

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL

FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA

Tesis presentada como parte de los requisitos de la Universidad Nacional del Litoral, para la obtención del Grado Académico de Magister en Tecnología Química

En el campo de

Experimentos sobre la formación de ondas de Faraday: Comparación con resultados teóricos

por Gastón L. Miño

Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química (INTEC) dependiente de la Universidad Nacional del Litoral y del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas.

Director de Tesis: María Delia Giavedoni

Co-Director de Tesis: Sebastián Ubal

Miembros del Jurado: Ítalo Bove

Alejandro González

Claudio Berli

2008

A dos personitas por las que muero de amor,

ENZO y MAITENA

AGRADECIMIENTOS

Las personas transcendemos por la huella que dejamos impresa en los demás e indudablemente la Dra. María Delia Giavedoni ha logrado producir ese efecto en mí. Al haberme brindado su conocimiento y apoyo incondicional no solo posibilitó la realización de este trabajo sino que además ha logrado impulsarme a nuevos desafíos que afectarán tanto mi desarrollo personal como profesional. Es por eso y mucho más que deseo expresarle mi afectuoso y sincero agradecimiento.

También quisiera expresar mi gratitud al Dr. Sebastián Ubal, quien a través de su conocimiento, aporte y mirada crítica permitió mejorar el trabajo realizado para esta tesis.

A la Dra. Cecilia Cabeza del Instituto de Física de la Universidad de la República en Montevideo, Uruguay, quien a través de su colaboración permitió que esta tesis sea posible, brindándome su conocimiento y experiencia en un cálido lugar de trabajo, donde pude realizar mi labor experimental.

Al Dr. Fernando Saita, director del grupo de investigación en el cual realice gran parte de mis actividades para obtener mi formación de magister, por haberme brindado la oportunidad de formar parte del grupo y permitirme desarrollarme en el área experimental. También quisiera extender mi agradecimiento al resto de los integrantes del grupo por haberme hecho sentir parte del mismo desde el comienzo de mi formación.

Quisiera agradecer al personal de INTEC-CCT-Santa Fe y FIQ por permitir desarrollar mis tareas en un agradable ambiente. También quisiera destacar que este trabajo se realizó con el apoyo económico de una Beca de Nivel Inicial de ANPCyT.

Finalmente, deseo dedicar esta tesis a mi FAMILIA y mis AMIGOS.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN	I-1
CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN	1-1
CAPITULO 2 ANÁLISIS TEÓRICO LINEAL	2-1
2.1 INTRODUCCIÓN	2-1
2.2 ECUACIONES DE BALANCE Y CONDICIONES DE CONTORNO	2-2
2.3 ADIMENSIONALIZACIÓN DE LAS ECUACIONES	2-5
2.4 LINEALIZACIÓN DE LAS ECUACIONES	2-6
2.5 EXPANSIÓN EN MODOS NORMALES ESPACIALES	2-9
2.6 CASO IDEAL	2-9
2.7 INCORPORACIÓN DEL AMORTIGUAMIENTO	2-12
2.8 RESOLUCION MEDIANTE TEORIA DE FLOQUET	2-14
2.8.1 EL SISTEMA HIDRODINAMICO COMPLETO	2-14
2.8.2 RESOLUCION DEL MODELO FENOMENOLÓGICO	2-18
CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y	3-1
PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN	
3.1 INTRODUCCIÓN	3-1
3.2 MONTAJE EXPERIMENTAL INICIAL	3-2
3.3 ELECCIÓN DEL LÍQUIDO	3-7
3.4 ELECCION DE LOS RECIPIENTES	3-16
3.5 MODIFICACION DEL MONTAJE EXPERIMENTAL	3-25

3.6 PROCESAMIENTO DE LAS IMÁGENES	3-29
3.6.1 OBTENCION DEL NUMERO DE ONDA	3-29
3.6.2 ANALISIS DE LA FRECUENCIA DE LA ONDA	3-35
CAPITULO 4 RESULTADOS	4-1
4.1 INTRODUCCIÓN	4-1
4.2 PROPIEDADES DEL FLUIDO	4-1
4.2.1 VISCOSIDAD CINEMÁTICA	4-1
4.2.2 DENSIDAD	4-3
4.2.3 TENSIÓN SUPERFICIAL	4-4
4.3 COMPARACION DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES CON LAS PREDICCIONES DEL MODELO LINEAL	4-6
4.4 COMPARACION DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES CON LAS PREDICCIONES DEL MODELO SIMPLIFICADO	4-25
CAPITULO 5 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS	5-1
APÉNDICE A HERRAMIENTAS UTILIZADAS EN EL PROCESAMIENTO DE LAS IMÁGENES	A-1
A.1 Operaciones morfológicas.	A-1
A.2. Detección de bordes	A-3
A.3 Selección de objetos dentro de la imagen	A-3
A.4 Transformada de Hough	A-4
A.5 Binarización de la imagen	A-5
A.6 Transformada de Radon	A-7
A 7 Transformada de Fourier	A-8

APÉNDICE B DATOS EXPERIMENTALES DE	B-1
ACELERACIÓN Y NÚMERO DE ONDA CRÍTICOS	
REFERENCIAS	R-1

RESUMEN

En esta tesis se presentan resultados experimentales del fenómeno conocido como ondas de Faraday. Estas ondas pueden producirse cuando una capa de líquido contenida dentro de un recipiente es sometida a una oscilación vertical. Cuando la amplitud de la vibración es menor a un cierto valor, el líquido se mueve como un sólido en fase con la fuerza externa; sin embargo, para valores mayores de este parámetro, aparecen ondas en la superficie libre. Los valores críticos de aceleración y número de onda que caracterizan la transición dependen básicamente de las propiedades fisicoquímicas del fluido utilizado, como así también de aspectos geométricos tales como la forma del recipiente y el espesor de la película líquida.

En este trabajo, se presentan y discuten los valores críticos que determinan el punto de bifurcación entre superficie plana y ondas estacionarias. Los experimentos se diseñaron de modo tal que las mediciones se ajusten razonablemente con las predicciones de dos modelos teóricos. Así, se llevaron a cabo experiencias en recipientes que poseen dimensiones semejantes pero cuyos contornos difieren en la forma: uno presenta un escalón descendente y el otro una playa constante. En las mediciones se utiliza aceite de silicona, cuya mayor ventaja es presentar una baja tensión superficial, lo cual disminuye la posibilidad de contaminación de la interfase.

Para analizar sistemáticamente la gran cantidad de imágenes capturadas, se presentan dos técnicas de procesamiento de imagen; la primera permite determinar el número de onda y la segunda, la frecuencia de oscilación de la onda estacionaria.

Los resultados experimentales se comparan con las soluciones de dos modelos. Uno de ellos resulta de linealizar las ecuaciones gobernantes del problema (Navier-Stokes y continuidad) y sus condiciones de contorno. El otro, es un modelo sencillo que se obtiene

incorporando un término de amortiguamiento en la ecuación de evolución de la superficie libre de un fluido ideal, que contempla la disipación viscosa en el seno del líquido.

A partir del buen acuerdo que existe entre los experimentos y las soluciones del modelo hidrodinámico lineal se concluye que el diseño experimental aquí propuesto, resulta adecuado para analizar las condiciones críticas del fenómeno cuando las paredes laterales no influyen en la formación de las ondas y la interfase está libre de contaminantes.

CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN

La generación de ondas de Faraday se produce cuando se somete una capa de líquido, contenida dentro de un recipiente, a un movimiento oscilatorio vertical. De esta manera cuando la amplitud de la vibración es menor a un cierto valor, el líquido se mueve como un sólido en fase con la fuerza externa; sin embargo, para valores mayores de este parámetro, aparecen ondas en la superficie libre. Este fenómeno fue observado primeramente por Faraday en 1831.

Para un líquido con propiedades fisicoquímicas determinadas, las condiciones que producen estas ondas están ligadas básicamente a la frecuencia y la fuerza de la vibración que se impone, junto con aspectos geométricos relacionados con la forma del recipiente y la profundidad de la capa de líquido. En otras palabras, estas condiciones determinan la estabilidad o inestabilidad del sistema, y el límite entre ambos comportamientos se produce para ciertos valores críticos de los parámetros característicos. Además con la modificación de estas condiciones (viscosidad del líquido, forma del recipiente, etc.), es posible generar en la interfase distintos patrones de ondas periódicas tales como rollos, cuadrados o hexágonos. Una vez que se ha logrado desestabilizar el sistema, un aumento de la aceleración externa produce que la amplitud de las ondas crezca, llegando a valores que pueden producir la ruptura de la interfase, con la consecuente formación de gotas, cuyo tamaño es inversamente proporcional a la frecuencia de excitación.

El fenómeno de las ondas de Faraday está íntimamente asociado a importantes aplicaciones tales como la atomización de un líquido y la formación de emulsiones, sobre todo en los casos donde es deseable obtener un tamaño controlado de gotas, así como también, en lo que se refiere a la seguridad en el transporte y almacenamiento de líquidos, cuando los contenedores están expuestos a movimientos. Desde un punto de vista físico-matemático más fundamental, el problema de la formación y evolución de

CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN

las ondas de Faraday está considerado como un prototipo para analizar patrones en sistemas no lineales, con la ventaja de presentar tiempos de evolución de las inestabilidades menores que otros sistemas hidrodinámicos (convección Rayleigh-Béarnard, flujo Taylor-Couette).

En sus estudios, Faraday utilizó una gran variedad de líquidos identificando diferentes patrones de ondas (rectángulos, cuadrados, hexágonos, ondas circulares). Sin duda su principal hallazgo fue determinar que la onda en la superficie vibra a la mitad de la frecuencia externa. Este resultado fue confirmado por Rayleigh (1883), sugiriendo que este fenómeno obedecía a la resonancia paramétrica producto de la modulación de la gravedad.

Desde la observación realizada por Faraday muchos autores han estudiado el problema tanto teóricamente, usando un enfoque analítico o numérico, como experimentalmente.

El primer análisis analítico de estabilidad lineal fue realizado por Benjamin y Ursell en 1954. Este estudio dio el marco teórico, bajo la hipótesis de flujo inviscido, demostrando que el problema obedece a infinitas ecuaciones de Mathieu, corroborando lo sugerido por Rayleigh. Estos autores concluyeron que las oscilaciones de la superficie libre se dan siempre ante la aplicación de un movimiento oscilatorio, con una relación $n:2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) entre la frecuencias naturales del sistema y la oscilación impuesta, aún para amplitudes infinitesimales. Este resultado poco realista, es consecuencia de despreciar la viscosidad en el fluido.

Este análisis fue posteriormente extendido a oscilaciones finitas y pequeñas considerando efectos débilmente no lineales y viscosos (Ockendon y Ockendon (1973), Miles (1967, 1976, 1984)). Para una revisión del tema se pueden consultar los trabajos de Miles y Henderson (1990) y de Perlin y Schultz (2000).

Tradicionalmente, a partir del modelo ideal, para tener en cuenta la disipación viscosa se adiciona un término a la ecuación de Mathieu (Hasegawa y col., 1984, y Miles,

CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN

1993). Dicho término posee un factor de amortiguamiento que según Miles (1976) puede obedecer a tres causas: a) disipación viscosa producida por el efecto de borde del recipiente, b) disipación en la superficie del líquido, consecuencia de la contaminación de la misma y c) histéresis capilar asociada al menisco en la línea de contacto. La ecuación de Mathieu provee tanto soluciones iguales a la frecuencia de excitación (armónica) como a la mitad de esta frecuencia (subarmónica). Cuando la viscosidad no es despreciable, la respuesta subarmónica posee menor disipación que la armónica, y en consecuencia es la que primero se excita.

En 1994, Kumar y Tuckerman, resolvieron el problema de estabilidad lineal para la interfase entre dos fluidos partiendo de las ecuaciones de Navier-Stokes y continuidad. Teniendo en cuenta la periodicidad de la excitación externa, escribieron las ecuaciones como un problema de Floquet, el cual resolvieron numéricamente. Sus resultados mostraron que el sistema hidrodinámico no puede ser aproximado mediante la incorporación de un término de amortiguamiento lineal a la ecuación de Mathieu.

Los trabajos que reportan soluciones numéricas del problema son más recientes. Wright y col. (2000) estudiaron ondas estacionarias periódicas bidimensionales que se forman en la interfase de dos fluidos ideales e incomprensibles. Emplearon dos procedimientos numéricos: un método de integrales de contorno (aplicable cuando se desprecia una de las densidades) y una técnica de lámina de vórtice (para densidades arbitrarias). En el análisis se asumió que los fluidos se extendían infinitamente, y los efectos viscosos se introdujeron adicionando un término en la ecuación de Euler.

Murakami y Chikano (2001) usaron un método basado en diferencias finitas para resolver las ecuaciones gobernantes (Navier-Stokes y continuidad) con condiciones de borde apropiadas, en un dominio bidimensional.

