadas al uso del GGB, a partir de articular y contextualizar actividades con el Taller de Tecnologías Específicas "Jardinería", que se dicta en la escuela y les enseña, entre otras cosas, cómo producir miel.

De acuerdo con esto, los alumnos deberán llegar a la conclusión de que, en la primera situación problemática, todas las celdas comparten un lado y que un panal se construye sólo con tres polígonos regulares capaces de llenar exactamente el plano: el triángulo equilátero (trabajado en clases previas), el cuadrado y el hexágono regular. Así también se puede cubrir el plano con polígonos irregulares, (como el caso del rectángulo)[14], ya que haciendo coincidir un vértice de los distintos polígonos, los ángulos interiores que confluyen en ese punto deben sumar 360°, es decir, el valor del ángulo interior debe ser divisor de 360°.

Y en la segunda situación problemática, después de graficar en GGB, diferentes polígonos, generalizarán y enunciarán que las propiedades de los mismos se justifican sabiendo que, para conocer la cantidad de diagonales se resta el número de lados (n) menos tres; que para conocer

[14] Discutido en apartado 2.8.1

los triángulos que se forman, se resta *n* menos dos; y que, para conocer la suma de los ángulos interiores, se multiplica 180° por la cantidad de triángulos que tiene el polígono. Este saber se puede institucionalizar para que los alumnos lo incorporen como un "saber formal".

Debido a que en este momento se dispone de clases con carácter de bimodalidad (presencial y virtual), producto del contexto epidemiológico en el que nos encontramos inmersos, y a que las actividades propuestas utilizan el GGB, un software sobre cuyas ventajas ya se habló durante el escrito, esta secuencia didáctica se constituye como un gran desafío para la continuidad pedagógica y para mantener los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Visto desde ese punto, es indiscutible considerar las TIC como una herramienta excelente para generar nuevas relaciones pedagógicas en lo que respecta al andamiaje que resulta de la relación información-comunicación con el conocimiento entre docentes y estudiantes, es decir, las tecnologías permiten y facilitan su construcción, ya que la interacción, la participación y la inclusión son estrategias inherentes a la lógica misma.

En consecuencia con este Trabajo Final Integrador (TFI), se pretende encontrar en la especialización una orientación para el accionar y una reflexión para las prácticas, y así, innovar desde la experiencia, visualizando que, a futuro, lo propuesto es posible. Como expresa Itzcovich H. (2005):

> No se aspira a que esto se pueda lograr de un día para otro. No resulta sencillo introducir en la cultura educativa una óptica de trabajo diferente. Es esperable que un recorrido de esta naturaleza demande de muchos años. No obstante, la cuestión está planteada. Pero se sospecha que un solo docente no puede encargarse de todo. Será más factible en la medida en que las instituciones se lo propongan y en tanto se configuren equipos de trabajo que colaboren en la producción de propuestas que avancen en una cierta línea de acción. (p.119)

4. Referencias Bibliográficas

4.1 Bibliografía consultada para la elaboración del plan

Ammann S. y González C. (2012). Construcción de triángulos: del dibujo a la figura. En Ferragina, R. (edit.); Ammann, S. y otros. Geogebra entra al aula de Matemática, pp. 19 - 28. Buenos Aires: Miño y Dávila editores.

Anijovich, R. (2016). Gestionar una escuela con aulas heterogéneas: enseñar y aprender en la diversidad. Buenos Aires: Paidós.

Arcavi, A y Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: an example of an approach. Netherlands. International Journal of Computers for Mathematical Learning N°5: 25-45.

Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica en educación matemática. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

Balacheff, N. (2000). Entornos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas. En Gorgorió, N., Deulofeu J. y Bishop A. (coords.), Matemáticas y Educación. Retos y cambios desde la perspectiva internacional. Barcelona: Graó.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. En *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Vol. 7, n. 2, pp. 33-115, 1986. Francia: Universidad de Burdeos.

Brousseau, G. (1994). Los diferentes roles del maestro. En C. Parra e I Saiz (comps.), Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones, pp.65-94. Buenos Aires: Paidós Educador.

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Charnay, R. (1994). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C. Parra e I Saiz (comps.), Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones, pp.51-64. Buenos Aires: Paidós Educador.

Chevallard, Y. (1997). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique Grupo Editor.

