



UNL • FACULTAD  
DE HUMANIDADES  
Y CIENCIAS

# “Exploración del tratamiento de distribuciones de datos en libros de texto de nivel superior”

---

ALUMNA: **PROF. ESP. MARÍA CECILIA BERTERO**

DIRECTORA: **PROF. DRA. LILIANA M. TAUBER.**

ESPECIALIZACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

TRABAJO FINAL INTEGRADOR

## **AGRADECIMIENTOS**

A Liliana Tauber, por su acompañamiento y asesoramiento en la escritura de este trabajo.

A Mariano, Lola y Vera, mi familia, gracias por la paciencia y por entender las horas de ausencia.

## ÍNDICE

<b>1. INTRODUCCIÓN</b> .....	3
<b>2. ANTECEDENTES</b> .....	4
<b>3. METODOLOGÍA</b> .....	8
<b>3.1. Preguntas de indagación</b> .....	8
<b>3.2. Objetivos</b> .....	8
<b>3.3. Destinatarios de la propuesta</b> .....	8
<b>3.4. Técnicas metodológicas utilizadas en este trabajo</b> .....	9
<b>3.5. Marco de referencia</b> .....	10
<b>3.5.1. Sentido Estadístico</b> .....	10
<b>3.5.2. Ideas fundamentales de Estadística</b> .....	11
<b>4. Categorías que se consideran en el análisis de libros de texto</b> .....	14
<b>4.1. Fundamentos de la elección de los libros de texto analizados</b> .....	15
<b>4.2. Características generales de los libros analizados</b> .....	16
<b>4.3. Análisis de contenido</b> .....	19
4.3.1. <i>Libro 1. Walpole, Myers, Myers y Ye (2012)</i> .....	19
4.3.2. <i>Libro 2. Mendenhall, Beaver y Beaver (2015)</i> .....	28
4.3.3. <i>Análisis comparativo de los capítulos de los libros</i> .....	37
<b>5. PROPUESTA DE ACTIVIDADES QUE BUSCA INTEGRAR CONCEPTOS ASOCIADOS A LA IDEA DE DISTRIBUCIÓN</b> .....	41
<b>5.1. Actividades propuestas</b> .....	41
<b>5.2. Análisis de contenido de las actividades diseñadas</b> .....	44
<b>6. REFLEXIONES FINALES</b> .....	48
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	50

## 1. INTRODUCCIÓN

Cuando se planifica una propuesta de enseñanza de Estadística dirigida a estudiantes universitarios de carreras no matemáticas, se presentan grandes desafíos, especialmente si el objetivo es promover la formación de estudiantes estadísticamente cultos y si se pretende que esta formación se cimiente en la construcción del sentido estadístico.

El principal desafío se da cuando se quiere desarrollar una propuesta que integre las ideas estadísticas fundamentales como, por ejemplo: los datos, la variación, el concepto de distribución y las medidas asociadas. Este desafío se presenta debido a la escasa o nula alfabetización estadística que tienen los estudiantes al inicio de su primer curso de Estadística a nivel universitario. Si bien el desarrollo del sentido estadístico (Batanero, 2013), entendido como la interrelación de las ideas estocásticas fundamentales mencionadas, debería darse de modo progresivo y aumentando el nivel de formalización a lo largo de los niveles educativos, la realidad es que esto no ocurre.

Considerando esta realidad, la principal preocupación se centra en analizar didácticamente cómo se realiza el tratamiento de algunas de estas ideas fundamentales en los libros de texto, más precisamente se pretende analizar de qué manera se introduce y desarrolla la idea fundamental de distribución en libros de texto universitarios. Con la idea de que este tipo de análisis permita poner en evidencia los alcances y las limitaciones de los libros, pensar en una propuesta que pueda integrar las bondades encontradas y buscar maneras de superar las limitaciones que se hayan observado.

Aunque la estadística se enseña hoy día en todos los niveles educativos, al ser una herramienta fundamental en la vida personal y profesional, son muchos los estudiantes que finalizan los cursos de estadística sin comprender correctamente o ser capaces de aplicar los conceptos y procedimientos estadísticos (...)

Esta situación paradójica plantea un problema didáctico, pues es claro que la enseñanza actual transmite una estadística sin sentido para los estudiantes (Batanero, Díaz, Contreras y Roa, 2013, p. 7)

En consonancia con lo que los autores plantean, lo que motivó esta línea de trabajo fue la detección de errores y dificultades en la interpretación de información estadística, particularmente en estudiantes de diferentes carreras de grado. Dado que muchas de las dificultades que evidencian los estudiantes pueden provenir de una enseñanza que se centra más en lo procedimental que en los fundamentos y conceptos, y sabiendo que en muchos cursos universitarios de Estadística se desarrolla el currículo ligado a la propuesta que realiza uno o más libros de texto, es que se pretende realizar esta indagación.

## 2. ANTECEDENTES

Para fundamentar este trabajo se ha indagado sobre los aspectos que se han estudiado en otros trabajos. Si bien no todos se relacionan específicamente con la temática que se pretende abordar en este trabajo, han sido de gran utilidad para entender procesos de indagación, análisis y clasificación de la información presente en libros de texto.

Es así que se ha encontrado que Cobo Merino y Batanero (2004), realizan una investigación sobre el significado de la media en libros de texto de secundaria en el contexto español. Sostienen que los docentes consideran a los libros de texto como un recurso didáctico de suma importancia. Las autoras analizan 22 libros de educación secundaria obligatoria (ESO) de España. Si bien el currículo establece que los contenidos relacionados con la media se trabajen en el primer ciclo de la ESO, las editoriales proponen esos temas en los libros de 3° y 4° curso. Se han seleccionado los capítulos en los que se abordan las medidas de centralización. Las investigadoras realizaron lectura y relectura del material, elaboraron progresivamente categorías de análisis y luego de varias revisiones, describieron los resultados. Para el análisis, han clasificado la información de los libros con las siguientes categorías: Situaciones problema presentadas en los libros, Algoritmos y procedimientos, Definiciones y propiedades, Propiedades numéricas, Propiedades algebraicas, Lenguaje, Representaciones y Argumentos. El estudio las llevó a concluir que hay diversidad en la presentación de la idea de media, aunque la mayoría les da más importancia a las definiciones y al cálculo que al estudio de sus propiedades. Esto podría generar que los estudiantes puedan llegar a manejar bien los procedimientos de cálculo, pero sin alcanzar la comprensión completa del concepto. No se trabajan explícitamente los cálculos de medidas a partir de los gráficos ni se representan los datos de todas las maneras posibles (en algunos textos se evidencia ausencia de gráficos y representaciones simbólicas). Los últimos puntos son importantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje y deberían ser tenidos en cuenta.

En Tauber (2001), se presenta el análisis del significado institucional de la distribución normal que presenta una muestra de libros de texto de nivel universitario, haciendo foco en los de especialidades humanas y sociales. Los libros presentan una organización de teoría – práctica (definición, propiedades y posteriormente, problemas de aplicación), pero se analizan en función del marco teórico especificado por la autora. Es así que se ha analizado el contenido realizando una primera lectura del material, clasificando definiciones, propiedades y problemas. Finalmente, se resumió la información en tablas. Se analizan las diferentes categorías de elementos de significado y cómo se relacionan entre sí. Los elementos son: elementos extensivos (problemas, contexto en que se presentan los mismos), elementos ostensivos (representaciones gráficas, numéricas, simbólicas específicas de la

distribución normal), elementos actuativos (prácticas específicas en la resolución de problemas), elementos intensivos (definición y propiedades de la distribución Normal), y elementos validativos. A partir del análisis, se ha determinado el significado institucional de referencia para la investigación y se seleccionan elementos para el diseño de una secuencia didáctica. El estudio presenta resultados originales que pueden ser útiles para docentes interesados en la enseñanza de la Distribución Normal pero también para la enseñanza de conceptos asociados a la idea fundamental de Distribución, tales como los resúmenes numéricos y gráficos.

Díaz-Levicoy, Batanero, Arteaga y López-Martín, (2015) realizan un análisis de los gráficos estadísticos presentados en 12 libros de texto de Educación Primaria chilena. A partir del análisis de contenido, estudian los tipos de gráficos que se presentan, nivel de complejidad semiótica, nivel de lectura y actividades propuestas en 421 gráficos. Lo que motiva a los autores a realizar este análisis es la falta de trabajos previos en textos escolares de primaria y la inclusión de la Estadística en el currículo chileno. Entre los contenidos, se incluye el tratamiento de los siguientes tipos de gráficos: pictogramas, gráficos de barras, diagramas de puntos, gráficos de línea, diagramas de tallo y hojas, gráficos de barras dobles y circulares. Para la clasificación de los gráficos en lo referido a su construcción, lectura e interpretación, han tomado categorías utilizadas por autores seleccionados para el marco teórico de la investigación. Finalizada la investigación de tipo exploratoria, los autores concluyen que la presencia de tipos de gráficos en libros de textos de educación primaria, cumplen con las directrices curriculares definidas por el Ministerio de Educación, incluso se agregan algunos tipos de gráficos que no se explicitan en los planes de estudio. Detectan un predominio de gráficos de barras, sugieren que las actividades con gráficos estadísticos deberían presentar una evolución a lo largo de los años. Respecto al tipo de actividades que aparecen, insisten en la necesidad de restar protagonismo a la actividad de cálculo en el trabajo con gráficos estadísticos y sumar importancia a tareas como las de completar, traducir, inventar problemas y describir variables.

Sánchez Acevedo (2017), escribe un artículo de investigación basado en un trabajo que tiene por objetivo analizar los tipos de problemas propuestos en dos libros de texto de Matemática de segundo año de enseñanza secundaria, en el eje temático de Estadística y Probabilidad. Utiliza una metodología cualitativa a través del análisis de contenido. Trabaja en el contexto de la educación chilena y su currículo. Los libros analizados se ajustan a las normativas que exige el Ministerio de Educación de Chile. En concordancia con autores ya mencionados (Cobo Merino y Batanero, 2004), Sánchez Acevedo sostiene que los libros de texto son un

recurso casi irremplazable en el sistema escolar. Es por esto que debe analizarse si los textos ofrecen, por ejemplo, oportunidades de resolver problemas que requieran la selección de información relevante, probar diferentes estrategias y hacerse preguntas acerca de la solución obtenida. En la investigación, se analizan dos libros de 2° año de enseñanza secundaria de distribución gratuita (años 2009 y 2011), corresponden a períodos de ajustes curriculares distintos, por eso su elección. El análisis se realiza diferenciando cada libro de texto y los temas de interés. El primer libro contiene 106 ejercicios, de los cuales 8 son de naturaleza no rutinaria, el resto, son problemas de contexto real, realista y matemáticos puros. El segundo libro (publicado posteriormente a los ajustes curriculares donde se incluye a la probabilidad y la estadística) se presentan 173 problemas (65 dedicados al tratamiento de información -gráficos, medidas de posición y dispersión- y 108 relacionados a probabilidades), también se los clasificó según su contexto. Como primera conclusión, se establece que hay algunos aspectos que pueden mejorarse en futuras publicaciones. Se destaca la excesiva propuesta de problemas de contexto matemático por encima de los orientados a la resolución de problemas. Se recomienda que, en futuras publicaciones, se propongan más actividades de indagación y exploración estadística.

Salcedo (2016), analiza actividades de probabilidad propuestas para estudiantes en libros de matemáticas para la educación Primaria de la Colección Bicentenario (Venezuela). Se analizan 40 actividades presentes en 6 libros y se las categorizó según su exigencia cognitiva: -Tareas de memorización, -Tareas de procedimientos sin conexión, -Tareas de procedimiento con conexión, -Tareas para hacer probabilidad. Como resultado del análisis, el autor detectó la prevalencia de actividades de baja demanda cognitiva y carencia de propuestas de resolución de problemas. Esto impide que el estudiante profundice en el conocimiento probabilístico y logre desarrollar procesos cognitivos de mayor nivel. El autor sostiene que, para lograr que los estudiantes comprendan la potencialidad de la Matemática, los docentes deberán complementar las actividades propuestas en los libros y considera necesario que se elaboren versiones de textos para el maestro, con sugerencias didácticas para tratar el tema y con algunas actividades adicionales para los estudiantes.

En Salcedo (2019) se analiza cómo se incorporan las ideas fundamentales de la Estadística en textos escolares de Matemática, particularmente en las actividades para estudiantes. Trabaja con libros de primaria de Venezuela y clasifica las actividades por grado de estudio y exigencia cognitiva. Con “grado de estudio”, se hace referencia a las cuatro ideas fundamentales de la estadística que definen Batanero y Borovcnik (2016): - Análisis exploratorio de datos, - Modelización de información por probabilidades, - Exploración y modelación de la asociación, - Muestreo e inferencia. Respecto al nivel de exigencia

cognitiva, el autor utiliza cuatro niveles: - tareas de memorización, - tareas de procedimientos sin conexión, tareas de procedimiento con conexión, - tareas para hacer estadística. Estos cuatro niveles, sólo han sido detectados en dos la de las ideas fundamentales de la estadística (*análisis exploratorio de datos y modelación de información por probabilidades*). En *exploración y modelación de la asociación*, la mayor parte de las actividades se ubicaron en los niveles de mayor exigencia cognitiva. Contrariamente, en *muestreo e inferencia* sólo se detectó una actividad de baja demanda cognitiva. A modo de cierre, el autor manifiesta que los libros escolares analizados no fomentan la comprensión de las ideas fundamentales de la Estadística. La manera en que se abordan estas ideas parece no contribuir a la formación estadística de un ciudadano para la sociedad compleja y globalizada que requiere del buen manejo de las mismas.

### **3. METODOLOGÍA**

La revisión de antecedentes ha permitido identificar algunas problemáticas relacionadas con los tipos de propuestas que se realizan en los libros de texto, sus alcances y limitaciones. Lo anterior, ha servido de referencia para pensar y elaborar algunas preguntas que sirven de guía para nuestro trabajo.

#### **3.1. Preguntas de indagación**

- ¿Cómo se presentan los conceptos de estadística descriptiva en libros de texto de nivel universitario? ¿Cuáles son sus alcances y limitaciones?
- ¿Cuál es el enfoque que predomina en los libros de texto universitarios cuando se desarrolla la idea de distribución? ¿Se establecen relaciones entre la idea de distribución y la de resumen (gráfico y numérico)?
- Las propuestas que se realizan en los libros de texto, ¿promueven tareas para “hacer Estadística”? ¿De qué manera?
- ¿Es posible utilizar algunas actividades planteadas en los libros de texto para elaborar una propuesta que integre conceptos estadísticos y promueva el desarrollo de la idea de distribución?