Giavedoni (1995), utilizó una técnica basada en elementos finitos para resolver las ecuaciones 2-D de Navier Stokes y continuidad, y analizó la influencia de la condición

CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN

inicial, la amplitud de la aceleración externa y de las propiedades fisicoquímicas sobre ondas de Faraday generadas por una excitación de alta frecuencia. Ubal (2002) expandió este análisis para estudiar la influencia de la variación del espesor de la capa de líquido e incluyó los efectos “calmante” que producen los surfactantes (Levich (1941, 1962), Kumar y Matar (2004)) en las simulaciones numéricas.

Hasta aquí se han mencionado algunos de los trabajos teóricos más relevantes. En cuanto a los estudios experimentales se puede realizar una distinción entre dos grandes grupos: los que analizan la formación de patrones (Edwards y Fauve, 1993; Kumar y Bajaj, 1995; Kudrolli y Gollub, 1996; Binks y van de Water, 1997; Huepe y col., 2006; Epstein y Fineberg, 2008), y los que estudian las condiciones umbrales para la formación de las ondas y su posterior evolución (Duoday y Fauve, 1988; Henderson y Miles, 1990; Bechhoefer y col., 1995; Lioubashevski y col., 1997; Wernet y col., 2001; Tipton y Mullin, 2004; Kityk y col., 2005).

Entre los trabajos experimentales dedicados a analizar la formación de patrones; podemos mencionar el trabajo de Edwards y Fauve (1993) donde se muestra que cuando un líquido viscoso se somete a una vibración vertical externa generada por la superposición de dos frecuencias, se forma una estructura muy similar a un cristal líquido. En esta línea de trabajos también encontramos el de Huepe y col. (2006), quienes investigaron como influye la forma de la señal de excitación en sistemas pocos profundos, encontrando que las regiones de los mapas de estabilidad pueden presentar múltiples mínimos cuando se estimula con señales distintas a la sinusoidal simple. De esta manera construyeron para sus experimentos una forma de la forzante que produce inestabilidades armónicas. De manera similar, Epstein y Fineberg (2008), utilizaron una aceleración de excitación formada por dos frecuencias y reportaron los patrones formados en estas condiciones.

Kumar y Bajaj (1995), estudiaron la competencia entre hexágonos y triángulos,

CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN

observando puntos bicríticos en las regiones donde coexisten patrones rectangulares y hexagonales, en experimentos estimulados con una onda simple. Este trabajo muestra los resultados para una viscosidad específica, corroborando que para altas viscosidad se observan rollos mientras que a bajas viscosidades el sistema “elige” cuadrados. Cuando se aumenta la amplitud por encima de la aceleración umbral, las transiciones entre hexágonos y triángulos se deben a la superposición de tres ondas estacionarias de diferente fase. También encontraron formación de cuadrados cuando se exploran amplitudes de excitación mayores al umbral.

Kudrolli y Gollub (1996) analizaron los patrones de ondas formadas en recipientes grandes respecto a la longitud de onda, cuando se emplean aceites de silicona de varias viscosidades. Estos autores muestran que el tipo de onda que se forma (rollos, cuadrados, hexágonos) depende tanto de la frecuencia de la excitación como de la viscosidad del fluido. También, analizaron la transición de una estructura a otra cuando la aceleración aumenta por encima del valor umbral.

Dentro de la misma línea, encontramos el trabajo de Binks y van de Water (1997), quienes detectaron los patrones formados en condiciones umbrales para un líquido de baja viscosidad, contrastando sus resultados con la ecuación derivada por Zhang y Viñals (1996). En esta ecuación se incluyen los efectos viscosos, utilizando el hecho de que en sistemas de altura infinita, la viscosidad solo juega un papel importante en una fina capa cerca la superficie libre, mientras que en el seno del líquido el flujo es mayoritariamente potencial. Esta aproximación denominada cuasi potencial, es válida cerca del umbral y para disipaciones viscosas pequeñas.

Por otro lado, existen trabajos experimentales que se ocupan fundamentalmente de determinar las condiciones umbrales para la formación de las ondas y las comparan con algún modelo teórico; por ejemplo, Henderson y Miles (1990) realizaron experimentos en recipientes cilíndricos y rectangulares pequeños y observaron que en ciertos casos, el

CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN

valor de la viscosidad del líquido (agua) debía multiplicarse por 10 para que los experimentos coincidieran con sus predicciones teóricas. Estas últimas suponen que en el seno del fluido el flujo es similar al de un fluido invíscido y estiman el amortiguamiento en las fronteras laterales y en el piso debido a la disipación viscosa que ahí se produce. Cuando se trabaja con agua, es casi imposible evitar la adsorción de contaminantes en la interfase, que disminuyen la tensión interfacial y le confieren a la misma elasticidad y viscosidad; en estas condiciones la disipación viscosa en la interfase no es despreciable y por lo tanto, contribuye a amortiguar el movimiento. Duouday y Fauve (1988) y Duoday (1990) estudiaron el efecto de las paredes laterales sobre los umbrales, cuando el menisco está pegado a la pared y cuando no lo está. En ningún caso, estos resultados experimentales se comparan con algún análisis teórico.

Tipton y Mullin, (2004) estudiaron el efecto sobre la estructura de bifurcación del modo principal en pequeños recipientes cilíndricos, cuando se adiciona un segundo líquido inmisible, caso analizado teóricamente por Kumar y Tuckerman cuando el efecto de las paredes laterales es despreciable. Estos autores redujeron el efecto de la gravedad, mediante una adecuada elección de densidades de los líquidos (agua/aceite de siliconas o agua/hexametildisiloxano), logrando así ondas de mayor amplitud comparadas con las que se forman en una única capa de líquido, sin que se produzca la ruptura de la interfase. Entre otros resultados, reportan la influencia del parámetro de llenado (volumen de agua/volumen total) sobre la formación del modo axisimétrico fundamental.

Lioubashevski y col. (1997) realizaron experimentos en grandes sistemas explorando la influencia que tienen la viscosidad cinemática ν (igual a η/ρ , donde η es la viscosidad dinámica y ρ la densidad) y la altura de la capa de líquido H_0 en la elección de los umbrales, y propusieron que en las condiciones experimentales estudiadas (alta viscosidad y bajas alturas de líquido) la inestabilidad de Faraday se asemeja a una

CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN

versión oscilante de la inestabilidad de Rayleigh-Taylor. De esta manera encontraron que las escalas de adimensionalización que gobiernan la transición en este régimen son $a_c(2/\pi-g/a_c)/(H_0\omega^2)$ y $(\delta/H_0)^2$, donde a_c es la aceleración umbral, ω es la frecuencia de oscilación, g la gravedad, y $\delta=(\nu/H_0)^{1/2}$ es la altura de la capa límite.

Wernet y col. (2001) midieron cuantitativamente la amplitud de las ondas de Faraday bidimensionales en un rango amplio de frecuencias y viscosidad y compararon sus resultados con simulaciones numéricas. Para el caso de bajas viscosidades sus resultados fueron contrastados con el análisis de Zhang y Viñals (1996). Para reducir el efecto lateral del contenedor, redujeron un lado de un contenedor cuadrado, logrando así que las ondas se orienten paralelas al lado más corto.

Kityk y col. (2005), presentaron un método que estudia el espectro de Fourier espaciotemporal de las ondas de Faraday, utilizando una técnica de detección por medio de absorción de luz para determinar el punto de bifurcación entre la superficie plana y la formación de patrones en la interfase de dos líquidos inmiscibles.

El trabajo de Becchhoefer y col. (1995) sirvió como punto de partida para el desarrollo de la presente tesis. Estos autores midieron la mínima aceleración requerida para excitar las ondas en la superficie de un líquido contenido en un recipiente que vibra verticalmente y buscaron las condiciones para que los experimentos se ajusten a las condiciones del análisis presentado por Kumar y Tuckerman. Además de comparar los resultados con el modelo lineal viscoso, lo hicieron también con la ecuación de evolución de un fluido ideal. En el trabajo se propone la elección de un líquido no polar con baja tensión superficial para disminuir los efectos del tamaño del recipiente empleado como así también la contaminación de la superficie y, además, se exploran distintas configuraciones de contorno. Los resultados revelan que para tener una concordancia entre los valores experimentales y teóricos se debe utilizar líquidos con baja tensión superficial, y los experimentos deben realizarse a altas frecuencias o con

CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN

una relación de aspecto H_0/L (con H_0 es la altura del liquido y L la dimensión del recipiente) pequeña.

El objetivo de la presente tesis es lograr una “calibración” del sistema experimental, que permita comparar los umbrales de estabilidad que se miden experimentalmente con los resultados del análisis de estabilidad lineal. Se busca establecer el fluido, la forma y el tamaño de los recipientes, el espesor de la capa líquida, y demás condiciones experimentales, que permitan obtener una adecuada concordancia entre las mediciones de las condiciones críticas y las predicciones teóricas. Esto permitirá analizar en un futuro aspectos más interesantes del problema de las ondas de Faraday, como lo son la determinación de las condiciones bajo las cuales la amplitud de la superficie libre crece indefinidamente para dar lugar, finalmente a la eyección de gotas. En efecto, para una dada frecuencia, si la amplitud de la vibración se eleva por encima de un determinado valor, la superficie libre se desintegra dando lugar a la formación de gotas (Goodridge y col., (1996) y Jiang, y col. (1996)).

La tesis está estructurada de la siguiente manera:

- En el Capítulo 2 se presenta la descripción matemática del problema para el caso bidimensional, escribiéndose las ecuaciones gobernantes y sus condiciones de contorno en forma adimensional, empleando escalas características seleccionadas adecuadamente. Las expresiones resultantes se linealizan alrededor del estado de equilibrio hidrostático, para obtener el problema lineal completo. A partir de este punto se simplifican las ecuaciones para arribar a la solución propuesta por Benjamin y Ursell para el caso ideal. Luego, siguiendo la aproximación fenomenológica tradicional se incorpora un término a la ecuación de Mathieu, que modela el amortiguamiento de las ondas producto de efectos viscosos en el seno del fluido.

CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN

Por último, se presenta la solución del problema lineal, tanto para el modelo hidrodinámico lineal completo como para el caso ideal con el agregado fenomenológico de los efectos viscosos, siguiendo un procedimiento similar al utilizado por Kumar y Tuckerman.

- En el Capítulo 3 se describe el montaje experimental junto con los resultados preliminares que dieron lugar a la elección del líquido y el diseño de los recipientes utilizados en los experimentos, como así también las mejoras introducidas al dispositivo experimental original. Estas modificaciones permitieron obtener valores de amplitud y número de onda críticos experimentales que muestren una buena concordancia con los calculados con el modelo lineal descrito en el Capítulo 2.

Además, en este capítulo se presentan procedimientos que permitieron procesar las imágenes capturadas para poder calcular de manera sistematizada tanto la longitud de onda como la frecuencia de oscilación de la onda estacionaria.

- En el Capítulo 4 se presentan los resultados experimentales y se comparan con las soluciones del modelo hidrodinámico completo y del modelo simplificado (Mathieu con amortiguamiento). Se discuten las posibles causas de las diferencias detectadas.
- Finalmente, en el Capítulo 5 se resumen las principales conclusiones finales del trabajo realizado y se discuten perspectivas futuras.

CAPITULO 2 ANÁLISIS TEÓRICO LINEAL

2.1 INTRODUCCIÓN

La formación de ondas en la superficie de un líquido sometido a movimiento vertical oscilatorio ha sido objeto de innumerables estudios. Los principales modelos propuestos en la literatura para analizar teóricamente las condiciones en las cuales la interfase se crispa serán presentados brevemente en este capítulo. En general, estos modelos tratan de predecir con diferente grado de exactitud los valores críticos de aceleración y número de onda para los cuales el sistema se desestabiliza, es decir, los mínimos valores que producen tal perturbación. Es necesario conocer las limitaciones y bondades de cada uno ellos para realizar una adecuada comparación entre las soluciones teóricas y los resultados experimentales.

El capítulo está organizado de la siguiente manera. Primero, se presenta la formulación matemática del problema fluidodinámico completo para el caso de ondas bidimensionales. Luego, se escriben las ecuaciones gobernantes y sus condiciones de contorno en forma adimensional empleando escalas características seleccionadas adecuadamente. Las expresiones resultantes se linealizan alrededor del estado de equilibrio hidrostático.

Introduciendo el concepto de fluido ideal, se muestra como el modelo hidrodinámico completo se reduce a una ecuación de Mathieu que gobierna la evolución de la superficie libre. El caso de un fluido ideal tiene importancia desde el punto de vista histórico, ya que es el primer tratamiento teórico del problema propuesto por Benjamin y Ursell en 1954. Seguidamente, para considerar el efecto de la disipación viscosa, se incorpora de manera *ad-hoc* un término en la ecuación de evolución de la superficie libre que modela el amortiguamiento de las ondas producto de efectos viscosos en el seno del fluido.

