¿DEFINE LO QUE SE PRETENDE DEFINIR? ANÁLISIS DEL DEBATE DE ESTUDIANTES DE PROFESORADO EN MATEMÁTICA EN EL CASO DE POLIEDRO REGULAR

Gottig, Dulce[1]

[1] *Facultad de Humanidades y Ciencias – UNL*

Directora: Mántica, Ana María
Codirectora: Freyre, Magalí Lucrecia

Área: Ciencias Sociales

Palabras claves: Poliedro, Definición, Formación docente.

INTRODUCCIÓN

El concepto de poliedro se considera de interés particularmente para profesores de matemática de nivel primario o secundario y para estudiantes de profesorados, dado el escaso desarrollo del mismo en textos de nivel secundario y la poca presencia de la geometría en las aulas (Mantica y Freyre, 2019). Guillén Soler (1991) sostiene que, “ha habido diferentes aproximaciones a la investigación en esta área (geometría tridimensional) y en ellas se han presentado dificultades que se derivan de definiciones inadecuadas, de habilidades espaciales y de no saber cómo examinarlas mejor” (p.60).
En este trabajo se expone el análisis de lo realizado por estudiantes avanzados del profesorado en matemática de acuerdo a tareas que apuntan a una correcta construcción del concepto de poliedro regular.

OBJETIVOS

- Diseñar e implementar tareas que apunten a una correcta construcción del concepto de poliedro regular utilizando modelos físicos y digitales.
- Comparar nociones de poliedro regular presentes en libros de textos y páginas de internet.

Título del proyecto: LA VINCULACIÓN ENTRE LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES Y EL TRATAMIENTO DE LOS CONTENIDOS DEL CURRÍCULUM DE MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN INICIAL Y CONTINUA DE PROFESORES EN MATEMÁTICA
Instrumento: CAI+D
Año de convocatoria: 2020
Organismo financiador: UNL
Director/a: Götte, Marcela Evangelina

Encuentro de Jóvenes Investigadores

METODOLOGÍA

Se presenta en este escrito lo realizado por dos grupos de estudiantes del profesorado en matemática que se denominan A y B. El A tiene dos estudiantes y el B tres. Cada grupo establece similitudes y diferencias de la noción de poliedro regular entregada por el investigador y la utilizada por la cátedra Geometría Euclídea Espacial, con el objetivo de determinar si ambas se refieren al mismo conjunto de figuras. Se entregan a los grupos una proposición tomada de un texto utilizado por docentes de matemática en la escuela secundaria y otra tomada de internet. Se les propone al día siguiente un debate virtual por Zoom en el que exponen junto al grupo clase las conclusiones, que además presentan por escrito. En esta instancia se encuentran presentes todos los estudiantes y docentes de la cátedra.
Se toman los aportes de Winicki-Landman y Leikin (2000) quienes afirman que si dos enunciados diferentes definen dos conceptos y sus correspondientes conjuntos de objetos ejemplo son conjuntos no disjuntos, entonces las definiciones pueden ser equivalentes, consecuentes o pueden competir.
Por su parte, Arcavi (2008) manifiesta la importancia de plantear fenómenos geométricos haciendo uso de un entorno informático que permite modelar la situación gráficamente de forma dinámica.

Consignas

Se les entregan a ambos grupos la definición que se utiliza en el texto de la cátedra en la cual se desarrolla la adscripción en que se enmarca la presente investigación. Esta definición es considerada como definición base y es propuesta por Mántica y Götte (2022). Se exhibe a continuación:

> Superficie poliédrica: Llamaremos superficie poliédrica al conjunto de un número finito de polígonos, llamados caras de la superficie, que cumplan con las siguientes condiciones:
>
> 1. Cada lado de una cara pertenece también a otra y sólo otra. Ambas caras se llaman contiguas.
> 2. Dos caras contiguas están en distinto plano.
> 3. Dos caras no contiguas pueden unirse por una sucesión de caras contiguas.
> 4. Dos caras no contiguas no pueden tener más punto común que un vértice y si lo tienen deben pertenecer ambas a un mismo ángulo poliedro. (p.21)

Posteriormente se define poliedro: “Llamaremos poliedro al conjunto de los puntos de la superficie poliédrica y los interiores a la misma. Los vértices y lados de las caras se llaman vértices y aristas del poliedro” (p.23). Más adelante se define poliedros regulares convexos como “aquellos cuyas caras son polígonos regulares iguales y en cuyos vértices concurren el mismo número de ellas” (p.29).
Asimismo, se entregan a cada grupo las siguientes expresiones que hacen referencia a poliedros regulares.