#### **3.2. Objetivos**

- Analizar el enfoque que se presenta en dos libros de texto de Estadística dirigidos a cursos de nivel universitario, describiendo alcances y limitaciones.
- Explorar los tipos de actividades propuestas en los libros de texto seleccionados en las que interviene la idea fundamental de distribución.
- Describir las relaciones entre ideas fundamentales de distribución y resumen que se establecen en las actividades que proponen los libros de texto.
- Diseñar una propuesta de tareas integradoras que retomen los alcances de las que se presentan en los libros de texto y que, a la vez, permita superar algunas de las limitaciones encontradas.

#### **3.3. Destinatarios de la propuesta**

El análisis propuesto intenta aportar información que permita repensar las tareas de enseñanza - aprendizaje que se realizan en el Taller de Estadística y Cálculo, el cual se dicta en el marco del Ciclo de Formación General (CFG) en la Universidad Nacional de Rafaela. El CFG pretende, en términos generales, incorporar e integrar progresivamente a los estudiantes en la cultura académica universitaria, desde una perspectiva multidisciplinaria; brindar estrategias y recursos para el

desarrollo del trabajo intelectual y académico, fomentar la capacidad crítico-reflexiva para el recorrido autónomo de su itinerario de formación, contribuir a una formación general, humanística, socio-política, científica y ética, que posibilite las condiciones para la continuidad en la formación académica universitaria.

El Taller de Estadística y Cálculo es uno de los cuatro talleres que componen el CFG y se dicta a los alumnos de primer año de todas las carreras que se dictan en la Universidad (Tecnatura en Entrenamiento Deportivo, Tecnatura en Mecatrónica, Ingeniería en Computación, Licenciatura en Diseño Industrial, Licenciatura en Medios Audiovisuales y Digitales, Licenciatura en Producción de Videojuegos y Entretenimiento Digital, Licenciatura en Gestión de la Tecnología, Licenciatura en Administración y Gestión de la Información, Licenciatura en Relaciones del Trabajo, Licenciatura en Agroinformática, Licenciatura en Bioinformática). El mencionado taller busca que los estudiantes adquieran conocimientos de las técnicas estadísticas básicas para el análisis exploratorio de datos, el análisis de la información proporcionada por un conjunto de datos, tanto desde el punto de vista cualitativo como cuantitativo y, que reconozcan la importancia y la necesidad de utilizar la metodología estadística en el campo de la investigación. A su vez se presentan las nociones fundamentales del cálculo infinitesimal como un conjunto lógicamente estructurado y centralizado alrededor del concepto de función.

### **3.4. Técnicas metodológicas utilizadas en este trabajo**

En este trabajo se pretende realizar una *indagación de tipo exploratoria-descriptiva*, donde una de las técnicas empleadas sea el *análisis de contenido*. Es cualitativa puesto que se usa un proceso inductivo (explorar, describir y luego generar perspectivas generales); los datos no se reducen a valores numéricos. La técnica para recolectar datos es la revisión de documentos, por lo que se fundamenta en una perspectiva interpretativa y no se pretende generalizar de manera probabilística los resultados (Hernández, Fernández y Baptista, 2006). Además, es de tipo *exploratorio*, dado que el estado del conocimiento sobre la problemática que se aborda se encuentra poco estudiado. *Los estudios exploratorios se realizan comúnmente cuando el objetivo es examinar un tema poco estudiado o que no ha sido abordado antes* (Hernández, Fernández y Baptista, 2006). Finalmente, los elementos que hacen que este trabajo sea de tipo *descriptivo*, están determinados por el nivel de especificidad con el que se llega a describir el fenómeno en estudio. Según McMillan y Schumacher (2007), los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades importantes de cualquier fenómeno que sea sometido a análisis.

La técnica utilizada para recoger la información es el *análisis de contenido*. Siguiendo a Cohen y Manion (1990), el objetivo básico de este tipo de análisis es tomar un documento oral o escrito no cuantitativo, identificar las categorías y/o unidades de análisis apropiadas y luego transformarlo en datos. La identificación de tales unidades de análisis se realizará en función de las categorías especificadas en el marco de referencia.

### 3.5. Marco de referencia

Como marco de referencia, se trabaja con autores que coinciden en la idea de que, en una sociedad en continuo cambio, el conocimiento y las habilidades se discuten con datos. La Estadística juega un papel primordial para ello ya que, proporciona herramientas para analizar la variabilidad inherente a los procesos aleatorios, permite determinar relaciones entre variables, tomar decisiones en situaciones de incertidumbre. En consecuencia, se necesitan ciudadanos y profesionales formados estadísticamente para que puedan participar en procesos de toma de decisiones.

#### 3.5.1. Sentido Estadístico

Batanero (2013) indica que, para formar ciudadanos estadísticamente cultos es necesaria la construcción del *sentido estadístico*, entendiendo a éste como la unión entre *cultura estadística* y *razonamiento estadístico*.

Aunque existen diversas variantes en las acepciones de lo que es *cultura estadística* y *razonamiento estadístico*, a continuación, se describe brevemente lo que en la literatura parece tener mayor consenso entre los expertos.

Autores como Gal (2004) y Batanero (2013), entre otros, indican que la *cultura estadística* implica poner en relación diversas competencias, tales como la capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística y la capacidad para discutir o comunicar opiniones respecto a tal información. Por otra parte, es necesario el desarrollo del conocimiento básico de los conceptos estadísticos y probabilísticos, la comprensión de los razonamientos y argumentos estadísticos, la comprensión del lenguaje básico de la Estadística y **de las ideas fundamentales de estadística** (datos, resumen, variabilidad aleatoria, distribución, asociación y correlación, probabilidad, muestreo e inferencia) y una actitud crítica frente a la información estadística.

Estas ideas fundamentales están implícitas en la Estadística y en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la disciplina. Con lo cual, el objetivo primordial de la Estadística es el razonamiento a partir de **datos** empíricos, teniendo en cuenta su contexto. Para que tales datos sean confiables, un factor imprescindible, es la **aleatoriedad** en su selección. Una vez obtenidos los datos, la información resultante, debe organizarse y resumirse a partir de distintos tipos de resúmenes: **tablas, gráficos, resúmenes numéricos**.

Es aquí cuando surge la idea fundamental de **distribución**, la cual es central para poder trabajar las otras ideas fundamentales de la Estadística, ya que pone en relación diversos conceptos asociados, tanto a ideas estadísticas como probabilísticas, tal es el caso de los conceptos de distribución de frecuencias y de distribución de probabilidad. En este sentido, consideramos importante conocer la distribución de frecuencias para poder analizar las tendencias de los datos. Tales tendencias pueden establecerse a partir de los resúmenes estadísticos, que permitirán conocer, entre otras cosas, la **variabilidad** de los mismos.

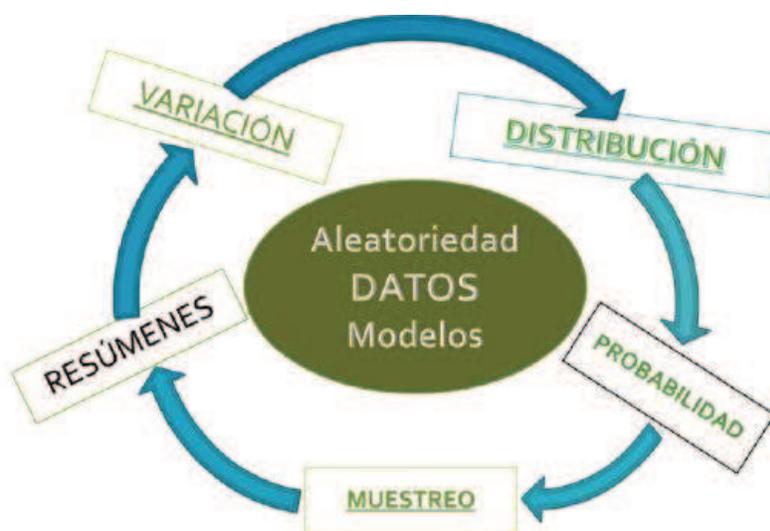
Otro aspecto fundamental de la Estadística (posiblemente el más importante) es poder relacionar las características de las muestras (a partir de la información obtenida de la selección aleatoria de datos) con las de la población que representan. Es decir, poder hacer **inferencias**. Estas consideraciones son puestas en acción por Wild y Pfannkuch (2004), a partir de un proceso de *pensamiento estadístico* que integra cuatro dimensiones: (a) El ciclo de investigación; (b) los modos fundamentales de razonamiento estadístico; (c) el ciclo de interrogación; y (d) una serie de actitudes, como el escepticismo, la mentalidad abierta, la perseverancia, el espíritu crítico y la curiosidad. Los modos fundamentales de razonamiento estadístico, según estos autores, se podrían resumir en los siguientes:

- **Reconocer la necesidad de los datos:** recoger apropiadamente los datos es considerado un primer requisito para realizar juicios sobre situaciones reales.
- **Transnumeración:** este término hace referencia al cambio de representaciones para mejorar la comprensión. La transnumeración ocurre en tres instancias: 1) se obtienen las medidas que muestran las características de una situación real, 2) los datos obtenidos se transforman en diferentes representaciones (gráficas y resúmenes numéricos), 3) el significado de los datos es comunicado de manera tal que todo aquel que lo lea, pueda comprender.
- **Consideración de la variación:** es necesario comprender cómo se representa la variación de los datos, se debe tener en cuenta el contexto. Cuando se plantean estrategias en las etapas de diseño y manejo de datos, debe tenerse en cuenta la eliminación o reducción de fuentes conocidas de variabilidad.
- **Razonamiento con modelos estadísticos:** Cuando se utilizan modelos estadísticos para razonar, se fomenta un modo de pensar donde se relaciona el modelo con los datos. Esto permite encontrar tendencias en los datos y visualizar la variación de las mismas por medio de la idea de distribución.
- **Integración de la estadística y el contexto:** este punto es fundamental en el pensamiento estadístico. El modelo estadístico debe capturar elementos de la situación real. La información de la realidad está contenida en el resumen estadístico, por eso, deben intervenir conjuntamente el conocimiento estadístico y contextual.

### 3.5.2. Ideas fundamentales de Estadística

En Cabrera, Tauber y Fernández (2020) se hace referencia a que las ideas fundamentales antes mencionadas, en ocasiones, pueden funcionar como obstáculos epistemológicos, pero a la vez son el origen de los conceptos estadísticos. Es por eso que identifican las ideas esenciales que deberían ponerse en relación en una propuesta didáctica, de tal manera que propicie la construcción del sentido estadístico por parte de los estudiantes, teniendo en cuenta además

que, en su mayoría, no han tenido una formación previa de Estadística que los haya incentivado a pensar críticamente (Figura 1).



**Figura 1. Ideas Estadísticas Fundamentales esenciales**

**Fuente: Reproducido de Cabrera, Tauber y Fernández (2020)**

Considerando lo expresado por las autoras, es necesario identificar los conceptos que conforman a cada una de estas ideas. A continuación, se realiza una descripción de los mismos:

- Los resúmenes estadísticos: tablas, gráficos, diagramas o medidas. Permiten integrar distintos conceptos e ideas, como indicadores, distribución, variación, entre otros.
- La variación: permite estudiar los distintos tipos (experimental, debida a errores de medición, debida al azar, etc.) y los modelos permiten controlar algunos de esos tipos de variación y/o predecir otros.
- La distribución: el razonamiento distribucional es uno de los modos de razonamiento estadístico, por lo tanto, el concepto de distribución es otra de las ideas fundamentales centrales. Una persona que dispone de un adecuado razonamiento distribucional podrá comprender y diferenciar distintas ideas asociadas a los resúmenes y a los modelos aleatorios.
- La probabilidad: es la idea básica para comprender los modelos aleatorios clásicos y para construir modelos basados en distribuciones específicas de datos. Debemos considerar que la idea de probabilidad está íntimamente ligada a la de aleatoriedad, lo cual es una cuestión importante a tener en cuenta para no enseñar la probabilidad como un mero cálculo o solo como un algoritmo.
- El muestreo y la inferencia: ambas son ideas complejas porque integran muchas de las ideas anteriores. En consecuencia, a la hora de enseñar deberíamos ser cautos y pensar en introducir estas dos ideas de manera integrada y en espiral. (Cabrera, Tauber y Fernández 2020, p. 95).

Por su parte, Salcedo (2019) sostiene que una idea se considera fundamental en la medida que contribuya al aprendizaje de los estudiantes, así como a la enseñanza de las habilidades y conceptos que se espera logren fomentar. Por otra parte, Batanero y Borovcnik (2016) indican que las ideas estadísticas fundamentales pueden ser enseñadas en distintos niveles de

formalización, en función de las edades y de los conocimientos previos que tengan los estudiantes.

Considerando lo anterior, Salcedo (2019) toma esta clasificación y codifica las actividades presentes en libros de texto escolares de matemáticas, utilizando las siguientes categorías:

- *Tareas de memorización.* Actividades para reproducir reglas, definiciones, sin que implique la comprensión de los conceptos estadísticos involucrados. Resolver la actividad solo necesita del recuerdo de un conocimiento estadístico ya estudiado, no la comprensión de un procedimiento o de los conceptos, ni la interpretación de resultados. No hay ambigüedad sobre lo que se debe realizar y cómo se debe hacer.
- *Tareas de procedimiento sin conexión.* Actividades algorítmicas, donde se usan procesos rutinarios. El procedimiento estadístico que se debe usar es evidente, descrito por la instrucción, sin ambigüedad. Se utilizan los instrumentos de la estadística sin mayor comprensión de los conceptos ni en su vinculación entre ellos. Aunque utilice el lenguaje estadístico no lo hace con propiedad.
- *Tareas de procedimiento con conexión.* Actividades que exigen la atención de los estudiantes sobre el uso de procedimientos con el fin de desarrollar niveles más profundos de la comprensión de los conceptos estadísticos. Se apoya en las ideas y conceptos estadísticos para determinar cuál procedimiento se ajusta mejor a la situación planteada. Las actividades se enmarcan en un contexto particular donde el estudiante debe utilizar las ideas estadísticas y producir información a partir de los datos.
- *Tareas para hacer estadística.* Actividades que exigen comprender las ideas, conceptos, procedimientos estadísticos y sus relaciones. La actividad no brinda información directa sobre cómo realizarla. El estudiante debe comprender la información que se le da, la naturaleza de los conceptos estadísticos involucrados, establecer relaciones, para definir el procedimiento a seguir. Debe hacer inferencia, considerando los datos y el contexto, analizar de forma crítica los resultados. (Salcedo, 2019, p. 4).