Por último, se presenta la solución del problema lineal, tanto para el modelo

hidrodinámico completo como para el caso ideal con el agregado fenomenológico de los efectos viscosos. El procedimiento que se sigue es similar al utilizado por Kumar y Tuckerman (1994), quienes presentaron y resolvieron el problema de inestabilidad de Faraday para dos líquidos inmiscibles.

2.2 ECUACIONES DE BALANCE Y CONDICIONES DE CONTORNO

Supongamos que un líquido Newtoniano e incompresible (con viscosidad η , densidad ρ y tensión superficial σ) se encuentra ubicado sobre una placa plana, horizontal, rígida e ilimitada lateralmente. La temperatura del sistema es uniforme y no hay presencia de surfactantes, por lo tanto las propiedades fisicoquímicas (η , ρ , σ) permanecen constantes. Por encima del líquido existe aire, considerado invíscido, y cuya presión se toma como referencia para el sistema.

En reposo, la altura del líquido es H_0 . Cuando el sistema es excitado por una fuerza externa, la placa se mueve verticalmente con un movimiento oscilatorio dado por $a_0 \cos(\omega t)$, donde a_0 es la amplitud del movimiento, ω la frecuencia angular y t el tiempo. Dada una capa líquida de propiedades fisicoquímicas y altura determinadas, existe, dependiendo de la frecuencia angular, un valor mínimo de amplitud que produce una desestabilización de la interfase, causando la formación de diferentes patrones (rollos, cuadrados, hexágonos). Para el caso bidimensional, en donde se supone la formación de estructura del tipo rollos, la altura de la superficie (h) depende del tiempo y de una coordenada espacial; esto es, $h=h(x, t)$. Esta condición hipotética es experimentalmente realizable con la correcta elección de la viscosidad y del rango de frecuencia estudiado (Kudrolli y Gollub, 1996).

La Fig. 1 muestra el sistema de referencia elegido como así también los vectores normales y tangentes a la superficie (\mathbf{n} y \mathbf{t} respectivamente). Como se puede notar, los ejes coordenados se eligen de modo tal que coinciden con la superficie en reposo y se

mueven solidarios al movimiento de la placa.

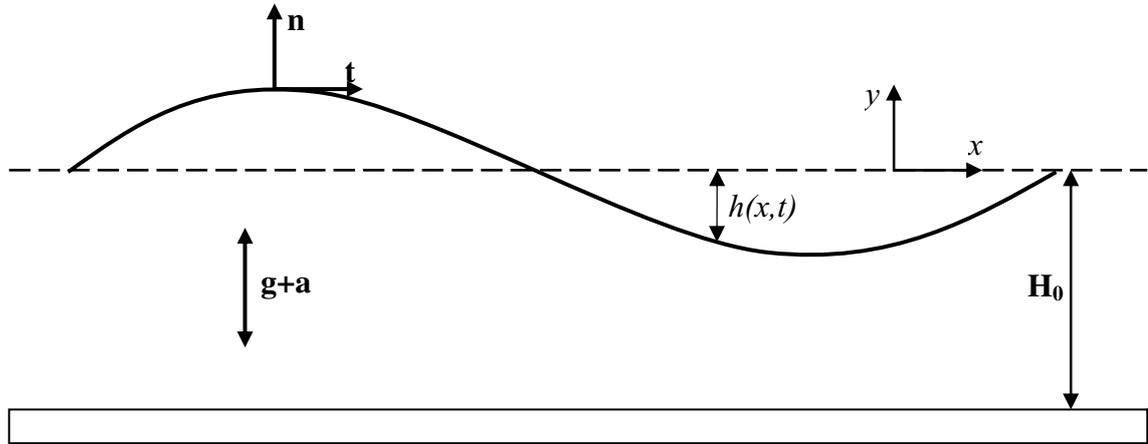


Figura 1. Esquema del dominio del problema.

Las ecuaciones que describen el comportamiento del líquido, se obtienen considerando que la fuerza de volumen es consecuencia de la gravedad modulada ($\mathbf{g}+\mathbf{a}$), debido a la elección del sistema de referencia. De esta forma las ecuaciones de Navier-Stokes y de continuidad, quedan expresadas como:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{v} + \rho(\mathbf{g} + \mathbf{a}) \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.2)$$

donde $\mathbf{v} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$ es la velocidad del líquido, p la presión, \mathbf{g} la aceleración de la gravedad y \mathbf{a} es la aceleración oscilatoria impuesta, dada por $a_0\omega^2 \cos(\omega t)\mathbf{j}$.

Para completar la formulación del problema, se deben expresar las condiciones de contorno. En la interfase aire-líquido la condición cinemática indica que no existe transferencia de materia a través de ella, pudiéndose expresar como:

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = \dot{\mathbf{x}}_{SL} \cdot \mathbf{n} \quad (2.3)$$

donde $\mathbf{x}_{SL} = x\mathbf{i} + h(t, x)\mathbf{j}$ es la parametrización adoptada para la superficie, $\dot{\mathbf{x}}_{SL} = \frac{\partial h}{\partial t} \mathbf{j}$

la velocidad con que se mueve la interfase liquido-gas y \mathbf{n} es el vector normal que apunta hacia la fase gaseosa (Fig. 1).

En este punto podemos definir los versores tangencial (\mathbf{t}) y normal (\mathbf{n}) a la superficie, utilizando la parametrización de la superficie. De esta forma,

$$\mathbf{t} = \frac{\partial \mathbf{x}_{SL} / \partial x}{|\partial \mathbf{x}_{SL} / \partial x|} = \frac{\mathbf{i} + \partial h / \partial x \mathbf{j}}{\sqrt{(\partial h / \partial x)^2 + 1}} \quad \mathbf{n} = \frac{-\partial h / \partial x \mathbf{i} + \mathbf{j}}{\sqrt{(\partial h / \partial x)^2 + 1}}$$

Haciendo los reemplazos necesarios en (2.3) se obtiene la expresión de la condición cinemática,

$$v = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x}, \quad y = h(x, t) \quad (2.4)$$

El equilibrio de esfuerzos en la interfase se expresa mediante la continuidad de tensiones, con lo que se tiene:

$$(\mathbf{T} - \mathbf{T}^{air}) \cdot \mathbf{n} = -2\sigma\kappa, \quad y = h(x, t)$$

siendo $2\kappa = \frac{-\partial^2 h / \partial x^2}{[(\partial h / \partial x)^2 + 1]^{3/2}}$ la curvatura de la superficie y \mathbf{T} el tensor de tensiones. Para

el fluido, $\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \eta\mathbf{d} = -p\mathbf{I} + \eta[\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^t]$ y para el aire, considerado invíscido, $\mathbf{T}^{air} = -p_0\mathbf{I}$ donde p_0 es presión en el aire, que en este trabajo se fija arbitrariamente igual a cero. Por lo tanto

$$-p\mathbf{n} + \eta[\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^t] \cdot \mathbf{n} = -2\sigma\kappa, \quad y = h(x, t) \quad (2.5)$$

Los esfuerzos normales y tangenciales se calculan multiplicando escalarmente la expresión (2.5) por el vector normal \mathbf{n} , para obtener la componente normal de la tracción

$$-p + \eta\mathbf{n} \cdot [\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^t] \cdot \mathbf{n} = -2\sigma\kappa, \quad y = h(x, t) \quad (2.6)$$

y por el vector tangente \mathbf{t} , para obtener la componente tangencial de la tracción

$$\mathbf{t} \cdot [\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^t] \cdot \mathbf{n} = 0, \quad y = h(x, t) \quad (2.7)$$

Por último, se debe tener en cuenta que el fluido no penetra la placa, adhiriéndose a la misma, lo cual se expresa como,

$$\mathbf{v} = \mathbf{0}, \quad y = -H_0 \quad (2.8)$$

De esta forma (2.1), (2.2), (2.4), (2.6), (2.7) y (2.8) representan el conjunto completo de ecuaciones que describe el problema. Debido a que el sistema es lateralmente infinito no se imponen condiciones de borde en la dirección x .

2.3 ADIMENSIONALIZACIÓN DE LAS ECUACIONES

Las siguientes magnitudes características se definen para escalar las variables,

Tiempo característico (t_c) = $1/\omega$,

$$\text{Longitud característica } (l_c) = \frac{g}{\omega^2} + \left(\frac{\sigma}{\rho\omega^2} \right)^{1/3}$$

Velocidad característica (v_c) = $l_c t_c \omega$

La presión característica (p_c) = $\rho l_c a_0 \omega^2$

La elección de la longitud característica se debe al comportamiento que posee la longitud de la onda con la frecuencia (Giavedoni y Ubal, 2007). Esta forma de definir l_c , permite escalar correctamente el problema a frecuencias bajas (ondas gravitatorias), intermedias y altas (ondas capilares).

Al aplicar este escalamiento a las ecuaciones que describen el problema se obtienen las siguientes expresiones, en las cuales se ha utilizado el mismo símbolo para las variables adimensionales.

$$\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -A \nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{A}{F} [-1 + F \cos(t)] \mathbf{j} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

$$v = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x}, \quad y = h(x, t) \quad (2.11)$$

$$-BFp + Ca \mathbf{n} \cdot [\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^t] \cdot \mathbf{n} = -2\kappa, \quad y = h(x, t) \quad (2.12)$$

$$\mathbf{t} \cdot [\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^t] \cdot \mathbf{n} = 0, \quad y = h(x, t) \quad (2.13)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{0}, \quad y = -h_0 \quad (2.14)$$

donde h_0 es el espesor adimensional de la capa líquida en equilibrio.

Los números adimensionales que figuran en las ecuaciones son:

- $Re = \rho l_c^2 \omega / \eta$ número de Reynolds. Representa la relación entre las fuerzas de inercia frente a las viscosas.
- $B = l_c^2 \rho g / \sigma$ número de Bond. Relaciona las fuerzas gravitacionales con las de tensión superficial.
- $Ca = \eta l_c \omega / \sigma$ número Capilar. Determina la relación entre las fuerzas viscosas y las debidas a la tensión superficial
- $F = a_0 \omega^2 / g$ constante que representa la relación entre la aceleración forzante y la gravedad.
- $A = a_0 / l_c$ es la amplitud adimensional de la oscilación impuesta, que puede expresarse como una combinación de las demás magnitudes adimensionales

$$ReCaA = BF$$

Podemos expandir las ecuaciones (2.12) y (2.13) para que las componentes u y v de la velocidad aparezcan de manera explícita, obteniéndose,

$$-BFp + \frac{Ca}{\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + 1} \left[2 \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 - 2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \frac{\partial h}{\partial x} + 2 \frac{\partial v}{\partial y} \right] = \frac{\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}}{\left[\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + 1\right]^{3/2}} \quad (2.15)$$

$$-\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x}\right) \frac{\partial h}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) = 0 \quad (2.16)$$

2.4 LINEALIZACIÓN DE LAS ECUACIONES

Obtenidas las ecuaciones que describen el problema, se procede a linealizarlas; el estado base elegido corresponde al caso hidrostático. Cuando el sistema se encuentra en equilibrio, el líquido se mueve como un sólido y la altura $h(x,t)$ es cero. Al incorporar

esta información en las ecuaciones (2.9) a (2.14), la única expresión distinta de cero es:

$$\nabla p = \frac{1}{F} [-1 + F \cos(t)] \mathbf{j}$$

de donde se deduce que la presión en el líquido está dada por:

$$p = \frac{1}{F} [-1 + F \cos(t)] y \quad (2.17)$$

Una vez definido el estado base, se procede a desarrollar en serie alrededor del estado de equilibrio hidrostático, la altura, la presión y la velocidad; esto supone, que las velocidades y la deformación de la interfase son muy pequeñas. Se obtiene:

$$h(x, t) = h_b + \varepsilon \hat{h}(x, t) + \dots$$

$$p = p_b + \varepsilon \hat{p} + \dots$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_b + \varepsilon \hat{\mathbf{v}} + \dots = (u_b \mathbf{i} + v_b \mathbf{j}) + \varepsilon (\hat{u} \mathbf{i} + \hat{v} \mathbf{j}) + \dots$$

donde las cantidades h_b , u_b y v_b son iguales a cero y p_b está dada por (2.17). En las expresiones anteriores ε es un parámetro pequeño.