Cicala R. y González C. (2012). La semejanza genera familias. En R. Ferragina (edit.); Ammann, S. y otros. Geogebra entra al aula de Matemática, pp. 59 - 71. Buenos Aires: Miño y Dávila editores.

Fioriti G. (2012). Prólogo. En Ferragina, R. (edit.); Ammann, S. y otros. Geogebra entra al aula de Matemática, pp.11 - 15. Buenos Aires: Miño y Dávila editores.

Fishbein, E. (1993). The theory of figural concepts. Educational Studies in Mathematics, 24, pp. 139 - 162. Traducción al español por Víctor Larios Osorio, Departamento de

Matemáticas -CICB, Maestría en Docencia de las Matemáticas, Universidad Autónoma de Querétano, México, 2002.

Godino, J.D. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. Unión, 20, 13-31. Disponible en http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/20/Union_020_007.pdf

González C. y Lupinacci L. (2012). Buscando cuadriláteros y sus definiciones. En Ferragina, R. (edit.); Ammann, S. y otros (2012) Geogebra entra al aula de Matemática, pp. 29 - 38. Buenos Aires: Miño y Dávila editores.

Gutiérrez, V. (2007) Políticas de orientación agrícola y pedagogía normalista. Entre Ríos, Argentina 1900-1920. Perfiles educativos Nº 117. Vol. XXIX. pp. 85-110. Universidad Nacional Autónoma de México, México.

Itzcovich, H. (2005). Iniciación al estudio didáctico de la geometría. De las construcciones a las demostraciones. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Itzcovich, H. (comp.) (2008). Acerca de la enseñanza de la geometría en La Matemática escolar. Buenos Aires: Aique.

Itzcovich, H., y Murúa, R. (2018). GeoGebra: «nuevas» preguntas sobre «viejas» tareas. Yupana, (10), 71-85. Santa Fe: Revista de Educación Matemática de la Universidad Nacional del Litoral.

Novembre, A., Nicodemo, M. y Coll, P. (2015). Matemática y TIC - Orientaciones para la enseñanza. Buenos Aires: ANSES.

Parra, C., y Saiz, I. (2007) Enseñar aritmética a los más chicos. De la exploración al dominio. Rosario: Homo Sapiens.

Podestá P. (2011) Geometría. Serie para la enseñanza en el modelo 1 a 1. Conectar Igualdad. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Sadovsky, P. (2005). Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Sessa, C., y otros. (2015). La actividad docente mediada con TIC. La transformación del trabajo matemático en el aula del secundario a partir de la integración de las computadoras. En A. Pereyra y D. Fridman (Ed.) Prácticas pedagógicas y políticas educativas. Investigaciones en el territorio bonaerense, pp. 137-164. Buenos Aires: UNIPE: Editorial Universitaria.

Terigi, F. (2010). "Las cronologías del aprendizaje: un concepto para pensar las trayectorias. La Pampa: Ministerio de Cultura y Educación.

Zon, N. (2006). "Análisis a priori de una secuencia sobre procesos recurrentes para la Educación Básica". Yupana, 1(3), 37-55. Santa Fe: Revista de Educación Matemática de la Universidad Nacional del Litoral.

4.2 Diseños y documentos curriculares citados

Escuela Normal Rural "Juan Bautista Alberdi". Disponible en internet en: http://fhaycs-uader.edu.ar/escuelas-fhaycs/normal-rural-juan-bautista-alberdi

Gobierno de Entre Ríos (2011). Diseño Curricular de Educación Secundaria - Tomo I. Ministerio de Gobierno, Justicia y Educación. Consejo General de Educación. Disponible en internet en: https://isptconcordia-ers.infd.edu.ar/sitio/upload/Dise%F1o-Curricular-de-Educacion-Secundaria-Tomo-I.pdf

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. (1998) Secretaría de Educación Dirección de Currícula. Matemática. Documento de trabajo nº5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo. Disponible en internet en: https://www.buenosaires.gob.ar/sites/gcaba/files/ep_ac_mate_doc5.pdf

Escuela Normal Rural "Juan Bautista Alberdi". Proyecto Educativo Institucional. (Acuerdos pedagógicos). Material no publicado y fotocopiado a disposición de los docentes.