La revisión de antecedentes, la categorización propuesta por Salcedo (2019) y lo referente a las ideas fundamentales de la Estadística, enunciadas por Cabrera, Tauber y Fernández (2020), han permitido estructurar el análisis de contenido que se desarrolla en la siguiente sección. Para el mismo, se han analizado los ejercicios y problemas que involucran el análisis exploratorio de datos y que están contenidos en los primeros capítulos de dos libros de Estadística para nivel superior. A partir de los mismos, se realizará una categorización de las actividades propuestas, tomando como base la categorización utilizada en Salcedo (2019), y teniendo en cuenta las preguntas que motivan este trabajo.

La intención de este análisis es poder reflexionar sobre el tratamiento que se le da a la idea de distribución y de resumen estadístico, el tipo de actividades que se proponen, los procedimientos que se fomentan, la presencia (o no) de situaciones problemáticas que permitan a los estudiantes comprender la potencialidad de la Estadística.

#### 4. Categorías que se consideran en el análisis de libros de texto

Se pretende analizar el tipo de enfoque que se le da al tratamiento de la información, es decir si sólo se promueven cálculos o también, la elaboración de conclusiones. En otras palabras, se pretende caracterizar los modos como se le da sentido a los conceptos estadísticos básicos que están implícitos en la idea fundamental de distribución. También se pretende observar si se comparan grupos de datos, o si sólo se presenta una sola población o muestra. También se busca analizar si la idea de distribución se desarrolla en las actividades de manera integrada con otros conceptos como los de medidas de tendencia central y dispersión o si sólo se utiliza como una representación gráfica que luego no se utiliza en el análisis o en las conclusiones.

Tomando como referencia la categorización propuesta por Salcedo (2019) y, teniendo en cuenta las preguntas que motivaron este trabajo, se describe la categorización que se utilizará para analizar los libros de texto seleccionados (Tabla 1). Se consideran los niveles de demanda cognitiva explicitados en Salcedo (2019), pero se ha realizado un recorte, se hará foco en dos ideas fundamentales: distribución y resumen. Cabe aclarar aquí que cuando se habla de resumen, se hace referencia a todos los conceptos que intervienen en un resumen estadístico, que puede ser gráfico, tabular o numérico y cualquiera de ellos puede tener implícitos conceptos como tendencia central o centro, dispersión, frecuencias, escalas numéricas, escalas de medición, tipos de variables, entre otros.

Idea Fundamental	Conceptos asociados	Nivel de demanda cognitiva			
		Memorización	Tareas sin conexión	Tareas con conexión	Tareas para hacer Estadística
Distribución	Dato				
	Variables				
	Frecuencias				
	Centro				
	Posición no central				
	Dispersión				
	Forma y simetría				
Resumen	Gráficos				
	Tabulares				
	Numéricos				

**Tabla 1. Categorización para el análisis de libros de texto**

La categorización de Salcedo (2019), permite identificar tareas según su nivel de demanda cognitiva (descriptas en el apartado anterior). A modo de síntesis, las *tareas de memorización* son aquellas que invitan a reproducir definiciones sin la necesidad de comprender los conceptos estadísticos que forman parte de la actividad; las *tareas de procedimientos sin conexión* implican la aplicación de algoritmos claramente explicitados, aquí tampoco se observa la

comprensión de conceptos estadísticos ni las relaciones que podrían establecerse entre ellos. Cuando se hace referencia a *tareas de procedimiento con conexión*, se intenta describir tareas donde el estudiante debe estar atento y utilizar procedimientos que le permitan desarrollar niveles más profundos de relaciones entre conceptos estadísticos. Finalmente, las *tareas para hacer estadística*, implican la comprensión de ideas y procedimientos estadísticos y las relaciones entre los mismos. No se brinda información sobre cómo realizar la actividad, el estudiante debe interpretar lo que se pide, establecer relaciones, decidir sobre el procedimiento a seguir y analizar de forma crítica los resultados.

En lo referido a las ideas fundamentales de la Estadística, el análisis de las actividades de los libros de texto, se centrará, por un lado, en la idea de distribución, para ello el análisis de los datos será fundamental. Los mismos son la base del razonamiento estadístico, se debe tener en cuenta el contexto y la aleatoriedad de los mismos. Una correcta identificación y clasificación de las variables, permitirá realizar el o los resúmenes más adecuados y representar la información de una manera coherente. Por otra parte, cuando se hable de *centro*, se hará énfasis en el análisis de medidas de tendencia central asociadas al tipo de variable, su escala de medición, a la forma de la distribución, a la simetría y a la dispersión, para aquellas variables que tienen al menos una escala ordinal. En el caso que la variable bajo análisis sea cualitativa con escala nominal, se considerará la variabilidad de las frecuencias y como forma de representar el centro, se considerará una sola medida de tendencia central que corresponde a la moda. Lo anterior implica que se pueda tomar decisiones a la hora de elegir la medida de centro más adecuada a la situación bajo análisis y también, seleccionar adecuadamente el tipo de frecuencias (según permita o no el cálculo de tales medidas). Finalmente, la idea de resumen, permite no sólo presentar un gráfico o una tabla sin conexión con el resto de las ideas, sino que también permite analizar el tipo de distribución, su forma, la presencia de valores atípicos, la identificación de asimetrías, la dispersión de los datos, la variabilidad de las frecuencias, entre otros. El análisis conjunto de estos elementos, permitirá determinar el resumen numérico más adecuado para el tipo de distribución y la variable interviniente.

#### **4.1. Fundamentos de la elección de los libros de texto analizados**

Se ha decidido trabajar con dos libros destinados a estudiantes universitarios con características similares a los destinatarios de esta propuesta. Es decir, alumnos ingresantes a la Universidad con escasos o nulos conocimientos estadísticos que cursan distintas carreras. También se tuvo en cuenta que sean libros publicados en español y con menos de 10 años de antigüedad, donde además de los contenidos específicos, se utilicen técnicas innovadoras y software estadísticos que agilicen los cálculos, y promuevan el análisis de información.

Así, se analiza el primer capítulo del libro “Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias” de Walpole, Myers, Myers y Ye (2012). Además, se consideran la introducción y los

primeros dos capítulos (*Descripción de datos por medio de gráficas* y *Descripción de datos con medidas numéricas*) del libro: “Introducción a la Probabilidad y Estadística” de Mendenhall, Beaver y Beaver (2015).

El primero de los libros (Walpole, Myers, Myers y Ye, 2012) está destinado a estudiantes que reciben su primer curso de Estadística universitaria, los contextos que presenta están direccionados de manera específica a estudiantes de Ingeniería. El segundo (Mendenhall, Beaver y Beaver, 2015), también está destinado a estudiantes de diversas carreras universitarias que realizan su primer curso de Estadística, no se evidencia orientación específica a un área de conocimiento, tiene un enfoque más general.

En ambos, se abordan las primeras ideas de la Estadística Descriptiva, se presenta la disciplina y se hace referencia a conceptos básicos como: población, muestra, variables, tablas, gráficos, cálculo y tratamiento de medidas de posición y dispersión.

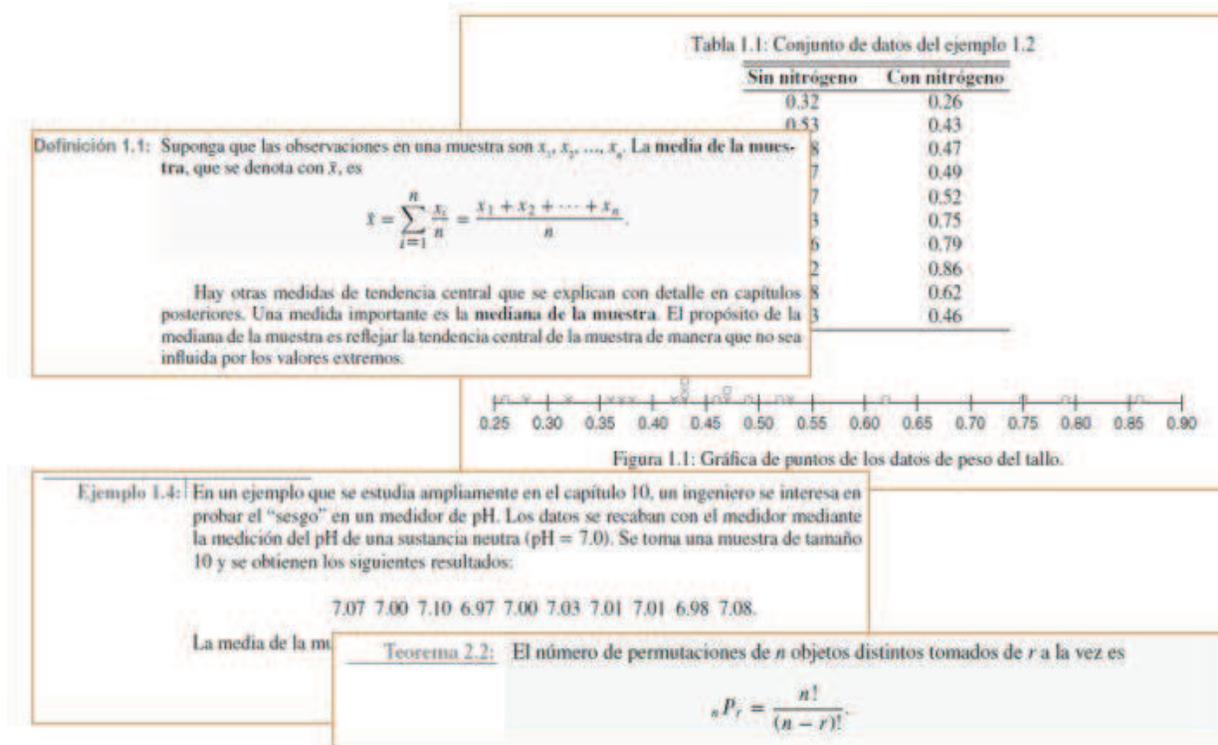
En el análisis, se hará foco en las secciones de los libros destinadas al análisis exploratorio de datos. Es decir, la primera de las ideas fundamentales de la Estadística establecidas por Batanero y Borovcnik (2016). De forma más específica, y considerando la categorización realizada por Cabrera, Tauber y Fernández (2020), se observará el tratamiento que se le da a las distribuciones de frecuencias, su uso, aplicaciones y relaciones con la idea de resumen (mediante el uso de tablas, gráficos, medidas).

#### **4.2. Características generales de los libros analizados**

*Libro 1: Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. Walpole, Myers, Myers y Ye, (2012)*

Se publicó la novena edición en el año 2012. En el prefacio se comenta el enfoque general y nivel matemático de la edición, los cambios incorporados, el contenido y la planeación de su desarrollo, los programas de cómputo sugeridos (SAS y MINITAB). Finalmente, se hace referencia al “Centro de Recursos para el Profesor de Pearson” donde se encuentran disponibles el manual de soluciones de todos los ejercicios y diapositivas de Power Point.

Algunos capítulos comienzan con una breve introducción donde se establece un marco histórico del contenido, mientras que otros, comienzan directamente con el desarrollo de conceptos. En todos los casos se presentan secciones donde aparecen definiciones, ejemplos, figuras, tablas y teoremas (Figura 4).



**Figura 4. Secciones dentro de cada capítulo**

Los ejercicios no se presentan al final de cada sección, sino que integran el desarrollo de los temas y se presentan cada dos o tres secciones, según la relevancia de los temas desarrollados.

Al final del libro hay dos apéndices: el Apéndice A, con tablas de probabilidad y demostraciones estadísticas (en el cuerpo del libro se presentan teoremas sin demostración), y el Apéndice B con las respuestas a ejercicios impares (no de repaso).

*Libro 2: Introducción a la Probabilidad y Estadística. Mendenhall, Beaver y Beaver, (2015)*  
 Se publicó la decimocuarta edición de este libro en el año 2015. En el prefacio se comenta la evolución que han tenido las diferentes ediciones, se hace referencia a las características distintivas, la forma de presentar los ejercicios (más de 1300), algunos son para aplicar técnicas y otros para fomentar el razonamiento y comprensión de los conceptos estadísticos. Se presentan distintos problemas, la mayoría de ellos, contextualizados en situaciones cotidianas. Hay una sección que recibe el nombre de: “NECESITO SABER”, donde se brindan definiciones, procedimientos y sugerencias de resolución de problemas. En los márgenes del texto aparecen otros dos tipos de observaciones: “TIP”, con datos que permiten una mejor interpretación de la información y “MI” applet en línea, una herramienta web interactiva que permite visualizar los conceptos estadísticos que se trabajan. Se recomienda trabajar los

capítulos en el orden en el que se presentan. Hay una versión para docentes, pero disponible sólo en inglés.

Cada capítulo comienza citando los objetivos generales, índice y un problema disparador basado en una situación real (figura 2).