Reemplazando estas expresiones en las ecuaciones (2.9), (2.10), (2.11), (2.15) y (2.16), y teniendo en cuenta solamente los términos de orden ε , se obtiene

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{v}}}{\partial t} = -A \nabla \hat{p} + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \hat{\mathbf{v}} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} = 0 \quad (2.19)$$

$$\hat{v} = \frac{\partial \hat{h}}{\partial t}, \quad y = 0 \quad (2.20)$$

$$B \left\{ \hat{h} - F [\cos(t) \hat{h} + \hat{p}] \right\} + 2Ca \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} = \frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial x^2}, \quad y = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial y} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial x} = 0, \quad y = 0 \quad (2.22)$$

Las ecuaciones (2.18) a (2.22) junto con la condición en la placa (2.14) representan el modelo hidrodinámico lineal completo.

El siguiente paso consiste en reducir tanto el número de ecuaciones como de incógnitas empleando técnicas usuales (Forrest, 2002), las cuales se muestran brevemente a continuación. Primero se aplica el operador $\mathbf{j} \cdot (\nabla \times \nabla \times)$ a ambos miembros de la ecuación (2.18) y se tiene en cuenta (2.19); así se obtiene

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \right] \nabla^2 \hat{v} = 0 \quad (2.23)$$

Al aplicar el operador divergencia horizontal, dado por $\nabla_H = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i}$, a la ecuación (2.18), resulta:

$$A \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial x^2} = \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \right) \frac{\partial \hat{v}}{\partial y}$$

Luego se aplica el operador Laplaciano horizontal, dado por $\nabla_H^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$, a la ecuación (2.21), y se utiliza la expresión anterior con el fin de eliminar la presión. De esta forma se obtiene:

$$\left(-CaRe \frac{\partial}{\partial t} + 3Ca \frac{\partial^2}{\partial x^2} + Ca \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} = \frac{\partial^4 \hat{h}}{\partial x^4} - [B - BF \cos(t)] \frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial x^2}, \quad y = 0 \quad (2.24)$$

Al derivar (2.22) con respecto a x , teniendo en cuenta continuidad, se tiene:

$$\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial y^2} = 0, \quad y = 0 \quad (2.25)$$

La condición de contorno de la placa implica que $\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} = 0$ y por lo tanto, al usar continuidad,

$$\hat{v} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} = 0, \quad y = -h_0 \quad (2.26)$$

Es así como las ecuaciones (2.20), (2.23), (2.24), (2.25) y (2.26) quedan expresadas únicamente en función de \hat{v} y \hat{h} .

2.5 EXPANSIÓN EN MODOS NORMALES ESPACIALES

Estamos analizando la formación de ondas en un sistema que se extiende infinitamente en la dirección x ; en consecuencia, la solución se puede expresar en términos de modos normales de la forma e^{ikx} donde k es el número de onda, igual a $2\pi/\lambda$, y λ es la longitud de la onda (Kumar y Tuckerman, 1994). Así, las incógnitas del sistema se pueden escribir como:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{v}}(x, y, t) &= e^{ikx} \tilde{\mathbf{v}}(y, t) = e^{ikx} [\tilde{u}(y, t)\mathbf{i} + \tilde{v}(y, t)\mathbf{j}] \\ \hat{h}(x, y, t) &= e^{ikx} \tilde{h}(t)\end{aligned}$$

Reemplazando estas expresiones en las ecuaciones (2.20) y (2.23) a (2.26) se tiene:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) \left[\frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) \right] \tilde{\mathbf{v}} = 0 \quad (2.27)$$

$$\tilde{v}(y, t) = \frac{\partial \tilde{h}(t)}{\partial t}, \quad y = 0 \quad (2.28)$$

$$\text{Ca} \left[\text{Re} \frac{\partial}{\partial t} + 2k^2 - \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) \right] \frac{\partial \tilde{v}(y, t)}{\partial y} = [-k^2 - B + BF \cos(t)] k^2 \tilde{h}(t), \quad y = 0 \quad (2.29)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \right) \tilde{v}(y, t) = 0, \quad y = 0 \quad (2.30)$$

$$\tilde{v}(y, t) = 0 \quad \frac{\partial \tilde{v}(y, t)}{\partial y} = 0, \quad y = -h_0 \quad (2.31)$$

De esta manera, el conjunto de ecuaciones (2.27) a (2.31) describen el problema lineal en función de la altura de la superficie $\tilde{h}(t)$ y de la componente vertical de la velocidad $\tilde{v}(y, t)$.

2.6 CASO IDEAL

El primer análisis de estabilidad lineal fue realizado por Benjamin y Ursell en 1954. Estos autores estudiaron el movimiento irrotacional de un fluido ideal, dentro de un recipiente con fondo plano y horizontal, paredes verticales y sección transversal

arbitraria, suponiendo un ángulo de contacto entre el líquido y la pared del recipiente de 90° . Bajo estas condiciones, demostraron que la amplitud de la superficie obedece a la ecuación de Mathieu, la cual describe la resonancia paramétrica.

En esta sección se presenta la solución obtenida por Benjamin y Ursell, sin realizar el análisis formulado por ellos, pero arribando al mismo resultado.

Para un fluido ideal, es decir un fluido de viscosidad despreciable, el número de Reynolds Re tiende a infinito y el número capilar Ca se hace cero, en tanto que el producto de Ca por Re es independiente de la viscosidad. Si se reemplazan estos valores en la ecuación (2.27) se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) \tilde{v}(y, t) = 0 \quad (2.32)$$

Además, como las fuerzas viscosas son nulas, la tracción en la interfase se reduce a la componente normal (2.29), que adopta la siguiente forma:

$$CaRe \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \tilde{v}(y, t)}{\partial y} = [-k^2 - B + BF \cos(t)] k^2 \tilde{h}(t) \quad y = 0 \quad (2.33)$$

La condición cinemática (2.28) se sigue manteniendo. En cuanto a la expresión (2.31), el requerimiento de velocidad sigue siendo cero, pero como el flujo es irrotacional, desaparece la condición de derivada nula.

La ecuación (2.32) indica que la vorticidad no cambia con el tiempo; como el fluido es ideal, se puede hacer la presunción que ésta es igual a cero inicialmente, lo cual produce:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) \tilde{v}(y, t) = 0$$

Al resolver esta ecuación diferencial aplicando la condición de velocidad cero en la placa, se obtiene la siguiente solución:

$$\tilde{v}(y, t) = \bar{v}(t) \sinh[k(h_0 + y)]$$

Si la expresión anterior es reemplazada en la ecuación (2.33), utilizando la relación (2.28), se tiene:

$$\frac{\partial^2 \tilde{h}(t)}{\partial t^2} + \frac{k(k^2 + B)\tanh(kh_0)}{CaRe} \left[1 - \frac{BF}{k^2 + B} \cos(t) \right] \tilde{h}(t) = 0 \quad (2.34)$$

donde se pueden definir los siguientes parámetros

$$\omega_0^2 = \frac{k(k^2 + B)\tanh(kh_0)}{CaRe} \quad \text{y} \quad \hat{a} = \frac{BFk \tanh(kh_0)}{CaRe \omega_0^2} \quad (2.35)$$

que reemplazados en la ecuación (2.34) da:

$$\frac{\partial^2 \tilde{h}(t)}{\partial t^2} + \omega_0^2 [1 - \hat{a} \cos(t)] \tilde{h}(t) = 0 \quad (2.36)$$

Esta expresión es la ecuación de Mathieu y reproduce el resultado obtenido por Benjamin y Ursell.

El comportamiento de la solución de (2.36) para valores grandes de t determina si el movimiento de la superficie libre es estable o inestable. Cuando los valores de ω_0^2 se grafican en función de $\hat{a} \omega_0^2$, se obtienen curvas que dividen el plano en regiones estables (localizadas por debajo de las curvas) e inestables (situadas por encima de las mismas), tal como se muestra en la Fig. 2. La amplitud de la superficie libre para una solución localizada en la región inestable crece exponencialmente y tiende a infinito a medida que t aumenta; por el contrario, una solución estable permanece finita. En la figura, la leyenda A corresponde a resonancia armónica (la frecuencia de la onda y la forzante son iguales) y SA a resonancia subarmónica (la frecuencia de la onda es la mitad de la forzante). Es fácil comprobar que para $\omega_0 = \omega \frac{n}{2}$ con ($n= 1, 2, 3$, etc), el sistema es siempre inestable aún cuando \hat{a} , que representa la amplitud de la oscilación externa, sea igual a cero. Este resultado irreal es consecuencia de asumir el comportamiento del líquido como ideal y de despreciar los términos no lineales en la formulación matemática.

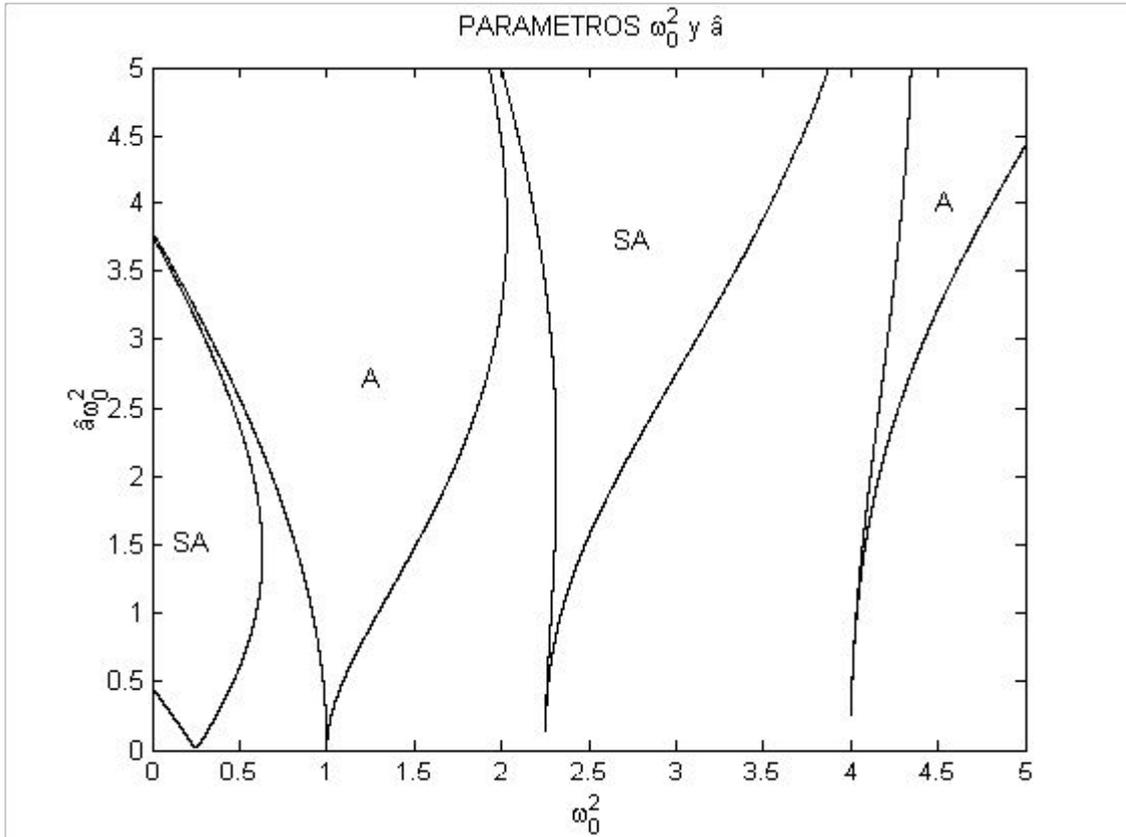


Figura 2. Mapa de estabilidad en función de los parámetros ω_0^2 y \hat{a} . Las regiones armónicas y subarmónicas, se simbolizan con SA y A respectivamente.

2.7 INCORPORACIÓN DEL AMORTIGUAMIENTO

Como se señaló en la sección anterior, el resultado propuesto por Benjamin y Ursell, ignora los efectos viscosos. La forma más sencilla de tener en cuenta la disipación viscosa es sumar un término lineal de amortiguamiento a la ecuación de Mathieu (2.36) (ver, por ejemplo, Ciliberto y Gollub, 1985). Esta aproximación fenomenológica resulta en

$$\frac{\partial^2 \tilde{h}(t)}{\partial t^2} + 2\underline{\gamma} \frac{\partial \tilde{h}(t)}{\partial t} + \omega_0^2 [1 - \hat{a} \cos(t)] \tilde{h}(t) = 0 \quad (2.37)$$

donde γ es el coeficiente de amortiguamiento adimensional y el término adicionado se encuentra subrayado. Cabe notar que γ es el decaimiento exponencial de \tilde{h} si \hat{a} es igual a cero.

El coeficiente de amortiguamiento puede ser calculado por el aporte de tres fuentes de

disipación (Miles, 1967): a) disipación viscosa en las paredes del recipiente, b) disipación viscosa en la superficie libre por contaminación y c) histéresis capilar asociada al menisco que se forma en la línea de contacto entre el líquido y el recipiente.