Expresión 1:

> "[…] Se dice que un poliedro regular es aquel que tiene caras y ángulos iguales, por ejemplo, un cubo o hexaedro (seis caras). El cubo posee seis polígonos con lados iguales con la misma longitud, estos a su vez se unen en vértice con ángulos de 90º grados. También eran conocidos antiguamente y son conocidos aún, como sólidos platónicos. Los sólidos platónicos o sólidos de Platón son poliedros regulares y convexos. Solo existen cinco de ellos: el tetraedro, el cubo, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro". (Definición recuperada del sitio web Wikipedia. Actualizado en 2021. https://es.wikipedia.org/wiki/Poliedro)

Expresión 2: "Existen solo cinco poliedros regulares en los que todas sus caras son polígonos regulares iguales: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro" (Texto recuperado de Aristegui, Graciani, Mancini, Ríos y Sobico, 2005). Se destaca que esta es la primera aparición del término poliedro regular en el escrito. En ella se expone que no hay más de cinco, pero no es una definición formal de poliedro regular, sino que corresponde a una propiedad. Dicha propiedad no se prueba en el texto.
Se solicita a los estudiantes que comparen ambas expresiones con el objeto de determinar si cada proposición se refiere al mismo conjunto de figuras, destacando similitudes y diferencias.

Intercambio y discusión de resoluciones

Se desarrolla lo realizado en relación al análisis y comparación correspondientes a cada grupo y en relación al debate con el grupo clase. El grupo A analiza la expresión 2 y el grupo B la expresión 1.

Grupo A

Los estudiantes plantean como diferencia entre ambas nociones que la 2 solamente habla de las caras de los poliedros, que tienen que ser polígonos regulares e iguales, y no establece nada sobre los vértices. En cambio, en la de la cátedra se establece que en los vértices concurre la misma cantidad de caras. En cuanto a las similitudes se tienen en cuenta dos: que ambas imponen que los poliedros tienen que tener las caras iguales y tienen que ser polígonos regulares.
Luego de un debate con el grupo clase se arriba a la conclusión que la expresión 2 no hace alusión a los vértices del poliedro, por la que no la consideran una definición formal. No es coherente pues se podrían construir más de los cinco poliedros que se mencionan. Se concluye que los conjuntos de figuras determinados no son los mismos.

Grupo B

Los estudiantes expresan que la similitud entre la expresión 1 y la definición base es que las caras del poliedro deben ser iguales y la diferencia es que la definición base añade las condiciones de que las caras deben ser polígonos regulares y que en cada vértice debe concurrir el mismo número de caras. El grupo ejemplifica a partir de construcciones en el sistema de geometría dinámica figuras que serían poliedros regulares según la expresión 1 pero no así según la definición de la cátedra.
A partir de todos los ejemplos desarrollados concluyen que las expresiones no definen el mismo conjunto.

CONCLUSIONES

A raíz de la resolución de las tareas propuestas, los estudiantes del profesorado en matemática han podido cuestionarse el porqué de la existencia de diferentes enunciados que definen un mismo concepto y si verdaderamente definen el mismo conjunto de figuras considerando lo propuesto por Winicki-Landman y Leikin (2000). Además, han hecho uso de recursos materiales y digitales posibilitando no solo la maduración de nociones y conceptos sino también ideas para un abordaje sólido de contenidos de la geometría en tres dimensiones para su posterior enseñanza de manera que sea algo significativo para los estudiantes. Tal como sostiene Guillén Soler (2010), la realización de un modelo físico puede llevar a cuestionarse la definición del mismo y en una etapa posterior a la realización de un análisis conceptual y a una nueva definición.

Además, los estudiantes han podido apreciar que la construcción en el sistema de geometría dinámica no es suficiente para realizar determinadas afirmaciones, sino que éstas deben ser validadas empleando propiedades disponibles. Arcavi (2008) sostiene que el dinamismo permite visualizar los cambios de las variables intervinientes en la situación e incluso formular hipótesis sobre los resultados esperados. Así, si bien con el uso del software dinámico se favorece la comprensión de conceptos y las conjeturas de relaciones y propiedades, no debe dejarse de lado la necesidad de probar con argumentos matemáticos.

BIBLIOGRAFÍA

Arcavi, A. (2008). Modelling with graphical representations. For the Learning of Mathematics, 28, 2-10.

Aristegui, R.; Graciani, A., Mancini, G.; Ríos, L. y Sobico, C. (2005). Matemática 8. Puerto de Palos. Buenos Aires.

Guillén Soler, G. (1991). El mundo de los poliedros. Síntesis. Madrid.

Guillén Soler, G. (2010). ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría? ¿Y en la investigación? En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), Investigación en Educación Matemática XIV (pp. 21-68).

Mántica, A. y Freyre, M. (2019). Análisis de la relación entre imagen y definición en una situación problemática mediada por GeoGebra a partir de no ejemplos del concepto de poliedro regular. Educación Matemática, vol. 31 (1).

Mántica, A. y Götte, M. (2022). Geometría en 3D. Ediciones UNL. Santa Fe.

Poliedro. Definición (s.f.) Wikipedia. Recuperado de https://es.wikipedia.org/wiki/Poliedro

Winicki-Landman, G. & Leikin, R. (2000). On Equivalent and Non-Equivalent Definitions Part I. For the Learning of Mathematics, 20(1), 17-21.