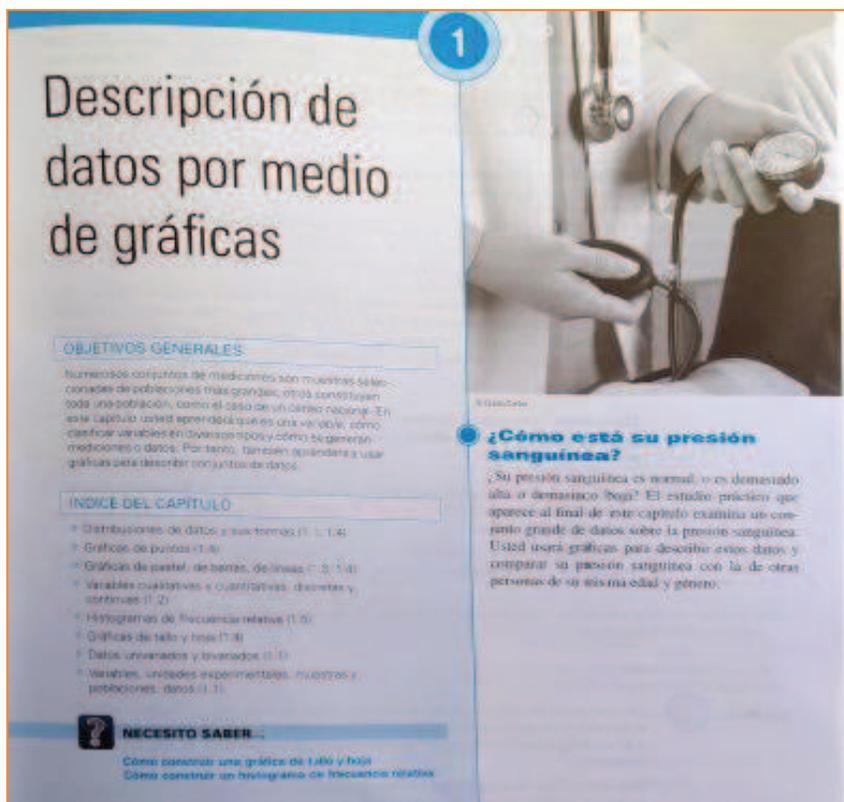
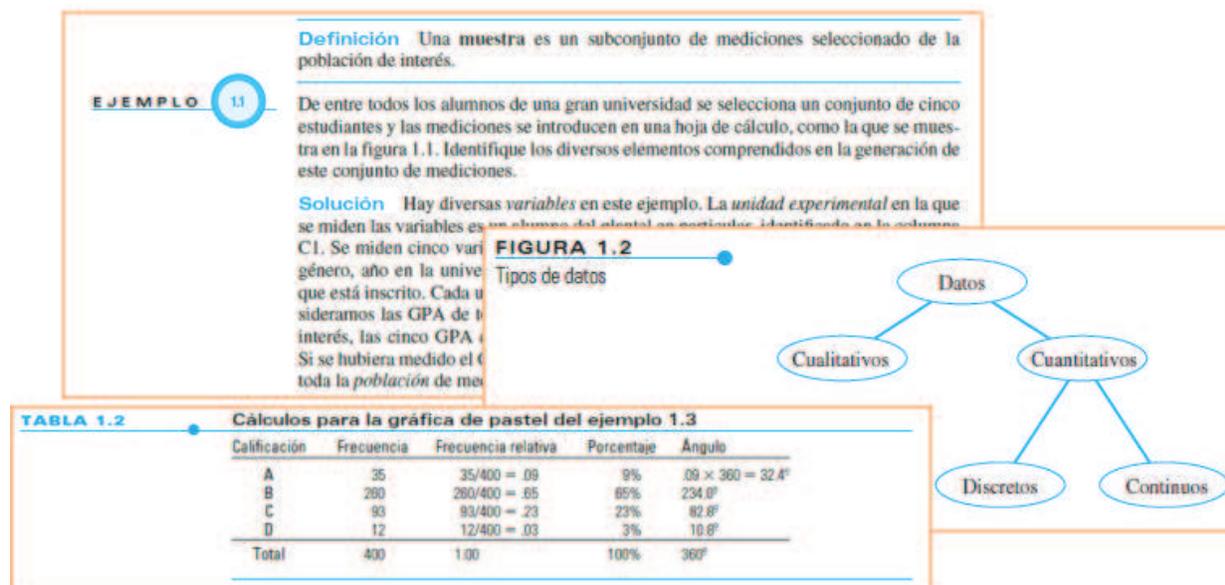


Figura 2. Presentación del capítulo

Los capítulos están divididos en secciones donde aparecen definiciones, ejemplos, figuras y tablas (Figura 3).



**Figura 3. Secciones dentro de cada capítulo**

Cada sección finaliza con ejercicios distribuidos en categorías: Para entender conceptos, Técnicas básicas, Aplicaciones. Se cierran los capítulos con repaso de conceptos clave, una sección de tecnología donde se resuelven ejemplos en Excel y MINITAB y una lista de ejercicios suplementarios.

Al final del libro, se encuentra un apéndice con tablas de probabilidad y de números aleatorios; un apartado donde se citan las fuentes de los datos reales utilizados y las respuestas a ejercicios seleccionados.

### 4.3. Análisis de contenido

Se analiza el contenido de cada uno de los capítulos de libro seleccionados y se clasifican según la categorización descripta anteriormente (basada en las ideas fundamentales de la Estadística y en los aportes de Salcedo, 2019).

#### 4.3.1. Libro 1. Walpole, Myers, Myers y Ye (2012)

En el prefacio, se enumeran las mejoras de la edición, siempre apuntando a la comprensión de contenidos por parte del estudiante. Los autores buscan el equilibrio entre la teoría y las aplicaciones, aparecen varios ejercicios que refieren a aplicaciones científicas y de Ingeniería de la vida real. Los conjuntos de datos asociados con los ejercicios están disponibles en la página web [www.pearsonenespañol.com/walpole](http://www.pearsonenespañol.com/walpole).

Aquí, se analizará el primer capítulo del libro, dado que es el único capítulo que desarrolla conceptos de la estadística descriptiva y del análisis exploratorio de datos. Los autores

presentan los contenidos como un bosquejo de la inferencia estadística, presentados a un nivel matemático sencillo. Su organización es la siguiente.

## Capítulo I: Introducción a la estadística y al análisis de datos

### 1.1 Panorama general: inferencia estadística, muestras, poblaciones y el papel de la probabilidad

- Empleo de datos científicos
- Variabilidad en los datos científicos
- El papel de la probabilidad
- ¿Cómo trabajan juntas la probabilidad y la inferencia estadística?

### 1.2 Procedimientos de muestreo; recolección de los datos

- Muestreo aleatorio simple
- Diseño experimental
- ¿Por qué las unidades experimentales se asignan aleatoriamente?

### 1.3 Medidas de localización: la media y la mediana de una muestra

- Otras medidas de localización
- Ejercicios (6 actividades)

### 1.4 Medidas de variabilidad

- Rango y desviación estándar de la muestra
- Unidades para la desviación estándar y la varianza
- ¿Cuál es la medida de variabilidad más importante?
- Ejercicios (6 actividades)

### 1.5 Datos discretos y continuos

- ¿Qué clases de problemas se resuelven en situaciones con datos binarios?

### 1.6 Modelado estadístico, inspección científica y diagnósticos gráficos

- Diagrama de dispersión
- Diagrama de tallo y hojas
- Histograma
- Gráfica de caja y bigote o gráfica de caja
- Otras características distintivas de una muestra

### 1.7 Tipos generales de estudios estadísticos: diseño experimental, estudio observacional y estudio retrospectivo

- ¿Qué es interacción?
- ¿Qué sucede si no se controlan los factores?
- Ejercicios (20 actividades)

En la introducción del capítulo, se hace referencia a que parte del éxito del crecimiento industrial en Estados Unidos y Japón, durante los inicios de la década de los ochenta, se debe

a los métodos estadísticos y al pensamiento estadístico utilizado por el personal gerencial. La estadística inferencial y los métodos que contribuyen al proceso de realizar juicios científicos frente a la incertidumbre y a la variación jugaron un papel muy importante en ese período. Se hace especial hincapié en la idea de variación y de lo importante que es tenerla en cuenta a la hora de tomar decisiones. Se continúa el texto introduciendo con ejemplos (posteriormente se profundizan) las ideas de población, muestra, factores, diseño experimental, estadística descriptiva, media, mediana, desviación estándar, gráficos, entre otros. Finalmente, se dedican unos párrafos al rol imprescindible de la probabilidad en la estadística inferencial y se ilustra la misma mediante ejemplos.

La segunda sección del capítulo estudia brevemente el concepto de muestreo y el proceso para obtener muestras. Se hace referencia al muestreo aleatorio simple, tamaño de una muestra, muestreo aleatorio estratificado, diseño experimental, unidades experimentales, variabilidad, estadísticas descriptivas. Algunas de estas ideas se profundizan en secciones posteriores.

En la tercera sección se presenta la media de una muestra como el promedio numérico de las observaciones (se está haciendo referencia a la media aritmética, aunque no se la define de esa forma). Se define a la mediana como una medida de tendencia central que no se ve influenciada por valores extremos, finalmente se presenta la media recortada como otra medida de localización que se utiliza con frecuencia. Se hace referencia a que más adelante se desarrollarán otras medidas de tendencia central. Hasta el momento, no aparece nada relacionado con las variables en estudio, su clasificación ni su escala de medición. Se citan los parámetros poblacionales, pero no se explica qué son. Lo mismo sucede con los valores extremos. Se proponen 6 ejercicios con varios ítems cada uno. Se pregunta por el tamaño de la muestra, se solicita que se calcule: media, mediana, media recortada y finalmente, se pide que se realicen diagramas de puntos (en el texto, el gráfico aparece como ilustración de dos ejemplos, aunque no se explica cómo debe construirse). El último punto del ejercicio invita a la reflexión respecto a cuál es la medida que mejor describe los datos. Los 6 ejercicios son idénticos, aunque hay 4 de ellos que trabajan con dos grupos de datos y se pide que los representen en un único diagrama de puntos para poder comparar comportamientos (Figura 5).

<p><b>1.1</b> Se registran las siguientes mediciones para el tiempo de secado (en horas) de cierta marca de pintura esmaltada.</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>3.4</td> <td>2.5</td> <td>4.8</td> <td>2.9</td> <td>3.6</td> </tr> <tr> <td>2.8</td> <td>3.3</td> <td>5.6</td> <td>3.7</td> <td>2.8</td> </tr> <tr> <td>4.4</td> <td>4.0</td> <td>5.2</td> <td>3.0</td> <td>4.8</td> </tr> </table> <p>Suponga que las mediciones constituyen una muestra aleatoria simple.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>¿Cuál es el tamaño de la muestra anterior?</li> <li>Calcule la media de la muestra para estos datos.</li> <li>Calcule la mediana de la muestra.</li> <li>Grafique los datos utilizando una gráfica de puntos.</li> <li>Calcule la media recortada al 20% para el conjunto de datos anterior.</li> <li>¿La media muestral para estos datos es más o menos descriptiva como centro de localización, que la media recortada?</li> </ol>	3.4	2.5	4.8	2.9	3.6	2.8	3.3	5.6	3.7	2.8	4.4	4.0	5.2	3.0	4.8	<p><b>1.4</b> En un estudio realizado por el Departamento de Ingeniería Mecánica del Tecnológico de Virginia se compararon las varillas de acero que abastecen dos compañías diferentes. Se fabricaron diez resortes de muestra con las varillas de metal proporcionadas por cada una de las compañías y se registraron sus medidas de flexibilidad. Los datos son los siguientes:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Compañía A:</td> <td>9.3</td> <td>8.8</td> <td>6.8</td> <td>8.7</td> <td>8.5</td> </tr> <tr> <td></td> <td>6.7</td> <td>8.0</td> <td>6.5</td> <td>9.2</td> <td>7.0</td> </tr> <tr> <td>Compañía B:</td> <td>11.0</td> <td>9.8</td> <td>9.9</td> <td>10.2</td> <td>10.1</td> </tr> <tr> <td></td> <td>9.7</td> <td>11.0</td> <td>11.1</td> <td>10.2</td> <td>9.6</td> </tr> </table> <ol style="list-style-type: none"> <li>Calcule la media y la mediana de la muestra para los datos de ambas compañías.</li> <li>Grafique los datos para las dos compañías en la misma línea y explique su conclusión respecto de cualquier aparente diferencia entre las dos compañías.</li> </ol>	Compañía A:	9.3	8.8	6.8	8.7	8.5		6.7	8.0	6.5	9.2	7.0	Compañía B:	11.0	9.8	9.9	10.2	10.1		9.7	11.0	11.1	10.2	9.6
3.4	2.5	4.8	2.9	3.6																																				
2.8	3.3	5.6	3.7	2.8																																				
4.4	4.0	5.2	3.0	4.8																																				
Compañía A:	9.3	8.8	6.8	8.7	8.5																																			
	6.7	8.0	6.5	9.2	7.0																																			
Compañía B:	11.0	9.8	9.9	10.2	10.1																																			
	9.7	11.0	11.1	10.2	9.6																																			

**Figura 5. Ejercitación propuesta en la sección**

En todos los casos se hace referencia a situaciones contextualizadas con datos realistas (tiempo de secado de pintura, capacidad de absorción de agua de fibras de algodón, resistencia a la tensión de polímeros, flexibilidad de resortes elaborados con varillas de acero, reducción de colesterol en personas con o sin tratamiento, resistencia a la tensión del caucho), sólo se piden cálculos aislados y algunas comparaciones entre datos sometidos a diferentes tratamientos.

En todos los casos, los primeros ítems de cada ejercicio se corresponden con lo que Salcedo define como *tareas de memorización* y *tareas de procedimiento sin conexión*, sólo se deben reproducir las fórmulas presentadas en el texto para calcular media, mediana y media recortada. Al final de cada ejercicio se piden conclusiones respecto de las diferentes interpretaciones que puede generar el cálculo de una u otra medida de posición (se intenta que el estudiante concluya respecto a la influencia de los valores extremos en el cálculo de medidas).

En la cuarta sección se explica la idea de variabilidad a partir de los ejemplos utilizados en secciones anteriores, luego, se define y ejemplifica la varianza y desviación estándar de una muestra. En el único ejemplo que hay, se calcula la varianza y desviación estándar de 10 datos, pero no se concluye al respecto, es decir, no se busca dar un significado para el contexto analizado.

Los 6 ejercicios que aparecen en esta sección retoman los datos utilizados en la tercera sección. Tres de ellos se presentan como *tareas de procedimiento sin conexión*, sólo se pide que calculen varianza y desviación estándar. En los otros tres ejercicios, se pide que comparen resultados y concluyan respecto a la relación entre valores extremos y variabilidad, se enmarcan estos ejercicios dentro de las *tareas de procedimiento con conexión* (Figura 6).

1.7 Considere los datos del tiempo de secado del ejercicio 1.1 de la página 13. Calcule la varianza de la muestra y la desviación estándar de la muestra.

1.10 Para los datos del ejercicio 1.4 de la página 13 calcule tanto la media como la varianza de la "flexibilidad" para las compañías A y B. ¿Parece que hay una diferencia de flexibilidad entre la compañía A y la compañía B?

**Figura 6. Ejercitación propuesta en la sección**

La quinta sección es breve, se describe la diferencia entre datos discretos y continuos (no se hace referencia a variables ni tampoco a datos cualitativos). Se destina una parte de la sección a resaltar la importancia que tienen los datos binarios, entendidos a éstos como aquellos que pueden ubicarse en una de dos categorías, se introduce la noción de proporción muestral.

La sexta sección presenta algunos gráficos estadísticos (diagrama de dispersión, diagrama de tallo y hojas, histograma, gráfica de caja y bigote). En concordancia con lo que ocurre en la quinta sección, aquí no se presentan gráficos que permitan representar datos cualitativos. En el texto, se destaca la importancia de los gráficos para resumir conjuntos de datos y para mejorar la inferencia estadística. Se introducen las primeras ideas de modelos estadísticos, simetría y sesgo. Se define a la distribución de frecuencias como una tabla (Figura 7) con clases o intervalos y se registra la cantidad de observaciones en cada uno (frecuencia absoluta), también se presenta la frecuencia relativa (distribución de frecuencias relativas). Cabe destacar que no son explícitos los procedimientos que permiten realizar manualmente un histograma (criterios sobre la cantidad de intervalos, amplitud de los mismos, etc).