El cálculo del coeficiente de “damping” o amortiguamiento se puede estimar usando el campo de velocidades para el caso ideal (Müller, 1997), considerando únicamente la disipación en el volumen del líquido. Esta aproximación es válida cuando la disipación viscosa y la deformación de la interface son pequeñas, de modo que el flujo puede considerarse irrotacional excepto en una capa muy fina cerca de la interfase y del piso del recipiente. Ambas presunciones se cumplen si la profundidad del líquido es considerablemente mayor a la longitud de onda y al espesor de esas capas de flujo rotacional. También debe despreciarse el efecto que podrían tener las paredes laterales del recipiente en la formación de las ondas. De esta forma se puede calcular el coeficiente como (Landau y Lifshitz, 1987),

$$\gamma = \langle \dot{E} \rangle / 2 \langle E \rangle$$

donde E es la energía mecánica total del sistema dada por $E = \rho \int v_i^2 dV$ y \dot{E} , la tasa de disipación de energía viscosa está dada por $\dot{E} = 2\eta \int (\nabla_j v_i)^2 dV$. Los corchetes en la ecuación indican promedios en el tiempo, los índices i, j se refieren a las coordenadas x e y , siendo implícita la suma entre estos índices.

De esta manera al reemplazar la velocidad por $\hat{v}(x, y, t) = e^{ikx} v(t) \sinh[k(h_0 + y)]$ en las integrales anteriores, la expresión del coeficiente de amortiguamiento adimensional resulta

$$\gamma = \frac{2k^2 \eta}{\rho \omega} = \frac{2\tilde{k}^2}{Re}$$

donde k y \tilde{k} representa el número de onda dimensional y adimensional respectivamente.

Una forma de resolver la ecuación (2.37) es realizando una transformación de la forma

$\tilde{h}(t) = \tilde{h}_d(t)e^{-\gamma t}$, con lo cual se vuelve a la ecuación de Mathieu

$$\frac{\partial^2 \tilde{h}_d(t)}{\partial t^2} + \omega_d^2 [1 - \hat{a}_d \cos(t)] \tilde{h}_d(t) = 0$$

pero ahora los nuevos parámetros (ω_d y \hat{a}_d) están relacionados con los anteriores (ω_0 y \hat{a})

(2.35) de la siguiente manera,

$$\omega_d = \omega_0^2 - \gamma^2 \quad \text{y} \quad \hat{a}_d = \hat{a}_0 \omega_0^2 / \omega_d^2$$

En esta tesis la ecuación (2.37) se resolverá, utilizando la metodología expuesta en la siguiente sección. Los resultados obtenidos con este modelo, denominado fenomenológico, serán comparados con los del modelo completo y con los datos experimentales.

2.8 RESOLUCION MEDIANTE TEORIA DE FLOQUET

2.8.1 EL SISTEMA HIDRODINAMICO COMPLETO

La aceleración modulada en el sistema de referencia móvil es periódica en el tiempo, con un periodo adimensional de 2π . Por lo tanto, se esperan soluciones periódicas tanto para la velocidad como la altura de la interfase, pudiéndose aplicar la teoría de Floquet (Jordan y Smith, 1977) al modelo lineal hidrodinámico completo. A partir de las ecuaciones (2.27) a (2.31) se puede resolver el problema expandiendo \tilde{v} y \tilde{h} como

$$\tilde{v}(y, t) = e^{(\mu+i\alpha)t} v_p(y, t) = e^{(\mu+i\alpha)t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_n(y) e^{int} \quad (2.38)$$

$$\tilde{h}(t) = e^{(\mu+i\alpha)t} h_p(t) = e^{(\mu+i\alpha)t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n e^{int}$$

donde $\mu+i\alpha$ se denomina exponente de Floquet y $e^{(\mu+i\alpha)2\pi}$ es el multiplicador de Floquet.

Según los valores que adopte el exponente de Floquet, la solución presentará diferentes comportamientos. Cuando μ es igual a cero, los valores de α , determinan si los

multiplicadores son reales o pares complejos conjugados. Si α es igual a cero se tiene la solución armónica, siendo el factor exponencial real positivo. Para el caso en que α sea igual a $1/2$ se tiene la solución subarmónica del problema, y el multiplicador resulta real negativo. Los únicos casos de interés son las soluciones armónicas ($\alpha=0$) y subarmónicas ($\alpha=1/2$).

Para que las soluciones (2.38) sean reales se debe imponer $v_{-n} = v_n$ ($h_{-n} = h_n$), en el caso armónico, y $v_{-n} = v_{n-1}$ ($h_{-n} = h_{n-1}$) para el caso subarmónico.

Al introducir la expresión (2.38) para $\hat{v}(y, t)$ en la ecuación (2.27), se tiene

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) \left[\frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) \right] e^{(\mu+i\alpha)t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_n(y) e^{int} = 0,$$

lo que permite llegar a dos ecuaciones diferenciales de la forma:

$$\left[(\mu + i\alpha + in) - \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) \right] v_n(y) = 0, \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) v_n(y) = 0$$

La solución de $v_n(y)$ que cumple con ambas ecuaciones puede ser expresada como:

$$v_n(y) = a_n e^{ky} + b_n e^{-ky} + c_n e^{q_n y} + d_n e^{-q_n y}$$

donde $q_n^2 \equiv k^2 + Re[\mu + i(\alpha + n)]$.

Para encontrar las constantes de v_n se deben plantear las condiciones en la interfase (2.28) y (2.30), junto con las condiciones en la placa (2.31).

Reemplazando las expresiones para la altura de la interfase (2.38) y la velocidad en la condición cinemática (2.28), se obtiene

$$v_n(y) = (\mu + i\alpha + in) h_n, \quad y = 0$$

Por otro lado, calculando las derivadas de la velocidad y aplicando las condiciones de contorno del problema, resultan las ecuaciones que relacionan las constantes para obtener la expresión de la velocidad v_n .

$$\begin{aligned}
 v_n(-h_0) &= 0 & a_n e^{-kh_0} + b_n e^{kh_0} + c_n e^{-q_n h_0} + d_n e^{q_n h_0} &= 0 \\
 \left. \frac{\partial}{\partial y} v_n(y) \right|_{y=-h_0} &= 0 & a_n k e^{-kh_0} - b_n k e^{kh_0} + c_n q_n e^{-q_n h_0} - d_n q_n e^{q_n h_0} &= 0 \\
 \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \right) v_n(y) \Big|_{y=0} &= 0 & (a_n k^2 + b_n k^2 + c_n q_n^2 + d_n q_n^2) + k^2 (a_n + b_n + c_n + d_n) &= 0 \\
 v_n(0) &= (\mu + i\alpha + in) h_n & a_n + b_n + c_n + d_n &= (\mu + i\alpha + in) h_n
 \end{aligned}$$

De la ecuación (2.29), expresando el coseno por la expresión de Euler, se tiene:

$$Ca \left[\operatorname{Re}(\mu + i\alpha + in) + 3k^2 - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \frac{\partial}{\partial y} v_n(y) - k^2 (-k^2 - B) h_n = k^2 \frac{BF}{2} (h_{n-1} + h_{n+1})$$

Esta ecuación debe ser evaluada en la interfase, expresando la velocidad y sus sucesivas derivadas en función de h_n ; se llega así a un sistema matricial de la forma:

$$A_n h_n = F(h_{n+1} + h_{n-1})$$

Los coeficientes de A_n dependen del exponente de Floquet, de los números adimensionales y de las condiciones de contorno. Si el sistema es truncado en N términos en la serie de Fourier, se puede resolver como un problema de autovalores F con su correspondiente autovector \mathbf{h} . De esta forma podemos expresar el sistema como

$$\mathbf{A}\mathbf{h} = F\mathbf{B}\mathbf{h}$$

Donde \mathbf{A} es una matriz diagonal compleja y \mathbf{B} una matriz de banda cuya estructura depende de α .

Para el caso armónico el valor de α es cero, con lo cual ese sistema matricial resulta:

$$\begin{pmatrix} A_0^r & -A_0^i & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ A_0^i & A_0^r & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & A_1^r & -A_1^i & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & A_1^i & A_1^r & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_2^r & -A_2^i & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_2^i & A_2^r & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_0^r \\ h_0^i \\ h_1^r \\ h_1^i \\ h_2^r \\ h_2^i \\ \vdots \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_0^r \\ h_0^i \\ h_1^r \\ h_1^i \\ h_2^r \\ h_2^i \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Para el caso subarmónico $\alpha=1/2$, obteniéndose:

$$\begin{pmatrix} A_0^r & -A_0^i & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ A_0^i & A_0^r & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & A_1^r & -A_1^i & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & A_1^i & A_1^r & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_2^r & -A_2^i & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_2^i & A_2^r & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_0^r \\ h_0^i \\ h_1^r \\ h_1^i \\ h_2^r \\ h_2^i \\ \vdots \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_0^r \\ h_0^i \\ h_1^r \\ h_1^i \\ h_2^r \\ h_2^i \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Numéricamente el problema se resuelve fijando el valor μ del exponente de Floquet en cero (interesa el límite de estabilidad marginal), variando el valor de k y buscándolo el menor valor de F que produce una solución inestable.

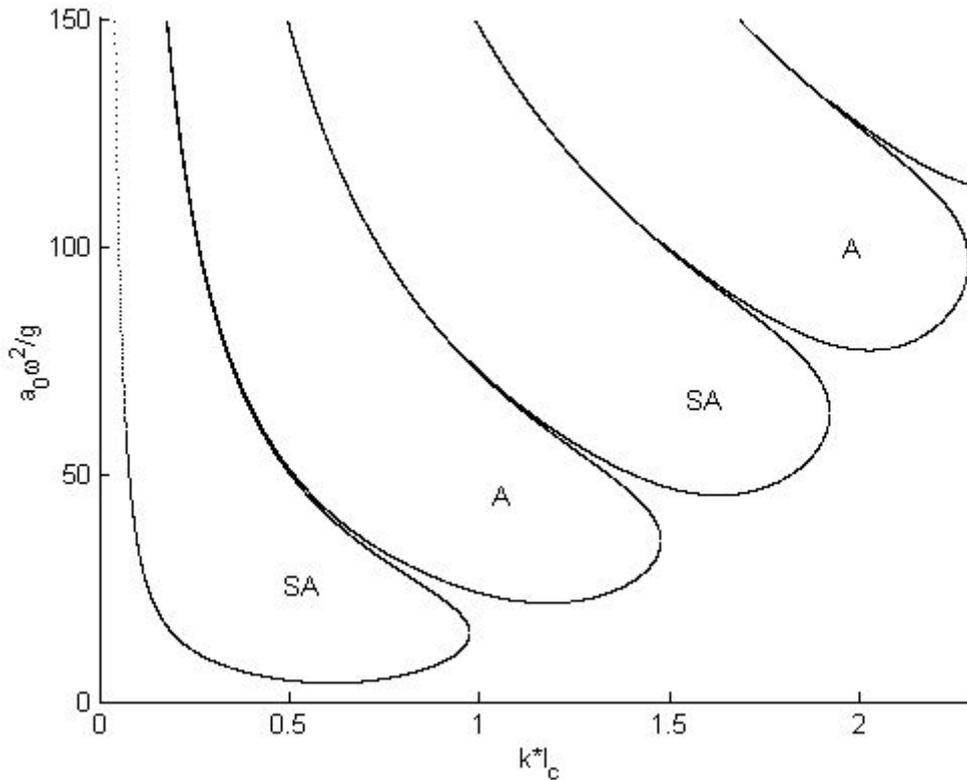


Figura 3. Mapa de estabilidad para un PDMS ($\nu=50cSt$, $\rho=963 \text{ kg/m}^3$ y $\sigma=0.0208 \text{ N/m}$) y utilizando una altura de líquido H_0 de 1 cm para 50 Hz. Las regiones armónicas y subarmónicas, se simbolizan con A y SA respectivamente.

La figura 3 muestra un mapa de estabilidad en el plano ($F = a_0 \omega^2 / g$, $\tilde{k} = k l_c$) calculado a un frecuencia de excitación de 50 Hz, para un aceite de silicona (PDMS) cuyas propiedades fisicoquímicas son: $\nu=50cSt$, $\rho=963 \text{ kg/m}^3$ y $\sigma=0.0208 \text{ N/m}$,

utilizando una altura de líquido H_0 de 1 cm. Si se compara este mapa de estabilidad con el del modelo ideal, se observa que el efecto viscoso produce un aumento en la aceleración crítica para los diferentes modos y un ensanchamiento de la región inferior de las curvas, pero el primer modo excitado sigue siendo el subarmónico.