Universidad Autónoma de Entre Ríos (2012). Plan de Estudios de Educación Secundaria. Resolución N° 1539/12. Disponible en internet en: https://escuelaalberdi.edu.ar/archivos/Bases%20de%20Concurso/Concurso%20Lengua-Matematica-Biologia-Geografia-SEP18/1.%20PLAN%20ESTUDIO%20T%c3%89CNICO%20AGROPECUARIO.pdf

4.3 Textos escolares citados

Abálsamo, R; Berio, A; Kotowski, C; Liberto, L; Mastucci, S; Prandini, G; Quirós y N; Vázquez, S. (2013). Activados 1. Buenos Aires: Puertos de Palos

Becerril, M; García, P; Grimaldi, V y Ponce H. y Broitman C. (coord.), (2011). Matemática en 7° primaria CABA / 1° secundaria. Buenos Aires: Santillana.

Borsani, V; Lamela, C; Murúa, R. y Sessa, C. (coord.), (2015). Hacer Matemática 1 / 2. Buenos Aires: Editorial Estrada.

Chemello, G; (coord.); Agrasar, M; Atman, S; Comparatore, C y Kurzrok, L. (2004). Los libros de 6°| Matemática. Buenos Aires: Longseller.

5. Anexo

5.1 Propuesta de Abálsamo, R; Berio, A; Kotowski, C; Liberto, L; Mastucci, S; Prandini, G; Quirós, N; Vázquez, S. (2013, p. 124), adaptada para la situación problemática 1.

menteACTIVA

Mariano fue a una granja y vio cómo las abejas construían su panal. Se dio cuenta de que cada una de las celdas tenía forma de hexágono, y que cada celda compartía sus lados con la celda vecina, sin dejar espacios vacíos.

a. ¿Es posible construir un panal con otras figuras geométricas que no sean hexágonos? Si fuera posible, ¿qué polígonos usarían?

b. Diseñen en sus carpetas, dos posibles panales teniendo en cuenta las siguientes opciones:

- Usando un polígono regular de más de seis lados.
- Usando dos polígonos regulares distintos.

a. Cuadrados y triángulos equiláteros. **b.** No se puede. Por ejemplo, hexágonos y triángulos equiláteros.

5.2 Actividad de Chemello, G; (coord.); Agrasar, M; Atman, S; Comparatore, C y Kurzrok, L. (2004, p. 58), adaptada para la situación problemática 1.

Si observás un panal de abejas, verás que su forma es como la de la siguiente figura:

a. ¿Cuánto miden los ángulos interiores del hexágono regular?

b. ¿Por qué pensás que con hexágonos regulares pueden cubrir todo el panal?

c. ¿Te parece que las abejas podrían hacer su panal con pentágonos regulares? ¿Y con cuadrados? ¿Y con triángulos equiláteros?

5.3 Propuesta de Sessa C. (coord.), Borsani, V; Lamela, C; Murúa, R. (20015, p 75), adecuada para la situación problemática 2.

11 Trazá un pentágono en tu carpeta y respondé las preguntas con un compañero.

a ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde uno de sus vértices? ....

b Al trazarlas, ¿en cuántos triángulos queda dividido el pentágono? ....

c ¿Sucede lo mismo en cualquier pentágono? ....

d Estudien cuánto suman los ángulos interiores de cualquier pentágono.

5.4 Actividades de Broitman C. (coord.), Becerril, M; García, P; Grimaldi, V y Ponce H. (2011, p. 41 - 44), adaptadas para la situación problemática 2.

5 a) ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde cada vértice de un cuadrilátero? ¿Y de un pentágono? ¿Y de un hexágono?

b) Completá el cuadro.

	Polígono					
	Cuadrilátero	Pentágono	Hexágono	Heptágono	Octógono	Eneágono
Lados						
Cantidad de diagonales desde cada vértice						

c) ¿Será cierto que en un polígono de 10 lados se pueden trazar 8 diagonales desde cada vértice?

Una vuelta de tuerca entre todos

¿Será cierto que en los polígonos, la cantidad de diagonales que se trazan desde cada vértice siempre es igual a la cantidad de lados menos 3?

1 Completá el siguiente cuadro.

	Cuadrilátero	Pentágono	Hexágono	Heptágono	Octógono	Eneágono	Decágono
Lados						9	10
Triángulos que forman las diagonales desde un vértice							
Suma de los ángulos interiores							