Intervalo de clase	Punto medio de la clase	Frecuencia, $f$	Frecuencia relativa
1.5-1.9	1.7	2	0.050
2.0-2.4	2.2	1	0.025
2.5-2.9	2.7	4	0.100
3.0-3.4	3.2	15	0.375
3.5-3.9	3.7	10	0.250
4.0-4.4	4.2	5	0.125
4.5-4.9	4.7	3	0.075

**Figura 7. Distribución de frecuencias relativas**

Respecto al diagrama de caja, se explicita el modo de construcción haciendo mención a la utilización de cuartiles, a pesar de no haberlos definido hasta el momento, factor que dificulta la comprensión del lector. Al final de la sección, se desarrollan los conceptos de cuartiles y percentiles. En el apartado destinado a actividades, en el ejercicio 29 se pide la elaboración de un diagrama de caja a partir de los datos del ejercicio 24, pero no se pide análisis ni interpretación del mismo.

La última sección del capítulo profundiza la noción de métodos estadísticos para obtener información relevante de una población, la idea de diseño experimental en contraposición a un

estudio observacional (donde los factores a estudiar no pueden ser controlados). También se presenta un tipo de estudio estadístico que podría resultar útil, aunque con notables desventajas: el estudio retrospectivo (emplea datos históricos que se obtienen durante un período específico).

A modo de cierre del capítulo, se presentan 21 ejercicios que integran lo desarrollado y ejemplificado hasta el momento. Después de haberlos leído y analizado, en la Tabla 2 se resumen los conceptos que se piden de manera explícita en cada ejercicio.

Conceptos solicitados en las consignas	Ejercicio/Problema N°																
	13	14	17	18	19	20	21	22	23	24	25	27	28	29	30	31	33
Media	x	x	x	x	x		x	x	x	x	x		x			x	x
Mediana	x	x		x		x	x				x						
Moda	x	x															
Varianza		x															x
Desviación estándar		x	x	x	x		x	x		x							
Rango		x			x												
Distribución de frecuencias relativas					x	x											
Gráfico			x	x	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Conclusión a partir de lo calculado	x	x	x					x	x		x	x	x			x	x

**Tabla 2. Conceptos estadísticos presentes en los ejercicios/problemas de Walpole, et. al. (2012).**

**Elaboración propia.**

Cuando se pide una conclusión, no se fomenta la generación de nuevos conocimientos, sino que se solicita un comentario o interpretación de la información obtenida con los cálculos y gráficos. En los casos que se solicita que realicen diagramas de tallo y hojas, se brindan todas las indicaciones para su correcta elaboración. En el texto, se rescata el hecho de que, al girar en sentido antihorario un diagrama de tallos y hojas, se obtiene una imagen parecida a un histograma, donde se puede observar la forma general o la forma de la distribución.

La referencia a la distribución de frecuencias se realiza en 5 actividades. En 4 de las mismas sólo se solicita elaboración de una tabla, no se pide interpretación de la misma. Hay actividades donde, a partir de la elaboración de tablas y gráficos, se solicitan conclusiones respecto a la forma de la distribución, la presencia de asimetrías y de valores atípicos. En algunos casos, se pide explícitamente que tengan en cuenta el concepto de variabilidad. También se fomenta la interpretación de resultados respetando el contexto de cada problema, se invita al lector a decidir sobre medidas que tomaría a partir de conocer la información que el análisis de la distribución le brinda.

La actividad número 22 intenta que se haga una inferencia respecto a la población de la cual provienen los datos. Se solicita que, a partir de un gráfico donde se representan datos de una muestra, se concluya sobre la posible distribución de la población de la cual se obtuvo esa muestra (Figura 8).

**1.22** Los siguientes datos son las mediciones del diámetro de 36 cabezas de remache en centésimos de una pulgada.

6.72	6.77	6.82	6.70	6.78	6.70	6.62	6.75
6.66	6.66	6.64	6.76	6.73	6.80	6.72	6.76
6.76	6.68	6.66	6.62	6.72	6.76	6.70	6.78
6.76	6.67	6.70	6.72	6.74	6.81	6.79	6.78
6.66	6.76	6.76	6.72				

a) Calcule la media y la desviación estándar de la muestra.  
 b) Construya un histograma de frecuencias relativas para los datos.  
 c) Comente si existe o no una indicación clara de que la muestra proviene de una población que tiene una distribución en forma de campana.

**Figura 8. Enunciado de ejercicio 22**

Los ejercicios 15, 16, 26, 32 y 33 no se han incluido en la tabla, debido a que no abordan los conceptos allí detallados. A continuación, se describe cada uno en detalle.

Ejercicio 15: Se solicita una valoración respecto a la probabilidad de ocurrencia de un evento específico. Se sugiere utilizar el concepto del p-valor para responder. Podría considerarse como una *tarea con conexión*, pero no está relacionada con las ideas fundamentales en las que se basa este análisis.

Ejercicio 16: Se solicita una demostración que se obtiene realizando el desarrollo algebraico de la fórmula (Figura 9). Es una *tarea de memorización*.

**1.16** Muestre que las  $n$  piezas de información en  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$  no son independientes; es decir, demuestre que

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0.$$

**Figura 9. Solicitud de demostración de una propiedad**

Ejercicios 26 y 32: En ambos casos se pide que se relacionen datos de ejercicios anteriores para poder encontrar un modelo que permita predecir los valores de una variable en función de los valores de otra variable. Es decir, se intenta determinar si existe interacción entre variables. Ninguna de las actividades tiene relación con los objetivos de este trabajo, no son tenidas en cuenta para el análisis.

**Ejercicio 33:** “Proyecto de grupo”. La única diferencia entre este ejercicio y los anteriores es que los datos no son brindados por el autor del libro, sino que el estudiante debe registrar estatura y número de calzado de sus compañeros de clase. El resto es igual, se solicita el cálculo de media y varianza, se solicita hacer gráficos y conclusión (Figura 10). Se considera como una tarea de *procedimiento con conexión*. Si bien la problemática es mayor a la del resto de los ejercicios, no se evidencian procedimientos que permitan hacer Estadística. Es decir, los estudiantes deben establecer ciertos acuerdos a la hora de recolectar la información: cómo y con qué instrumento realizar las mediciones, qué unidad de medida utilizar, entre otros, pero las indicaciones del problema son directas, se indica qué medidas calcular y cómo resumir la información, no se deja lugar para realizar un análisis de la distribución previo a la obtención de medidas (forma, asimetría, existencia de valores atípicos). De esta manera, podrían decidir sobre cuál es la medida de resumen más adecuada para representar a los datos recolectados y realizar la comparación que se solicita, pero no se promueve nada de ello.

**1.33 Proyecto de grupo:** Registre el tamaño de calzado que usa cada estudiante de su grupo. Utilice las medias y las varianzas muestrales, así como los tipos de gráficas que se estudiaron en este capítulo, para resumir cualquier característica que revele una diferencia entre las distribuciones del tamaño del calzado de hombres y mujeres. Haga lo mismo con la estatura de cada estudiante de su grupo.

**Figura 10. Proyecto de grupo**

En función de la descripción realizada, se presenta la clasificación de los ejercicios según su nivel de demanda cognitiva.

	Nivel de demanda cognitiva				Total
	Memorización	Tareas sin conexión	Tareas con conexión	Tareas para hacer Estadística	
Sección 1.3	3	3			6
Sección 1.4		3	3		6
Sección 1.7	4	11	6		21
Total	7	17	9		<b>33</b>

**Tabla 3. Nivel de demanda cognitiva de los ejercicios presentados en Walpole, et. al. (2012).**

**Elaboración propia**

Respecto a la presencia del tipo de tareas según la categorización de ideas fundamentales y conceptos asociados relativos al análisis exploratorio de datos, En la Tabla 4 se presenta la distribución de los ejercicios a partir de la categorización establecida al principio de la sección.

Idea Fundamental	Conceptos asociados	Nivel de demanda cognitiva			
		Memorización	Tareas sin conexión	Tareas con conexión	Tareas para hacer Estadística
Distribución	Dato	x		x	
	Variabes				
	Frecuencias		x		
	Centro		x	x	
	Posición no central	x			
	Dispersión	x	x	x	
	Forma y simetría		x	x	
Resumen	Gráficos	x	x	x	
	Tabulares		x		
	Numéricos		x		

**Tabla 4. Nivel de demanda cognitiva según ideas fundamentales y conceptos asociados presentados en Walpole, et. al. (2012). Elaboración propia**

En los 33 ejercicios analizados hay diferentes indicaciones, es por eso que, en ocasiones, un mismo ejercicio puede ubicarse en más de una categoría.

Como ya se ha mencionado antes, en las secciones analizadas, prevalecen actividades rutinarias donde se solicita de manera directa el cálculo de medidas de resumen (media, mediana, desviación estándar), la elaboración de gráficos de puntos, de tallo y hojas, de caja, histogramas, pero no se proponen preguntas que induzcan al estudiante a analizar los mismos para obtener conclusiones. En 5 de los 33 casos se solicita la elaboración distribución de frecuencias relativas.

Se pide comparación de media y mediana y la conveniencia de utilizar una u otra medida (intentando que el estudiante apunte a la detección de valores atípicos), solicita diagramas de puntos que permitan comparan el comportamiento de dos grupos de datos.

Entre las preguntas que puedan orientar a la evolución de contenidos, se pueden identificar las que piden comparar medidas de resumen, analizar variabilidad, comparar variables y detectar posibles relaciones entre las mismas.

No se han evidenciado tareas para hacer estadística. Ello queda puesto de manifiesto porque no se incentivan las relaciones entre distintos resúmenes, por ejemplo, en muchos casos se solicita el cálculo de medidas específicas antes de realizar los resúmenes gráficos, cuando el objetivo de resumir a través de un gráfico se centra en identificar características específicas tales como el centro de la distribución, la simetría, la forma y los valores atípicos, todo ello permitiría tomar decisiones respecto de cuáles son las medidas más adecuadas para cada tipo de variable y de distribución.

#### 4.3.2. Libro 2. Mendenhall, Beaver y Beaver (2015)

Para este caso, se contemplan la introducción y los primeros dos capítulos del libro, el índice es el siguiente.

##### 0. Introducción

##### 1. Descripción de datos por medio de gráficas

- 1.1 Variables y datos
- 1.2 Tipos de variables
- 1.3 Gráficas para datos categóricos
- 1.4 Gráficas para datos cuantitativos
- 1.5 Histograma de frecuencia relativa

##### 2. Descripción de datos con medidas numéricas

- 2.1 Descripción de un conjunto de datos con medidas numéricas
- 2.2 Medidas de centro
- 2.3 Medidas de variabilidad
- 2.4 Sobre la significación práctica de la desviación estándar
- 2.5 Una medición del cálculo de s
- 2.6 Mediciones de posición relativa
- 2.7 El resumen de cinco números y la gráfica de caja

La introducción invita al lector a reflexionar sobre lo que conoce de Estadística. Propone artículos periodísticos relacionados con procesos electorales, donde se publican resultados de encuestas sobre preferencias hacia uno u otro candidato, porcentaje de indecisos, etc. Se evidencia la intención de dialogar con el lector buscando problematizar y reflexionar sobre la función de la Estadística (Figura 11).

Cuando usted ve un artículo como éste en una revista, ¿simplemente lee el título y el primer párrafo, o lee más y trata de entender el significado de los números? ¿Cómo obtuvieron estos datos los autores? ¿En realidad entrevistaron a todos los estadounidenses de cada afiliación política? Es trabajo del estadístico interpretar el lenguaje de este estudio.

#### Figura 11. Invitación a la reflexión

Se presentan los conceptos de población, muestra, unidad experimental, elementos de una muestra, estadística descriptiva e inferencial. Siempre ejemplificando con situaciones cotidianas, para facilitar la comprensión.

En el capítulo 1, se formalizan y proponen ejemplos de algunos de los conceptos trabajados en la introducción. En la primera sección se define: variable, unidad experimental, población,

muestra, datos univariados y bivariados. En los márgenes del texto hay hipertextos bajo el título “*Mi consejo*”, con sugerencias breves que facilitan la comprensión (Figura 12).

EJEMPLO

1.2

Identifique cada una de las siguientes variables como cualitativas o cuantitativas:

1. El uso más frecuente de su horno de microondas (recalentar, descongelar, calentar, otros)
2. El número de consumidores que se niegan a contestar una encuesta por teléfono
3. La puerta escogida por un ratón en un experimento de laberinto (A, B o C)
4. El tiempo ganador para un caballo que corre en el Derby de Kentucky
5. El número de niños en un grupo de quinto grado que leen al nivel de ese grado o mejor

**Solución** Las variables 1 y 3 son *cualitativas* porque sólo una cualidad o característica se mide para cada individuo. Las categorías para estas dos variables se muestran entre paréntesis. Las otras tres variables son *cuantitativas*. La variable 2, el número de consumidores, es una variable *discreta* que puede tomar cualquiera de los valores  $x = 0, 1, 2, \dots$ , con un valor máximo que depende del número de consumidores llamados. Del mismo modo, la variable 5, el número de niños que leen al nivel de ese grado, o mejor, pueden tomar cualquiera de los valores  $x = 0, 1, 2, \dots$ , con un valor máximo que depende del número de niños que haya en el grupo. La variable 4, el tiempo ganador para un caballo del Derby de Kentucky, es la única variable *continua* de la lista. El tiempo ganador, si pudiera medirse con suficiente precisión, podría ser 121 segundos, 121.5 segundos, 121.25 segundos o cualesquier valores entre dos tiempos cualesquiera que hemos puesto en lista.

**MI CONSEJO**  
Es frecuente que las variables discretas comprendan el “número” de artículos de un conjunto.

**Figura 12. Sección “*Mi consejo*” con sugerencia sobre cómo interpretar datos discretos**

En la segunda sección se describe la forma en que pueden clasificarse las variables (cualitativas, cuantitativas discretas y cuantitativas continuas).

El objetivo de la sección 3 es presentar las gráficas para datos categóricos. Pero, antes de eso, el lector debe conocer cómo construir tablas estadísticas para mostrar gráficamente los datos como una distribución de datos. Se definen frecuencias absolutas, relativas, porcentuales y se presentan las gráficas de pastel y de barras. El impacto visual de cada gráfica es diferente, la gráfica de pastel muestra las relaciones de las partes respecto del todo, mientras que la gráfica de barras destaca la cantidad real (frecuencia) por cada categoría. Para dar cierre a la tercera sección, se proponen 15 ejercicios diferenciados en tres subsecciones: “Para entender conceptos”, “Técnicas básicas” y “Aplicaciones”. Esto permite que se afiancen conceptos, se apliquen las técnicas trabajadas y finalmente, se resuelvan problemas donde se integre y profundice lo trabajado. Los últimos 4 ejercicios (“Aplicaciones”), son propuestas con datos reales (se citan las fuentes de información en cada caso). Si bien, en muchos de los ejercicios se proponen indicaciones aisladas unas de otras (*Tareas sin conexión*) (Figura 13), también ocurre que se plantean preguntas que ponen al lector en la posición de interrogarse acerca de lo que se le pide describir, de analizar si es correcto y de proponer nuevas opciones de solución (*Tareas con conexión*). En la figura 14 se muestra un ejemplo.