2.8.2 RESOLUCION DEL MODELO FENOMENOLÓGICO

La ecuación (2.37) se resuelve siguiendo el procedimiento utilizado por Kumar y Tuckerman (1994), en donde se sustituye la solución de Floquet para $\tilde{h}(t)$. De este modo se llega a la expresión

$$\left\{ [\mu + i(\alpha + n)]^2 + 2\gamma[\mu + i(\alpha + n)] + \omega_0^2 \right\} h_n = \frac{1}{2} \omega_0^2 \hat{a}(h_{n-1} + h_{n+1})$$

que puede ser reescrita como:

$$A_n h_n = \hat{a}(h_{n+1} + h_{n-1})$$

donde los coeficientes A_n están dados por:

$$A_n = \frac{2}{\omega_0^2} \left\{ [\mu + i(\alpha + n)]^2 + 2\gamma[\mu + i(\alpha + n)] + \omega_0^2 \right\}$$

Para el caso armónico el valor de α es cero; la parte real e imaginaria de A_n quedan expresadas por:

$$A_n^r = \frac{2}{\omega_0^2} \left[-n^2 + \omega_0^2 \right] \quad \text{y} \quad A_n^i = \frac{4\gamma}{\omega_0^2} n$$

Para el caso subarmónico:

$$A_n^r = \frac{2}{\omega_0^2} \left[-(1/2 + n)^2 + \omega_0^2 \right] \quad \text{y} \quad A_n^i = \frac{4\gamma}{\omega_0^2} (1/2 + n)$$

Con estos valores se construyen las matrices **A** y **B** para resolver el problema de autovalores.

En la Fig. 4 se muestra un mapa de estabilidad para un PDMS de viscosidad cinemática $\nu=50$ cSt, densidad $\rho=963$ kg/m³ y tensión interfacial $\sigma=0.0208$ N/m. El espesor de la

capa líquida es 1cm. Al comparar este diagrama con el modelo completo, se observa que los valores de aceleración umbral arrojados por esta aproximación, para los distintos modos, son mayores, en tanto que los números de onda umbrales son menores. Los resultados experimentales que se presenta y discuten en el Capítulo 4 de esta Tesis, se comparan con los valores arrojados por las soluciones del modelo hidrodinámico completo y del modelo fenomenológico descriptos en este capítulo.

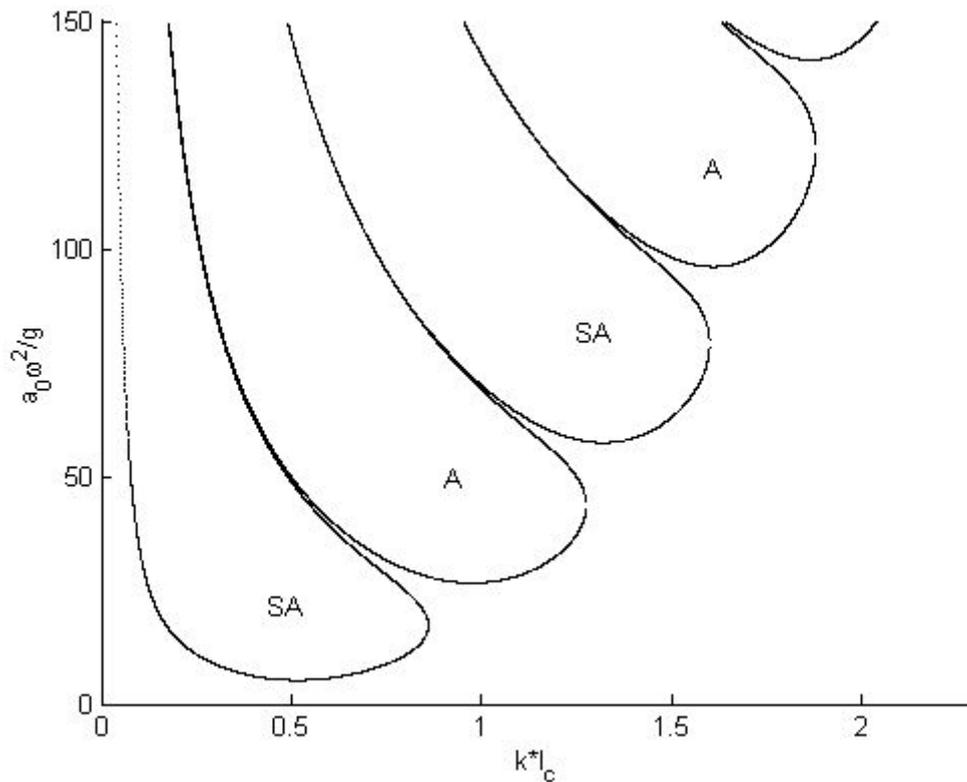


Figura 4. Mapa de estabilidad para el modelo fenomenológico correspondiente a un PDMS con viscosidad ν igual a 50cSt, densidad ρ de 963 kg/m³ y tensión superficial σ de 0.0208 N/m; la altura de líquido H_0 de 1 cm. Las regiones armónicas y subarmónicas, se simbolizan con A y SA respectivamente.

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

3.1 INTRODUCCIÓN

Obtener datos experimentales comparables con las predicciones de los modelos teóricos, requiere reproducir las condiciones impuestas en las hipótesis planteadas para resolver el problema. Esto es:

- elegir un fluido newtoniano cuyas propiedades físico-químicas permanezcan constantes durante toda la experiencia,
- reproducir la condición de dominio infinito en el plano horizontal,
- respetar las condiciones impuestas a la placa y a la fuerza externa; esto es, la placa debe ser plana, perfectamente horizontal y rígida, y la vibración impuesta debe ser vertical y sinusoidal.

La primera condición requiere que la temperatura se mantenga aproximadamente constante y que la superficie libre no se contamine con impurezas que puedan modificar las propiedades interfaciales, fundamentalmente, la tensión superficial. La segunda, implica que la forma y el tamaño del recipiente donde se encuentra alojado el líquido, no determinen la longitud de onda y, además, que las paredes laterales tengan influencia mínima sobre los resultados. La última condición, requiere reducir las posibles fuentes de errores logrando una adecuada nivelación del sistema, evitando la aparición de movimientos indeseados producto de la vibración.

Este capítulo está organizado de la siguiente forma. Primero se presentan los resultados preliminares que llevaron al diseño de los experimentos definitivos. Estas experiencias dieron lugar a la selección del líquido, al diseño de los recipientes y a mejorar el dispositivo experimental propiamente dicho, de modo que los valores de amplitud y número de onda críticos medidos muestren una buena concordancia con los calculados

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

con el modelo lineal descrito en el Capítulo 2. Además, dado que la longitud de onda se obtiene a través de imágenes capturadas durante las experiencias fue necesario desarrollar una técnica apropiada para procesarlas, la que también se detalla en este capítulo.

3.2 MONTAJE EXPERIMENTAL INICIAL

Las mediciones se realizaron en el Laboratorio del Instituto de Física de la Facultad de Ciencias de la Universidad de la República en Montevideo, Uruguay. El montaje utilizado en las primeras pruebas se muestra en la Fig. 1, y fue una propuesta inicial basada en experiencias anteriores (Cabeza y col., 2005) junto con modificaciones realizadas durante las experiencias de prueba. El movimiento oscilatorio vertical es generado por el vibrador de marca *Brüel & Kjær* modelo 4810 (2), que se encuentra atornillado a una plancha de hierro, la cual se nivela mediante tres tornillos para lograr una capa de líquido uniforme. El recipiente (4) que contiene el fluido en estudio se atornilla al vibrador.

Con el generador de señales Hewlett-Packard modelo 8116A (9), se modifica la frecuencia y la amplitud con que se excita al vibrador. Como el control de ambos parámetros es digital, se tiene una precisa variación de cada uno de ellos. En caso que se trabaje con agua, el generador es conectado directamente al vibrador, pero para viscosidades mayores, la señal debe ser amplificada (8).

En la parte inferior del recipiente se coloca el sensor de aceleración (5), cuya señal se amplifica y acondiciona por medio del dispositivo *B&K* modelo 2635 (6). La misma se grafica en el osciloscopio *HP-54600* (7), donde se procede a medir el valor pico a pico de la señal sinusoidal, que representa el valor de amplitud de aceleración forzante multiplicado por dos.

La alineación del sistema, se realiza colocando un nivel de burbuja circular en el interior

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

del recipiente vacío, modificando la altura de los tornillos hasta que se logra centrar la burbuja.

El llenado del recipiente se realiza mediante el cálculo teórico del volumen según la forma del recipiente y el espesor de capa de líquido deseado. Con este valor y el uso de jeringas, se procede a colocar el fluido dentro del recipiente. La altura se corrobora utilizando la varilla de profundidad de un calibre, el procedimiento es igual al empleado para medir una hendidura, con la salvedad de que el extremo del calibre debe tocar la superficie del líquido para obtener la medida.

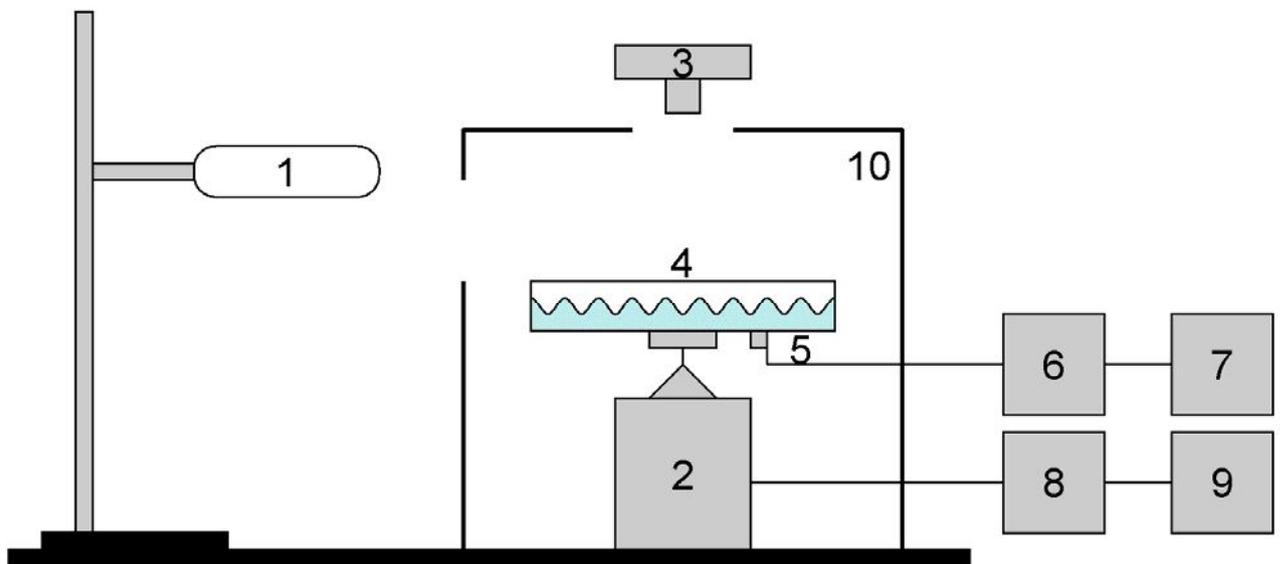


Figura 1. 1: iluminación, 2: vibrador (Brüel & Kjør 4810), 3: cámara fotográfica

(Canon PowerShot A 95), 4: recipiente, 5: acelerómetro (B&K 4393), 6:

amplificador/acondicionador (B&K 2635), 7: osciloscopio (HP-54600), 8: amplificador

de audio, 9: generador de funciones (HP-8116A), 10: recinto oscuro.

Las imágenes generadas sobre la superficie del líquido se toman utilizando una cámara fotográfica marca Canon PowerShot A 95 (3). Para lograr una buena iluminación de la superficie, luego de probar con distintas configuraciones de ubicación cámara-fluorescente, de modificar el tiempo de exposición y apertura del diafragma de la cámara fotográfica y de iluminar indirectamente, se decide utilizar un recinto oscuro

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

que encierre el recipiente y el vibrador (10). El recinto posee dos aberturas: una para la entrada de la luz y la otra para colocar la cámara fotográfica (3). De esta manera se logra eliminar los reflejos en la superficie del líquido (Fig. 2), mejorando notablemente el contraste entre las ondas formadas y el resto de la superficie del líquido. La iluminación (1) puede provenir, tanto de un tubo fluorescente circular de aproximadamente 21,5 cm de diámetro exterior, como de una lámpara incandescente de 12 V.