**1.6 Presidentes de Estados Unidos** Un conjunto de datos contiene las edades al fallecimiento de cada uno de los anteriores 38 presidentes de Estados Unidos ahora desaparecidos.

- ¿Este conjunto de mediciones es una población o una muestra?
- ¿Cuál es la variable que se mide?
- ¿La variable del inciso b) es cuantitativa o cualitativa?

**Figura 13. Ejercicio de sección 1.3 (tarea sin conexión)**

**1.11 Jeans** Un fabricante de jeans (pantalones vaqueros) tiene plantas en California, Arizona y Texas. Un grupo de 25 pares de jeans se selecciona al azar de entre la base de datos computarizada, registrándose el estado en el que se produce:

CA	AZ	AZ	TX	CA
CA	CA	TX	TX	TX
AZ	AZ	CA	AZ	TX
CA	AZ	TX	TX	TX
CA	AZ	AZ	CA	CA

- ¿Cuál es la unidad experimental?
- ¿Cuál es la variable que se mide? ¿Es cualitativa o cuantitativa?
- Construya una gráfica de pastel para describir los datos.
- Construya una gráfica de barras para describir los datos.
- ¿Qué *proporción* de los jeans se hace en Texas?
- ¿Cuál estado produjo más jeans del grupo?
- Si se desea averiguar si las tres plantas produjeron iguales números de jeans, o si una produjo más jeans que las otras, ¿cómo se pueden usar las gráficas de las partes c y d para ayudar? ¿Qué conclusiones puede el lector sacar de estos datos?

**Figura 14. Ejercicio de sección 1.3 (tarea con conexión)**

Continuando con el capítulo 1, las secciones 4 y 5 están destinadas a los gráficos para datos cuantitativos. Se definen y ejemplifican:

- Gráficas de líneas: para variables cuantitativas que se registran en intervalos de tiempo igualmente espaciados, la idea es detectar patrones o tendencias.
- Gráficas de puntos: es sencilla y útil para grupos pequeños de mediciones.
- Gráficas de tallo y hojas: presenta una exhibición gráfica de los datos usando los valores numéricos reales. Es una forma sencilla de exponer la distribución.
- Histogramas de frecuencias relativas: es una gráfica de barras en la que la altura de cada barra muestra la proporción de mediciones que caen en una clase o subintervalo particular.

Los autores destacan la importancia de la interpretación a partir de un buen análisis gráfico, se indica que éste puede dar una idea muy precisa acerca de cómo es la distribución de los datos que se están representando. Señalan la importancia de concentrarse en las escalas de los ejes, el lugar de la distribución (dónde está el centro) y la forma de la misma (se observa si tiene un “pico”), y si se detectan valores raros, es decir, observaciones muy grandes o muy pequeñas (Figura 14). Se incorporan los conceptos de simetría, sesgo a la derecha, sesgo a la izquierda, distribuciones unimodales y bimodales.

### Interpretación de gráficas con ojo crítico

Una vez creada una gráfica o gráficas, para un conjunto de datos, ¿qué se debe buscar al tratar de describir los datos?

- Primero, verificar las **escalas** horizontales y verticales, de manera que haya claridad respecto a lo que se mide.
- Examinar el **lugar** de la distribución de datos. ¿Dónde está el centro de distribución del eje horizontal? Si se comparan dos distribuciones, ¿están centradas en el mismo lugar?
- Examinar la **forma** de la distribución. ¿La distribución tiene un “pico”, un punto que es más alto que cualquier otro? Si es así, ésta es la medición o categoría que se presenta con más frecuencia. ¿Hay más de un pico? ¿Hay un número aproximadamente igual de mediciones a la izquierda y derecha del pico?
- Buscar cualesquiera mediciones poco comunes o **resultados atípicos**. Esto es, ¿hay mediciones mucho mayores o menores que todas las otras? Estos resultados atípicos pueden no ser representativos de los otros valores del conjunto.

**Figura 14. Indicaciones para interpretar gráficas de manera crítica**

Al finalizar la sección 5, se proponen 22 actividades separadas en dos categorías: “Técnicas básicas” y “Aplicaciones”. Muchos de los enunciados apuntan a que el lector analice la forma de la distribución de los datos, que pueda detectar asimetrías e identificar la presencia de datos atípicos. En ocasiones, no se da la indicación clara de qué tipo de gráfica utilizar, sino que se deja en manos del lector la elección que crea más conveniente.

Al final del capítulo se realiza un resumen de los conceptos trabajados, se presenta una sección bajo el nombre “Tecnología actual” en la que se explica cómo realizar gráficas en Excel y Minitab. Se cierra el capítulo con el apartado “Ejercicios suplementarios”, donde se proponen 29 actividades que integran lo desarrollado en el capítulo. Después de haberlas leído y analizado, en la Tabla 5, se resumen los conceptos que se involucran en cada ejercicio. Sólo se contempla la sección de Ejercicios suplementarios, debido a que en ellos se integra todo lo trabajado en el capítulo.

Conceptos solicitados en las consignas	Ejercicio/Problema N°																													
	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
Clasificación de variables	x		x	x																										
Valores atípicos							x									x										x				x
Gráfica para datos categóricos												x						x									x			
Gráfica de líneas												x																		
Gráfica de puntos																														x
Gráfica de Tallo y hojas																														
Tabla de frecuencias																														
Histograma de frecuencias relativas																														
Simetría																														
Análisis de la distribución		x																												

**Tabla 5. Conceptos estadísticos presentes en los ejercicios/problemas de Mendenhall, et. al. (2015). Elaboración propia.**

El segundo capítulo tiene una organización similar al anterior, se utiliza un lenguaje cotidiano, de fácil interpretación. Para cada nuevo concepto, se presentan definiciones y ejemplos claros. El capítulo comienza planteando las ventajas y desventajas de resumir información mediante el uso de diagramas y gráficos. Las gráficas ayudan a describir la forma básica de una distribución de datos, pero a su vez, son algo imprecisas para hacer inferencias.

Una buena forma de hacer frente a las desventajas de representar los datos mediante gráficos, es el uso de medidas numéricas (sección 2.2). Son mediciones que se calculan para una muestra (estadístico) o una población (parámetro). Las primeras que se calculan, son las medidas de centro, para localizar el centro de la distribución (media aritmética, mediana y moda). Se proponen 12 actividades separadas en dos grupos (técnicas básicas y aplicaciones): las primeras son *tareas sin conexión* que permiten afianzar las técnicas presentadas, las siguientes también solicitan el cálculo de medidas de forma directa, pero se incorporan al análisis integral de los datos. Por ejemplo, unir la información que brindan las medidas con la de los gráficos y confirmar (o no) las ideas iniciales a partir de las conclusiones que se obtienen. En este sentido, podemos considerarlas como *tareas con conexión*.

La sección 2.3 aborda las medidas de variabilidad. Se muestra la importancia de conocer cómo las medidas se dispersan del centro. Se presentan las medidas más importantes: rango, desviaciones individuales, varianza y desviación estándar. Las seis actividades de la sección son de *procedimiento sin conexión*.

La sección 2.4 está destinada a la significación práctica de la desviación estándar, es decir, a partir del Teorema de Chebyshev se presenta la relación que existe entre diferentes proporciones de las mediciones y el intervalo formado por  $\mu \pm k\sigma$ , con  $k \geq 1$ . Además, se describe el caso especial de conjuntos de datos que se apilan en forma de campana, conocida como la distribución normal (sección 2.5). Las actividades propuestas aparecen en dos grupos (técnicas básicas y aplicaciones), son 20 ejercicios que se pueden identificar con tres de las cuatro categorías que hemos propuesto: Tareas de memorización, de procedimiento sin conexión y de procedimiento con conexión.

Finalmente, se presentan las medidas de posición relativa (distancia entre una observación y la media medidas en unidades de desviación estándar; percentiles y cuartiles), el resumen de cinco números y el diagrama de caja.

Otra sección interesante que aparece en el libro es la que recibe el nombre “*Necesito Saber*”, allí se brindan explicaciones sencillas sobre la realización de procedimientos específicos. Por ejemplo, la construcción de un gráfico, el cálculo de medidas de resumen determinadas, entre otras (Figura 15).

?
**NECESITO SABER...**

**Cómo calcular cuartiles muestrales**

1. Acomode el conjunto de datos en orden de magnitud de menor a mayor.
2. Calcule las posiciones de cuartil:
  - Posición de  $Q_1$ :  $.25(n + 1)$
  - Posición de  $Q_3$ :  $.75(n + 1)$
3. Si las posiciones son de enteros, entonces  $Q_1$  y  $Q_3$  son los valores del conjunto ordenado de datos que se encuentra en esas posiciones.
4. Si las posiciones del paso 2 no son de enteros, encuentre las dos mediciones en las posiciones justo arriba y justo debajo de la posición calculada. Calcule el cuartil al hallar un valor ya sea de un cuarto, un medio o tres cuartos de la distancia entre estas dos mediciones.

**Figura 15. Sección “Necesito saber”**

El capítulo finaliza con la definición del diagrama de caja, se lo presenta como un gráfico sencillo que permite describir visualmente la distribución de los datos, la presencia de sesgos y datos atípicos. Se proponen 13 actividades separadas en dos grupos (técnicas básicas y aplicaciones), que se distribuyen de manera equitativa entre *tareas de procedimiento sin conexión* y *tareas de procedimiento con conexión*.

Cada sección del capítulo incorpora nuevos conceptos, eso mismo ocurre con las actividades. Se integra lo trabajado en el capítulo 1 con lo que se incorpora en el capítulo 2. De esta manera, se logra una mejor interpretación de las distribuciones de datos que se pretenden analizar. En la Figura 16 se muestra un ejercicio de la última sección.

**MIS DATOS**  
EX0126

**2.26 Muestras de mineral** Una geóloga recolectó 20 muestras diferentes de mineral, todas del mismo peso, y al azar las dividió en dos grupos. Ella midió el contenido de titanio (Ti) de las muestras usando dos métodos diferentes.

Método 1	Método 2
.011 .013 .013 .015 .014	.011 .016 .013 .012 .015
.013 .010 .013 .011 .012	.012 .017 .013 .014 .015

**a.** Construya gráficas de tallo y hoja para los dos conjuntos de datos. Visualmente compare sus centros y sus rangos.

**b.** Calcule las medias muestrales y desviaciones estándar para los dos conjuntos. ¿Los valores calculados confirman las conclusiones visuales de usted del inciso a)?

**Figura 16. Ejercicio 2.26 de la sección 2.5**

A modo de cierre, hay una sección donde se resumen los conceptos clave y las fórmulas desarrolladas en todo el capítulo. Además, al igual que en el capítulo 1, se propone un apartado de ejercicios suplementarios donde se integra lo desarrollado hasta el momento. Después de



En función de la descripción realizada, se presenta la clasificación de los ejercicios según su nivel de demanda cognitiva.

		Nivel de demanda cognitiva				
		Memorización	Tareas sin conexión	Tareas con conexión	Tareas para hacer Estadística	Total
Capítulo 1	Sección 1.3		10	5		15
	Sección 1.5		9	12	1	22
	Ejercicios suplementarios		7	22	1	30
Capítulo 2	Sección 2.2		5	6	1	12
	Sección 2.3	2	4			6
	Sección 2.5	3	11	6		20
	Sección 2.7		6	7		13
	Ejercicios suplementarios		20	12		32
Total		5			3	<b>150</b>

**Tabla 7. Nivel de demanda cognitiva de los ejercicios de Mendenhall, et. al (2015). Elaboración propia**

Respecto a la presencia del tipo de tareas según la categorización dentro del análisis exploratorio de datos, se presenta la distribución de los ejercicios a partir de la categorización establecida al principio de la sección.

Idea Fundamental	Conceptos asociados	Nivel de demanda cognitiva			
		Memorización	Tareas sin conexión	Tareas con conexión	Tareas para hacer Estadística
Distribución	Dato		x	x	
	Variables		x	x	
	Frecuencias		x	x	
	Centro		x	x	
	Posición no central		x	x	
	Dispersión	x	x	x	
	Forma y simetría		x	x	
Resumen	Gráficos		x	x	x
	Tabulares		x	x	
	Numéricos	x	x	x	x

**Tabla 8. Nivel de demanda cognitiva según idea fundamental y conceptos asociados presentes en Mendenhall, et. al (2015). Elaboración propia**

En los 150 ejercicios analizados hay diferentes indicaciones, es por eso que, en ocasiones, un mismo ejercicio puede ubicarse en más de una categoría.

Como ya se ha mencionado, las actividades en este libro suelen dividirse en categorías: - para entender los conceptos, - técnicas básicas y – aplicaciones. Sólo en las del primer tipo, los enunciados son rutinarios. En el resto, si bien algunas indicaciones son directas, en la mayoría se fomenta la interpretación de los datos. Otro factor a destacar es que muchas de las actividades están basadas en información real, en todos los casos se referencia la fuente de los datos.

Es de destacar que en este libro se presenta una construcción de la idea de distribución a partir de los resúmenes gráficos en una primera instancia, relacionándolos luego con los resúmenes numéricos, propiciando el sentido estadístico de la idea fundamental de distribución y sus conceptos asociados. También se considera el análisis de distribuciones para distintos tipos de variables, considerando que cuando se trabaja una variable cualitativa también se puede analizar elementos típicos, a través del análisis de las frecuencias y de la moda y la variabilidad desde un punto de vista frecuencial, diferenciándola de la variación en términos de la dispersión de los valores de la variable respecto al centro.

#### 4.3.3. Análisis comparativo de los capítulos de los libros

En el siguiente apartado, se realiza un análisis comparativo de ambos libros. En primer lugar se hace referencia a la organización y distribución de los contenidos. Luego, se establece la comparación de las actividades según su nivel de demanda cognitiva y conceptos estadísticos asociados a las ideas fundamentales de Distribución y Resumen.