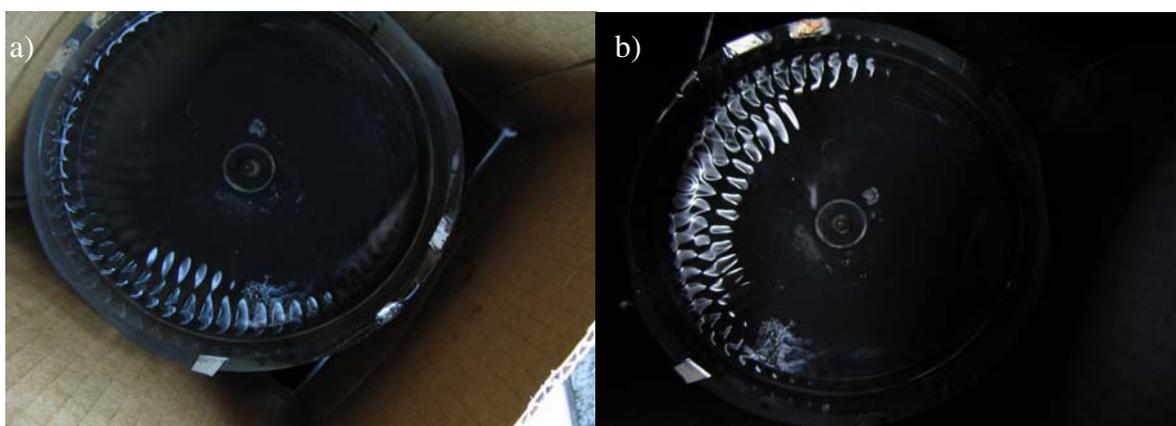


Figura 2. Fotografía utilizando recinto antes (a) y después (b) de oscurecerlo, para mejorar el contraste de la imagen.

La temperatura del laboratorio se mantiene aproximadamente constante por medio de un equipo de aire acondicionado; sin embargo, no se dispone de ningún dispositivo para medir la temperatura del líquido. Sólo se registra la temperatura ambiente durante las experiencias.

Luego de lograr un montaje aceptable, se procede a la toma de datos. El procedimiento consiste en explorar de manera ascendente el rango de frecuencias (20 Hz a 75 Hz), a intervalos de 5 Hz. Para cada valor de frecuencia, a partir de la situación de equilibrio, se incrementa gradualmente la amplitud de aceleración impuesta. Este procedimiento se realiza manipulando el control digital del generador de señales, produciendo pequeños aumentos en la señal generada, para originar un incremento medible en la salida del

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

acelerómetro. De esta manera, el paso de avance en el incremento depende de todo el sistema que se está excitando y el tiempo entre cada modificación es de 30 segundos. Una vez detectada la aparición de ondas de tipo “rollos” en la superficie del líquido, se mide la amplitud de la señal sinusoidal visualizada en el osciloscopio y se toma una fotografía de la superficie para luego, en una etapa de post procesamiento, poder calcular el número de onda. Luego de esta primera medición, se disminuye la aceleración para volver a tener la situación de superficie plana y se vuelve a repetir el procedimiento de detección del umbral. Este procedimiento se repite 3 veces, teniendo así 3 valores umbrales tanto para la aceleración como el número de onda por cada frecuencia. Como se observa en la Fig. 2, las inestabilidades aparecen cerca del borde del recipiente y perpendiculares al mismo. El valor de aceleración crítica adoptado, corresponde a la mínima aceleración (a_{min}) que produce la aparición de rollos en algún parte de la superficie. Si a partir de este valor, se incremento la fuerza excitante hasta lograr la desestabilización de toda la superficie se obtiene el valor de aceleración máxima (a_{max}).

La determinación de la frecuencia de oscilación de la onda estacionaria en la superficie, se lleva a cabo mediante la utilización de un sensor cuyo principio básico es el mismo que utilizan los micrófonos capacitivos, utilizándose un adaptador de 1/8” modelo 4138 marca *B&K* y un preamplificador *B&K* 2670. El tamaño de la punta del adaptador es de 0,5 mm de diámetro, lo que no presenta problemas de resolución, ya que las estructuras de interés tienen una longitud característica mayor. La señal del preamplificador es digitalizada y mediante la aplicación de la transformada de Fourier se tiene el valor de la frecuencia, que permite confirmar el carácter subarmónico de las ondas. Las mediciones no se realizaron en conjunto con la toma de datos ya que por la disposición del montaje experimental, se dificultaba con la adquisición de imágenes.

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

Luego de realizar las mediciones se procede con el análisis de las imágenes. Como se mencionó antes, las ondas aparecen en la periferia. Por lo tanto, cada imagen obtenida es recortada en la zona de interés y mediante un reconocimiento de borde, se obtienen imágenes como las que muestra la Fig. 3. En los primeros experimentos, el número de onda se determinaba de forma manual. El método consistía en trazar líneas arbitrarias en la imagen, las cuales cruzan perpendicularmente a la onda. De esta forma se elegían cinco pares de puntos en la intersección recta-onda. La longitud de onda era la resultante de un promedio de las cinco distancias obtenidas mediante la utilización de una escala (cuadrado de 1 cm de lado). Como se puede observar, este método es tedioso cuando el número de imágenes aumenta y depende de la elección de la zona seleccionada para medir.

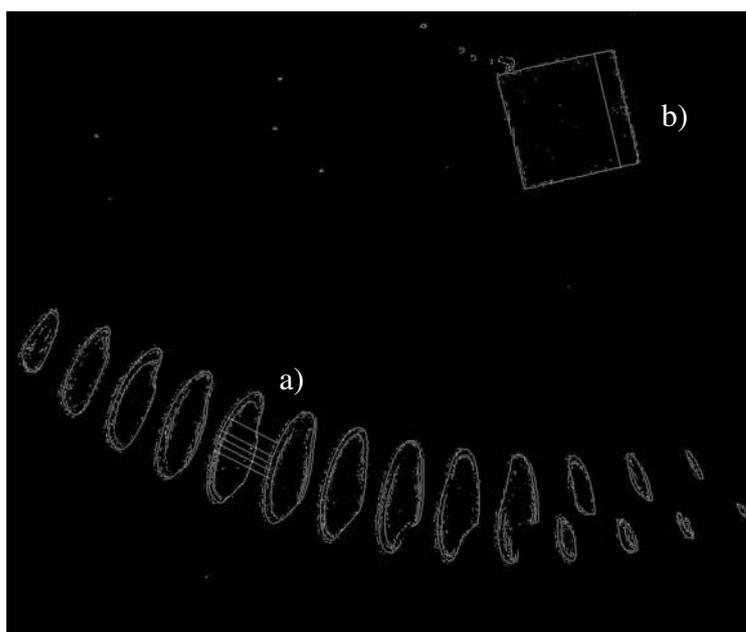


Figura 3. Imagen luego del reconocimiento de borde. (a) Trazado de líneas perpendiculares a la onda. (b) Cuadrado de 1 cm de lado utilizado como escala.

Estos experimentos pusieron de manifiesto los siguientes inconvenientes en el montaje experimental:

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

- el uso del recinto (denominado con 10 en la Fig. 1) dificultaba la toma de datos a frecuencias mayores a 45 [Hz], ya que el mismo comenzaba a moverse y debía ser retirado.
- la respuesta del vibrador, distorsionaba la señal sinusoidal para frecuencias menores a 20 [Hz]. La frecuencia máxima está limitada a la fuerza que debe entregar para desestabilizar la superficie, alcanzando diferentes valores de acuerdo a las propiedades del líquido y del peso que debe mover.
- la horizontalidad lograda mediante los tres tornillos en la placa, se alteraba ya que al producirse la vibración, éstos se desenroscaban.

Como se verá más adelante, algunos de estos inconvenientes se resolvieron mediante la adquisición de nuevo equipamiento y con la implementación de algunas mejoras relacionadas con la iluminación, los movimientos indeseados y con la toma de datos.

3.3 ELECCIÓN DEL LÍQUIDO

Las primeras mediciones se realizaron con agua destilada. Como se describió anteriormente, la aceleración se aumenta desde la situación de superficie plana hasta la aparición de rollos. El tiempo entre cada aumento de aceleración es de 30 segundos evitando de esta forma que se sobrestime el valor umbral, ya que las estructuras tardan aproximadamente 10 segundos en aparecer. Luego de tomar las medidas para una frecuencia, se vuelve a la situación de superficie plana y se varía la frecuencia, repitiéndose el mismo procedimiento. El rango de frecuencias estudiado va de 30 Hz a 75 Hz. El recipiente utilizado posee sección transversal cuadrada de 20 cm de lado, y fue construido en aluminio. La altura de líquido en estos experimentos se fijó en aproximadamente 2,5 cm, usando el método descrito en la sección anterior. Los valores de aceleración umbral y número de onda medidos se muestran en la Tabla 1. Los resultados experimentales se comparan con la solución del modelo lineal completo,

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

presentado en el Capítulo 2, computada con los valores de las propiedades fisicoquímicas del agua pura a 20 °C; H_0 y ω se tomaron igual a los valores experimentales. De esta forma, el valor de viscosidad dinámica μ se tomó igual a 0.001 Pa s, la densidad ρ de 1000 kg/m³, la tensión superficial de 0.0725 N/m y la altura de líquido H_0 igual a 0.025 m.

Frecuencias [Hz]	Aceleración crítica (m/s ²)	Numero de onda crítico (m ⁻¹)
30	1,69	579
35	2,09	628
40	2,77	685
45	3,37	718
50	4,06	794
55	4,09	887
60	5,50	1077
65	5,94	1160
70	7,50	1260
75	8,29	1371

Tabla 1. Aceleración y número de onda críticos para diferentes valores de frecuencia, para una capa de agua destilada de 2,5 cm colocada en un recipiente cuadrado de 20 cm de lado.

En la Fig. 4-(a) se grafica el número de onda crítico correspondiente a ondas de Faraday subarmónicas, mientras que en la Fig. 4-(b) se muestra el umbral de excitación. La línea continua representa los resultados teóricos, mientras que los asteriscos indican los resultados experimentales. Como se puede apreciar en las gráficas, existe una gran discrepancia entre los datos experimentales y los resultados teóricos. En general para los valores de aceleración umbral existe una relación aproximada a 1/5 entre los valores teóricos y experimentales en todo el rango de frecuencia analizado (30 Hz a 75 Hz). En

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

tanto que para los números de onda los valores experimentales se encuentran entre un 25% (a 45 Hz) y un 59% (a 75 Hz) por encima de los teóricos.

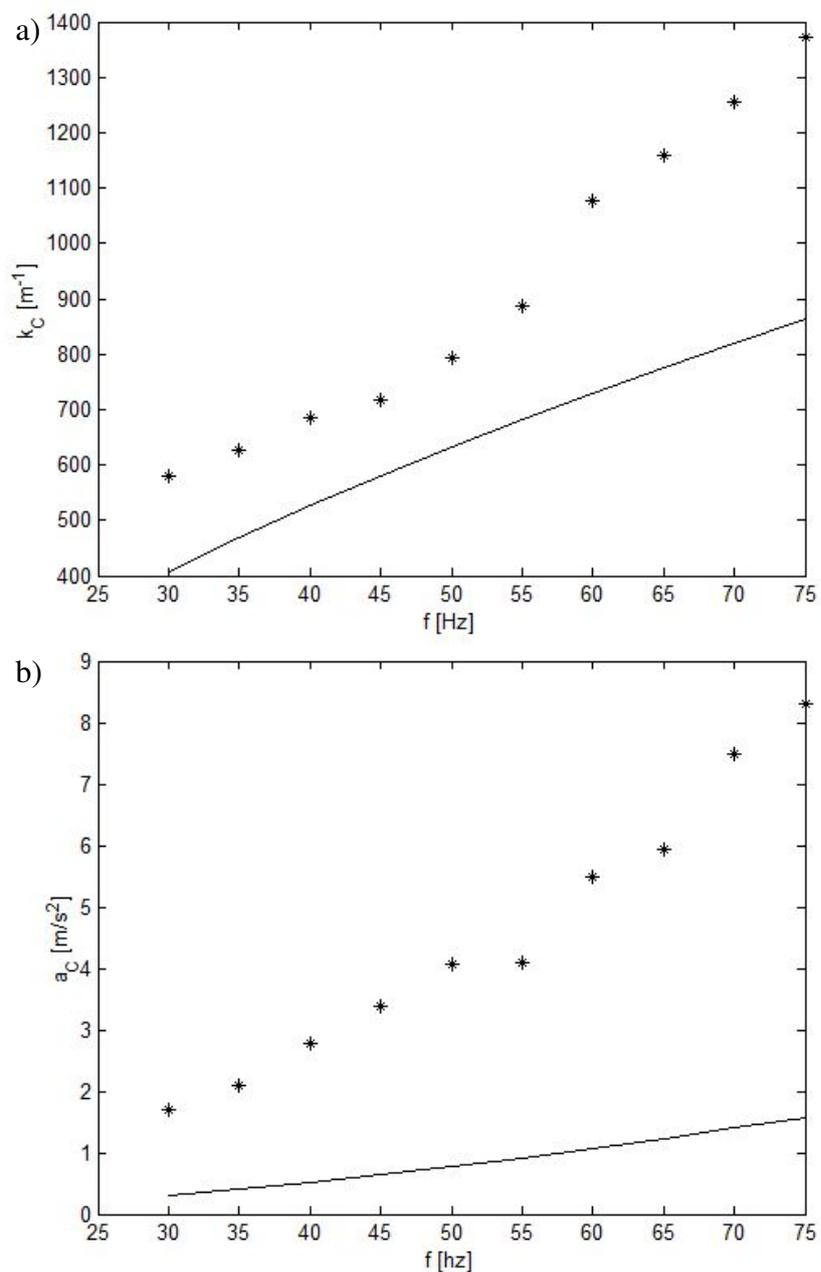


Figura 4. Condiciones de excitación críticas teóricas (curva continua) y experimentales (asteriscos) en función de la frecuencia de vibración para un recipiente cuadrado de 20 cm de lado con una capa de liquido (agua) de 2,5 cm. (a) Número de onda crítico. (b) Aceleración crítica.