	Libro 1. Walpole, et. al. (2012)	Libro 2. Mendenhall, et. al. (2015)
Organización	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Generalidades.</li> <li>- Muestreo.</li> <li>- Medidas de localización.</li> <li>- Medidas de variabilidad.</li> <li>- Datos discretos y continuos.</li> <li>- Modelado estadístico, representaciones gráficas.</li> <li>- Tipos generales de estudios estadísticos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Introducción</li> <li>- Descripción de datos por medio de gráficas.</li> <li>- Descripción de datos con medidas numéricas</li> </ul>
Introducción	Se realiza una descripción de los siguientes conceptos: Datos científicos, incertidumbre, variabilidad, inferencia estadística, población muestra, probabilidad.	Se destaca la importancia de la Estadística en casi todas las facetas de la vida y el escaso conocimiento que la mayoría de las personas tienen sobre esta ciencia. Se define: Estadística,

		<p>población, muestra, unidad experimental, elementos de la muestra, estadística descriptiva e inferencial, softwares estadísticos. Los autores destacan que la aplicación de software son una de las claves para el aprendizaje exitoso.</p>
<p>Desarrollo de temas</p>	<p>Se presentan algunas medidas de posición y de dispersión (en el texto se hace referencia a variabilidad en lugar de dispersión). Al final de cada sección, se proponen actividades rutinarias, bien direccionadas, con el único objetivo de afianzar la técnica de cálculo. Sólo en algunos casos se solicita algún tipo de reflexión. Posteriormente, hay una breve sección que describe la diferencia entre datos discretos y continuos (en ningún momento se menciona la palabra “variables”)</p> <p>Las representaciones gráficas que se presentan son: Diagrama de puntos, de tallo y hojas, histograma de frecuencias relativas, diagrama de caja, previo al desarrollo del histograma se presenta una tabla de frecuencias relativas (sólo se establecen frecuencias absolutas y relativas, no se hace referencia a frecuencias acumuladas).</p>	<p>Se definen y ejemplifican de manera clara y concisa los siguientes conceptos: variable, unidad experimental, población, muestra, datos univariados y bivariados, variables cualitativas y cuantitativas, datos discretos y continuos, frecuencias absolutas, relativas y porcentuales (no se abordan las frecuencias acumuladas), gráfica de pastel, gráfica de barras, gráficas de líneas, gráficas de puntos, gráfico de tallo y hojas, histogramas de frecuencias relativas, medidas de centro (promedio, mediana y moda), medidas de variabilidad (rango, varianza, desviación estándar), mediciones de posición relativa (cuartiles, percentiles), rango intercuartílico, resumen de cinco puntos y gráfico de caja.</p> <p>Se hace referencia a la interpretación de la información a partir de la distribución de los datos.</p> <p>Las actividades que se proponen en todas las secciones tienen dificultad creciente y están divididas según su grado de complejidad (“para entender los conceptos”, “técnicas básicas” y “aplicaciones”). De esta manera, permite que el lector afiance las</p>

		técnicas, las ensaye y finalmente, pueda utilizarlas para procesos más complejos de análisis, donde se pone en juego las capacidades de relación e integración de los conceptos trabajados. Hay muchos problemas que trabajan a partir de datos reales.
--	--	---

**Tabla 9. Análisis comparativo sobre organización y desarrollo de temas de los libros analizados. Elaboración propia**

El siguiente cuadro presenta un análisis comparativo de las actividades presentes en ambos libros según su nivel de demanda cognitiva e ideas fundamentales de la Estadística.

Idea Fundamental	Conceptos asociados	Nivel de demanda cognitiva							
		Memorización		Tareas sin conexión		Tareas con conexión		Tareas para hacer Estadística	
		Libro 1	Libro 2	Libro 1	Libro 2	Libro 1	Libro 2	Libro 1	Libro 2
Distribución	Dato	x			x	x	x		
	Variables				x		x		
	Frecuencias			x	x		x		
	Centro			x	x	x	x		
	Posición no central	x			x		x		
	Dispersión	x	x	x	x	x	x		
	Forma y simetría			x	x	x	x		
Resumen	Gráficos	x		x	x	x	x		x
	Tabulares			x	x		x		
	Numéricos		x	x	x		x		x

**Tabla 10. Comparación de niveles de demanda cognitiva según idea fundamental y conceptos asociados presentes en Walpole, et. Al (2012) y Mendenhall, et. al (2015). Elaboración propia**

En el Libro 2 (Mendenhall, et. al. – 2015) se abordan los temas de manera mucho más detallada y minuciosa, se proponen 135 actividades, mientras que en el Libro 1 (Walpole, et. al. -2012), solo hay 33.

Los primeros 15 ejercicios del Libro 2 abordan la identificación de unidades experimentales, identificación y clasificación de variables, análisis sobre cuál es la mejor manera de representar las variables gráficamente e interpretar los tipos de frecuencias que se pueden utilizar (absolutas, relativas y porcentuales). Nada de esto es abordado en el Libro 1. Además, los autores del Libro 2

proponen un análisis comprensivo de las distribuciones de frecuencias de variables cualitativas, este tipo análisis no se realiza en el Libro 1.

Las actividades en cada sección que se propone en el Libro 2 tienen una dificultad creciente. Las primeras están destinadas a afianzar contenidos, proponiendo luego ejercicios donde se aplica lo afianzado. Finalmente, se presentan problemas donde se integra lo trabajado, se motiva al lector a reflexionar y concluir sobre los datos. En el libro 1, las actividades que se proponen son rutinarias, se solicitan cálculos y gráficos de manera directa y sólo en algunas ocasiones, se solicitan interpretación de los mismos. No se fomenta el análisis de la distribución desde un punto de vista gráfico, previo al cálculo de medidas.

## **5. PROPUESTA DE ACTIVIDADES QUE BUSCA INTEGRAR CONCEPTOS ASOCIADOS A LA IDEA DE DISTRIBUCIÓN**

Las tareas que propicien “hacer estadística” son aquellas que exigen comprender las ideas, conceptos, procedimientos estadísticos y sus relaciones. Quien realice una tarea de este tipo, debe comprender la información con la que se encuentra, establecer relaciones entre conceptos y analizar en forma crítica los resultados, tal como se plantea en Cabrera, et. al., 2020.

Ya se ha hecho referencia a que la mayoría de las actividades propuestas en el Libro 1 (Walpole, et. al., 2012), son estructuradas y muy dirigidas en relación con las acciones a realizar, el lector sólo acata órdenes y utiliza procedimientos puramente algorítmicos, en los que se deja totalmente de lado los procedimientos estadísticos que conllevan al cálculo, por ejemplo, de medidas de resumen.

Teniendo en cuenta el enfoque que se les da a las actividades propuestas en el Libro 2 (Mendenhall, et. al -2015-) y rescatando algunas cuestiones que allí se proponen, es que se ha pensado en algunas actividades que propicien el “hacer estadística” y fomenten la construcción del sentido estadístico. Asimismo, considerando los antecedentes revisados, especialmente Cabrera, et. al., 2020, se pretende realizar una propuesta de actividades que propicien la integración de conceptos estadísticos y de otras ideas fundamentales asociadas a la idea de distribución.

Consideramos que el diseño de estas tareas, permite dar inicio a un proceso de reflexión que permita modificar la propuesta pedagógica de todo el espacio curricular en el que se aplicarán estas actividades. De este modo, se pretende iniciar un camino en el que la propuesta didáctica esté dirigida al trabajo con datos reales, basados en contextos cercanos a los estudiantes y que propicie procesos reflexivos y críticos sobre los datos y la información. Estamos convencidas que sólo de esa forma se podrá formar ciudadanos y profesionales estadísticamente cultos (Batanero, et. al., 2013; Cabrera, et. al., 2020).

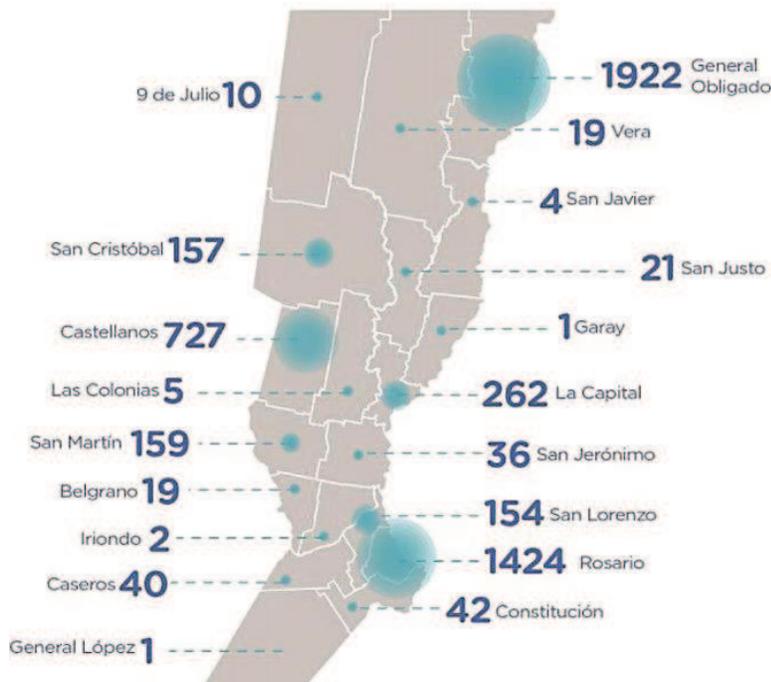
### **5.1. Actividades propuestas**

A continuación, se presentan las actividades que se han diseñado para este trabajo y en la sección siguiente se realiza un análisis de contenido de las mismas, teniendo en cuenta la categorización utilizada para los libros de texto. Este tipo de actividades están pensadas para ser implementadas en cursos con características similares a los descritos en la sección 3.3.

#### **ACTIVIDAD 1**

En junio de 2020, el diario digital “Eldepartamental.com”, publicó una noticia en la que se analiza la distribución de los casos por dengue en el territorio provincial de Santa Fe. A continuación, se reproduce el mapa 1 y parte del texto que puede encontrarse en: <https://eldepartamental.com/contenido/7233/santa-fe-suma-5000-casos-de-dengue-y-duplica-su-mayor-registro-historico>

**Mapa 1** Distribución espacial de los casos confirmados de dengue según departamento de residencia habitual. Provincia de Santa Fe. Año 2020. N: 5005



Observa el gráfico, lee el fragmento de la noticia y luego responde:

*“Otro dato que hace histórico este brote es que los casos se distribuyen por todo el territorio con positivos en los 19 departamentos (...) **Esta dispersión de los casos dificultó el control del brote en Santa Fe**”.*

a) Analiza las características de distribución de la cantidad de infectados por dengue en cada departamento. En función de dicho análisis, elige la o las medidas de resumen que consideres apropiadas para describir la situación en la

provincia.

- b) ¿Qué es lo que permite al periodista sostener la afirmación marcada en negritas? Si te parece necesario, complementa tu respuesta a partir de la información estadística que consideres adecuada.
- c) Observando el mapa, puedes generarte una idea de cuáles son los departamentos que peor se encuentran en cuanto al número de casos. Ahora te mostramos un ranking ordenado según el número de casos cada 10.000 habitantes (es decir, hemos tenido en cuenta la población que habita cada departamento). ¿Tu opinión sigue siendo la misma? ¿ha cambiado? ¿Por qué? ¿Con qué conceptos estadísticos se relacionan tus respuestas?

Departamento	Número de casos cada 10.000 habitantes
General Obligado	108,95
Castellanos	40,82
San Martín	24,91
San Cristóbal	22,79
Rosario	11,93
San Lorenzo	9,79
San Justo	5,13
Caseros	4,87
Constitución	4,83

San Jerónimo	4,45
Belgrano	4,24
Vera	3,69
9 de julio	3,35
San Javier	1,29
Garay	0,48
Las Colonias	0,48
La Capital	0,42
Iriondo	0,30
General López	0,05

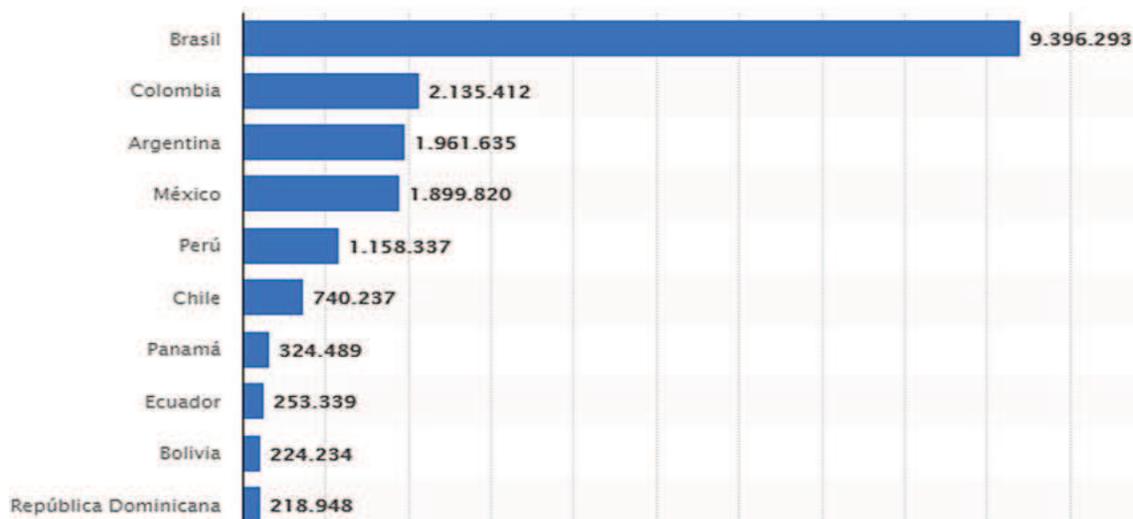
## ACTIVIDAD 2

A continuación, se presenta un gráfico publicado en *Statista*, donde se muestra información asociada con 10 países de América Latina que, al 5 de febrero de 2021, tenían más casos de Covid-19. Tomando como base la información presentada en el mismo, te proponemos las siguientes actividades:

- a) Define la variable bajo estudio de tal manera que queden claramente expresados los elementos esenciales que componen tal definición, clasifícala y expresa su escala de medición.
- b) Elabora un breve informe que resuma la información más relevante que brinda el gráfico.
- c) Busca en fuentes confiables de información la cantidad de habitantes de los países involucrados. Realiza un gráfico que te parezca adecuado para establecer comparaciones entre la cantidad de infectados, pero teniendo en cuenta el tamaño de la población. Fundamenta tu elección.
- d) Observa ambos gráficos, compara y analiza. ¿Las conclusiones son las mismas que elaboraste en el punto b? ¿Por qué? Ya sea que mantengas las mismas conclusiones o las hayas modificado, indica ¿qué factores motivaron tu cambio de opinión o te permitieron seguir concluyendo lo mismo?
- e) ¿Cuál es el país con mayor porcentaje de población afectada? ¿Has leído noticias donde se hable de esta situación? Desde el punto de vista estadístico, ¿cuál te parece la mejor forma de representar la situación de los países: según la cantidad de infectados o por el porcentaje de la población que se ha infectado? Fundamenta tu respuesta utilizando argumentos estadísticos.
- f) Con esta actividad, ¿ha cambiado de algún modo tu forma de “leer” la información que vemos a diario? ¿De qué manera?

- g) ¿En qué elementos o conceptos tuviste que pensar para elaborar el segundo gráfico? ¿Y para comparar con el primero? Si tuvieras que hacer recomendaciones para la presentación gráfica de información, ¿en cuáles harías énfasis? ¿Por qué?

**Número de casos confirmados de coronavirus (COVID-19) en América Latina y el Caribe al 5 de febrero de 2021, por país**



**5.2. Análisis de contenido de las actividades diseñadas**

Como ya se ha mencionado, la propuesta de estas actividades tiene por objetivo retomar los alcances de los ejercicios y problemas analizados en los libros de texto y superar algunas de las limitaciones encontradas, especialmente aquellas en las que no se integran conceptos e ideas. Las tareas diseñadas, se relacionan sobre todo con las actividades que se proponen en el Libro 2, pero incorporando el contexto cotidiano de los estudiantes.

En ambas actividades se proponen datos reales actuales, cercanos a la realidad de los estudiantes que realizan el curso que hemos descrito en el punto 3.3. Se busca propiciar que los estudiantes puedan realizar un análisis integral de las distribuciones de frecuencias presentadas en cada situación. Para ello, es necesario que se identifiquen las variables que intervienen en cada análisis, que realicen una selección adecuada de las medidas de resumen y de los gráficos necesarios para describir la información solicitada. Asimismo, en la Actividad 1, para poder seleccionar las medidas, deberán explorar los datos de tal manera que puedan identificar las características de la distribución, su centro, su forma, su simetría o asimetría, si existen valores atípicos. También para poder valorar la conclusión del periodista, se deberá analizar la dispersión de la distribución de frecuencias y relacionarla con la información presentada en el mapa. A través de todos estos análisis, se propicia no sólo una descripción literal de la información, sino que se hace necesario brindar conclusiones que se desprendan de la evidencia presentada a través de los resúmenes (numéricos y gráficos).

Por otra parte, en la Actividad 2, se propician las relaciones entre distintos tipos de frecuencias e índices. Asimismo, se propicia que el estudiante pueda reflexionar sobre qué conceptos está utilizando, por qué y para qué los usa. Siguiendo lo que proponen Cabrera, et. al. (2020), este proceso de autorreflexión es uno de los momentos esenciales que se deberían propiciar en la enseñanza para favorecer el pensamiento y la cultura estadística.

Las actividades intentan no direccionar al estudiante en los procedimientos que debe realizar, sino que se propicia que sean ellos los que decidan qué tipo de resumen deben usar en base a lo que consideren más apropiado, teniendo en cuenta principalmente la variable bajo estudio, su clasificación y las relaciones que pueden establecerse entre estos conceptos y los tipos de resúmenes más adecuados a cada situación.

En la segunda actividad, se propone una pregunta de reflexión, relacionada a la forma con la que se lee e interpreta la información que tenemos a nuestro alrededor. Lo que se pretende con esta pregunta es que el estudiante se ponga en un lugar activo, y pueda criticar con fundamentos la información que lee. En este sentido, coincidimos con Cabrera, et. al. (2020), quienes sostienen que, en el aula, se deben crear las condiciones para que el pensamiento estadístico llegue a ser un pensamiento crítico, que permita entender y mejorar el mundo. Esto se logra a través de la práctica de la interpretación, a la cual se llega entre otras cosas, con la comprensión de las ideas fundamentales de la estadística.

Para continuar con la misma metodología utilizada en el análisis de contenido de los libros de texto, en las Tablas 11 y 12, se presenta de manera resumida el nivel de demanda cognitiva de ambas actividades (Tabla 11) y también los conceptos que permiten poner en relación cada uno de los ítems que componen las mismas (Tabla 12).

Idea Fundamental	Conceptos asociados	Nivel de demanda cognitiva							
		Memorización		Tareas sin conexión		Tareas con conexión		Tareas para hacer Estadística	
		Tarea 1	Tarea 2	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 1	Tarea 2
Distribución	Dato						x		
	Variables						x		
	Frecuencias						x		
	Centro					x	x		
	Posición no central					x		x	
	Dispersión							x	
	Forma y simetría								
Resumen	Gráficos						x		x
	Tabulares					x		x	
	Numéricos					x	x	x	

**Tabla 11. Nivel de demanda cognitiva de las tareas propuestas. Elaboración propia**

Conceptos solicitados en las consignas	Actividad 1			Actividad 2						
	a	b	c	a	b	c	d	e	f	g
Definición y clasificación de variables	x			x						x
Gráficos estadísticos					x	x	x			x
Tabla de frecuencias		x			x	x				
Distribución de frecuencias relativas			x			x	x		x	x
Medidas de posición central	x									
Medidas de dispersión	x	x								
Medidas de posición NO central	x									
Valores atípicos	x	x								
Simetría										
Análisis de la distribución	x	x	x		x		x	x	x	x

**Tabla 12. Conceptos estadísticos presentes en las actividades propuestas. Elaboración propia.**

Tal como se deriva de la lectura de las Tablas 11 y 12, es posible indicar que ambas tareas permiten introducir y desarrollar distintas ideas estocásticas y conceptos, además de favorecer distintas conexiones, propiciando el “hacer estadística” y la construcción del sentido de los conceptos.

Con la integración de los ítems en las actividades propuestas, se pretende que el estudiante afiance los contenidos estadísticos trabajados, pueda interrelacionarlos y entrelazarlos a las ideas fundamentales que los nuclean, logre producir análisis críticos de la información que dispone y finalmente, que pueda sistematizar esta práctica y sea parte de su cotidianeidad. Lograr una buena interpretación de las distribuciones, permitirá que no sólo sea capaz de pensar críticamente en el aula de Estadística, sino también que logre dar sentido a los conceptos estadísticos de tal modo que formen parte de sus razonamientos en cualquier contexto habitual.

Las tareas diseñadas conectan distintos elementos del conocimiento estadístico con un conocimiento contextual profundo y cercano a los estudiantes, en el que los conceptos estadísticos se derivan del estudio de problemáticas reales.

Aunque somos conscientes de que el planteo de estas actividades implica un proceso acotado, es posible identificar una gran riqueza y potencia, tanto desde lo conceptual como desde lo procedimental y actitudinal, elementos que tal como lo plantean Batanero, et. al. (2013), forman parte del proceso de construcción del sentido estadístico. Por supuesto, estas actividades podrían ampliarse y además se podrían desarrollar integradas con un proceso de enseñanza y de aprendizaje en el que la evaluación forme parte del mismo. Por ello, destacamos que es un primer acercamiento al diseño de una propuesta didáctica más amplia que, poco a poco, se irá desarrollando en un futuro inmediato.

Igualmente, el análisis presentado, sugiere que es posible una enseñanza de la Estadística que no se limite a técnicas y términos formales con poca relevancia para el contenido, sino que esté

integrada al contexto y que, a su vez, sirva para potenciar el pensamiento crítico. Asimismo, tareas de este tipo permiten un abordaje cíclico en distintos cursos y niveles educativos, buscando fortalecer diversas relaciones entre conocimientos y actitudes que son inseparables a la hora de interpretar datos y de extraer conclusiones que puedan tener injerencia en la toma de decisiones.

## 6. REFLEXIONES FINALES

Luego del análisis realizado y teniendo en cuenta las preguntas y objetivos que motivaron este trabajo, se puede llegar a la conclusión que los autores de los libros estudiados han tenido diferentes puntos de vista a la hora de abordar los contenidos de Estadística Descriptiva. Estos autores, han abordado los conceptos con distintos grados de profundidad y han promovido distintos tipos de habilidades, unas del tipo más rutinarias y otras, fomentando el análisis crítico de las distribuciones de datos.

El Libro 1 deja entrever que se parte de la idea de que los estudiantes poseen conocimientos previos de Estadística descriptiva, se dan por sabidos ciertos conceptos y en los casos en los que esto no ocurre, el desarrollo de los mismos se presenta con poca profundidad. Consideramos que esto no es beneficioso, dado que la mayoría de los estudiantes no ha tenido Estadística en los niveles educativos previos. En el libro se aborda gran cantidad de conceptos estadísticos y no se llega a sacar provecho de sus potencialidades. Se apunta más al cálculo rutinario de medidas que al análisis de la idea de distribución. No se fomenta la construcción de nuevos conocimientos a partir de los ya conocidos, se deja poco espacio para el análisis crítico de la información.

En el Libro 2 se desarrollan los contenidos estadísticos de manera más organizada y profunda que en el Libro 1. Primero, se trabaja la idea de distribución a partir del análisis gráfico, en su mayoría, utilizando datos reales. Se tiene en cuenta el contexto y se fomentan conclusiones en torno al mismo. En la medida que se avanza en la presentación de nuevos conceptos estadísticos, se profundiza el análisis de las distribuciones, incorporando e integrando esos nuevos conceptos a los que ya se vienen trabajando. Se desarrolla la idea de distribución como un nexo significativo para la toma de decisiones en cuanto a la selección de medidas adecuadas para cada muestra y también para realizar comparación entre las mismas. Todo esto, forma parte de las ideas fundamentales de la Estadística descriptiva, las cuales permiten sentar las bases para la Estadística inferencial.

Desde lo personal, este tipo de análisis ha permitido detectar fortalezas y limitaciones de dos libros de texto que son utilizados como material de apoyo en diversas carreras universitarias. Esto ha brindado información relevante para tener en cuenta a la hora de seleccionar contenidos y actividades de los libros de texto y también, ha permitido reflexionar sobre la necesidad de promover la elaboración de propuestas propias, basadas en información que sea más cercana a los estudiantes.

En ocasiones puede ser útil trabajar con actividades que se presentan en los libros de texto, pero para ello es importante tener en cuenta el alcance de esas actividades y en todo caso, será necesario realizar adaptaciones que se adecuen a los conocimientos previos de los estudiantes.

En este sentido, este trabajo y la lectura de trabajos similares, me ha permitido ser crítica con la propuesta presentada en los libros de texto, brindándome elementos de análisis que me han permitido detectar bondades y limitaciones de cada material de apoyo. Además, me ha permitido

reflexionar sobre la importancia de diseñar propuestas pedagógicas que sean a medida de los objetivos educativos que se pretenden lograr en el espacio curricular.

Tal como Salcedo (2016) concluye en su trabajo, este tipo de análisis exige del docente una mayor responsabilidad en cuanto a la producción de actividades que busquen generar el aprendizaje de la Estadística. Las actividades con baja demanda cognitiva limitan las posibilidades de que el estudiante profundice sus conocimientos y logren desarrollar procesos cognitivos de mayor nivel. En este sentido, consideramos necesario diseñar tareas que contribuyan a la formación estadística de ciudadanos y profesionales que estén preparados para desempeñarse en esta sociedad compleja y globalizada que nos toca vivir. Es así que la reflexión docente es primordial para poder lograr aprendizajes profundos y a largo plazo que requieren de la comprensión de conceptos y de sus relaciones con las aplicaciones en situaciones diversas que permitan anticipar problemas y proponer soluciones a los mismos.

Este Trabajo Final ha servido como la puerta de entrada a un proceso que permite avizorar un gran potencial y, en este sentido, ha sido el fundamento para seguir creciendo en la profesión e iniciar un periodo que me permita reflexionar sobre mi propia práctica y pensar en propuestas didácticas que favorezcan el aprendizaje de los estudiantes.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, L. M. y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números*, Vol. 83, p. 7-18.
- Cabrera, G., Tauber, L. y Fernández, E. (2020). Educación estocástica para pensar estadísticamente. *Matemáticas, Educación y Sociedad*. 3(2), p. 89-109.
- Castro, A. y Ruiz, J., (2015). Análisis de libros de texto. Estadística de libros empleados en Andalucía. En J. M. Contreras, C. Batanero, J. D. Godino, G.R. Cañadas, P. Arteaga, E. Molina, M.M. Gea y M.M. López (Eds.), *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, 2 (pp. 117-124). Granada.
- Cohen, L. y Manion, L. (1990). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Díaz-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P. y López-Martín, M., (2015). Análisis de los gráficos estadísticos presentados en libros de texto de educación primaria chilena. *Educacao Matematica Pesquisa*, v.17, n.4, pp.715-739.
- Gea, M., Batanero, C., Cañadas, G. y Arteaga, P. (2013). La organización de datos bidimensionales en libros de texto de Bachillerato. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las I Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 373-381). Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Godino, J.D. y Batanero, C. (1994). Significado personal e institucional de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 14(3), pp. 325-355.
- Hernández, C. R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- McMillan, J.H. y Schumacher, S. (2007). *Investigación educativa*. Madrid: Pearson.
- Mendenhall, W.; Beaver, R. y Beaver, B. (2015). *Introducción a la Probabilidad y Estadística*. Thomson International.
- Salcedo, A. (2016). Análisis de las actividades de probabilidad propuestas en textos escolares de primaria. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v.18, n.1, pp. 179-202.
- Salcedo, A. (2019). Las ideas fundamentales de la estadística en textos escolares de matemáticas. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en: [https://www.researchgate.net/publication/331385508\\_Las\\_ideas\\_fundamentales\\_de\\_la\\_estadistica\\_en\\_textos\\_escolares\\_de\\_matematicas](https://www.researchgate.net/publication/331385508_Las_ideas_fundamentales_de_la_estadistica_en_textos_escolares_de_matematicas)

- Sánchez, N. (2017). Análisis de problemas en Estadística y Probabilidad en libros de texto de segundo año de Educación Secundaria. *Revista Científica*, 30 (3), p. 181-194.
- Tauber, L. (2001). La construcción del significado de la distribución normal a partir de actividades de análisis de datos. *Tesis doctoral*. Universidad de Sevilla.
- Tauber, L. (2010). Análisis de elementos básicos de alfabetización estadística en tareas de interpretación de gráficos y tablas descriptivas. *Ciencias Económicas. Año 8, Vol. 1*, p. 53-74.
- Tauber, L., Bianchi, M. y Cravero, M. (2014). Utilización de Applets para favorecer la construcción de ideas fundamentales de la inferencia estadística informal. *Actas de IV Encuentro de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos*. Costa Rica.
- Tauber, L., Redondo, Y., y Santellán, S. (2019). Construcción del sentido estadístico en estudiantes universitarios de ciencias naturales. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Sección 2. Propuestas para la enseñanza de las matemáticas. Vol. 32, Nro. 1*, p. 200-209.
- Walpole, R., Myers, R., Myers, S. y Ye, K. (2012). Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. Pearson.