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

Se podría pensar que estas diferencias podrían estar dadas por las restricciones que impone el sistema en los modos de excitación. Si consideramos que el número de onda es el impuesto por el sistema, podemos calcular cuales serían los valores de aceleración teórica que producen estos valores de k y compararlos con los medidos en el osciloscopio. De este análisis de los valores obtenidos podemos ver que existe una gran diferencia entre los valores de aceleración experimentales y teóricos, resultando en una relación 1/100 para frecuencias mayores a 55 Hz. Esta verificación de los umbrales de aceleración a partir de los datos medidos, indicaría que el tamaño del recipiente no tiene mayor influencia en el número de onda del sistema.

Para explicar las diferencias entre los valores teóricos y los experimentales, se puede pensar en las siguientes causas:

- a) que los valores de los parámetros físico-químicos empleados para calcular el umbral teórico no coincidan con los experimentales
- b) que la línea de contacto o las paredes laterales, tengan un efecto notable en los experimentos.

La primera causa puede resultar de un aumento de la temperatura del sistema producto, por ejemplo, de la disipación viscosa y/o de la contaminación con impurezas que modifican las propiedades interfaciales, específicamente, la tensión interfacial.

Tanto la densidad como la tensión superficial poseen poca sensibilidad a la variación de temperatura (Bechhoefer y col., 1995); por lo tanto, el efecto de este aumento debería traducirse en una disminución de la viscosidad, lo que a su vez daría lugar a una disminución (y no un aumento) de los valores de la aceleración umbral.

Por tal razón, si la causa de las diferencias radica en los valores de las propiedades fisicoquímicas, debería pensarse que se debe a un cambio en la tensión interfacial producto de la contaminación del sistema. Desde tiempos de los antiguos romanos se conoce el efecto “calmante” que tiene una película de aceite sobre el agua. Este efecto

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

de amortiguamiento sobre las ondas de agua se conoce como “efecto Marangoni” (Marangoni, 1871). Este fenómeno tiene lugar cuando existe un agente tensioactivo absorbido que modifica las propiedades interfaciales (tensión y viscosidad superficiales) respecto de un sistema “limpio”. Cuando se forman las ondas, la superficie libre se estira y se contrae sucesivamente, dando lugar a una distribución inhomogénea de surfactante. Así, se generan gradientes de tensión interfacial que dan lugar a la aparición de tensiones tangenciales a la superficie libre, dirigidas hacia la zona de mayor tensión interfacial. Estas tensiones inducen el movimiento del líquido localizado en la interfase y sus inmediaciones desde las zonas más concentradas (con menor tensión interfacial) hacia las zonas más pobres en surfactante, buscando restituir una distribución homogénea de soluto en la interfase. El movimiento del líquido en la superficie se opone al movimiento del líquido en el volumen, estabilizando al sistema.

El alto valor de tensión superficial del agua atrae contaminantes que no solo lo reducen sino que además, pueden dar lugar al efecto Marangoni. Como la concentración y la naturaleza de las impurezas son desconocidas, no es posible cuantificar su efecto sobre la formación de las ondas.

El efecto de la línea de contacto se puede analizar teniendo en cuenta la longitud de decaimiento de las ondas capilares ($l_{decaimiento}$) producidas en la intersección líquido-pared (Berchhoefer y col. 1995). Esta cantidad está dada por:

$$l_{decaimiento} \approx (\frac{1}{2} \omega/k) / (2\nu k^2) \approx \sigma / (4\mu\omega)$$

donde el termino de la derecha resulta de reemplazar k por el valor calculado con la relación de dispersión para ondas capilares libres en un sistema de profundidad infinita ($\omega^2 \approx k^3 \sigma/\rho$). Calculando esta longitud para ambos extremos del rango de frecuencias analizadas, se tiene que para 20 Hz el valor arrojado es 9,6 cm y para 70 Hz de 3,8 cm. Como se puede observar esta magnitud es comparable a las dimensiones del recipiente a

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

frecuencias cercanas a 20 Hz. Por lo tanto una manera de reducir los efectos de borde es trabajar a mayores frecuencias, lo que en este caso representa una dificultad debido al rango operativo del vibrador utilizado.

Una alternativa simple para minimizar (a) y (b) es emplear un líquido de viscosidad relativamente alta y de tensión interfacial baja, tal como el aceite de silicona, que además, tiene la ventaja de presentar valores de tensión interfacial prácticamente constantes en un rango muy amplio de viscosidades. La elección se debe hacer teniendo presente la estructura molecular de los aceites, ya que para cadenas cortas de polímero, se asegura un comportamiento newtoniano del mismo.

En base a los resultados obtenidos, se decidió realizar una serie de experimentos utilizando PDMS (aceite de silicona), dos recipientes de acrílico distintos, con el fin de analizar los efectos de borde. El material del recipiente posee un peso específico que varía entre 1,15 a 1,17 g/cm^3 , lo cual es ventajoso a la hora del diseño si el objetivo es minimizar el peso del contenedor. El fluido empleado en estas experiencias posee una viscosidad cinemática (ν) de 140 cSt, una densidad (ρ) de 993 kg/m^3 y una tensión superficial (σ) de 0.0208 N/m (Dow Corning Co.) a 25°C. El rango de frecuencia estudiado va de 20 Hz a 75 Hz. El hecho de aumentar en 100 veces la viscosidad con respecto al valor del agua, permite reducir el tamaño de los recipientes utilizados, ya que se tienen longitudes de decaimiento en el orden del milímetro.

Los experimentos se desarrollan en un recipiente de sección cuadrada de 7,4 cm de lado utilizando la condición de borde “natural” (pared vertical) para una capa de líquido (H_0) de 5 mm, y en uno de sección circular de 13 cm de diámetro, utilizando una capa de líquido de 6 mm. Este recipiente presenta una región circular central separada de las paredes por una zona más profunda, tal como se indica esquemáticamente en la Fig. 7 (recipiente (c)).

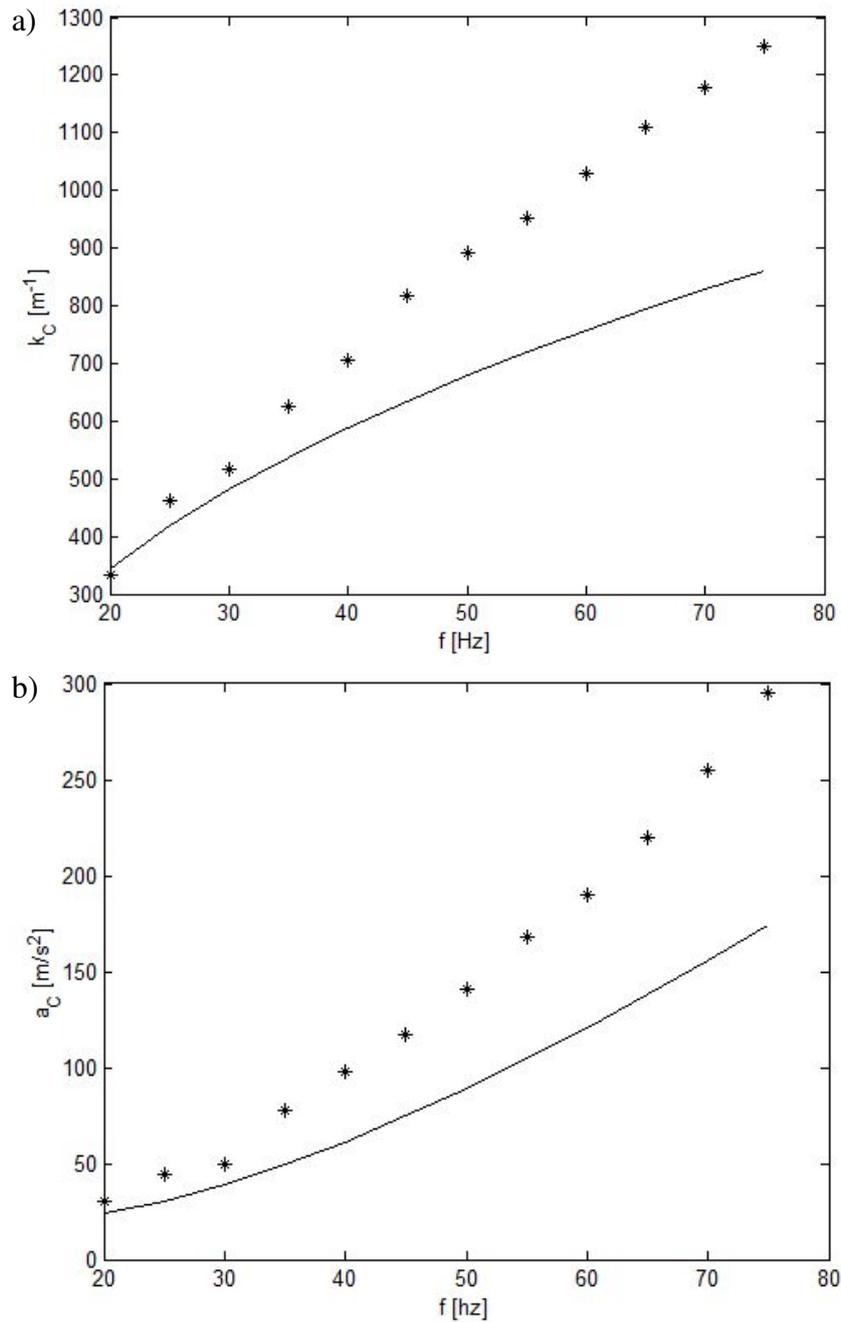


Figura 5: Condiciones de excitación críticas teóricas (curva continua) y experimentales (asteriscos) en función de la frecuencia de vibración para un recipiente cuadrado de 7,4 cm de lado con una capa de liquido (PDMS) de 0,5 cm. (a) Número de onda crítico. (b) Aceleración crítica.

Los resultados para el recipiente de sección cuadrada de 7,4 cm de lado se muestran en la Fig. 5. Los umbrales de excitación de las ondas de Faraday se muestran en la Fig. 5- (b) para las condiciones mencionadas previamente. La línea llena representa los

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

resultados teóricos que predice la teoría de estabilidad lineal y los puntos constituyen los resultados experimentales. Como se puede apreciar la diferencia entre los valores crece a medida que aumenta la frecuencia, llegando casi a 70 % para 75 Hz. La Fig. 5-(a) ilustra los números de onda críticos, tanto teóricos como experimentales. Aquí también se observa un aumento de la diferencia entre los valores calculados y medidos al aumentar la frecuencia, siendo aproximadamente de 36 % para 75 Hz.

Si se comparan estos resultados con los obtenidos utilizando agua, se observa un acercamiento notable entre los valores de aceleración medidos y los predichos por el modelo completo. También se ha producido una reducción de la diferencia entre los valores de número de onda, aunque no es significativa.

En esta experiencia se modificó el líquido, lo cual permitió obtener un mejor ajuste entre los resultados teóricos y experimentales; sin embargo, las diferencias siguen siendo importantes. Como en este caso la longitud de decaimiento de las ondas capilares es inferior al milímetro y, además, disminuye al aumentar la frecuencia, la diferencia no parece atribuible a este fenómeno. La teoría lineal no incluye los efectos de las paredes laterales sobre la formación de las ondas; una forma de analizar si las diferencias son atribuibles al recipiente, es calcular los valores de aceleración teóricos con los número de onda experimentales. El resultado de este cálculo muestra un acercamiento importante entre los valores teóricos y los experimentales, por lo cual se decidió realizar experimentos en el recipiente de sección circular descrito previamente.

Los resultados para el recipiente de acrílico de 13 cm de diámetro, utilizando el mismo PDMS que en el experimento anterior y una altura de líquido de 0,6 cm, se muestran en la Fig. 6. Como puede observarse, el acuerdo entre las condiciones críticas predichas y medidas es muy bueno, mejorando sustancialmente respecto de los resultados obtenidos con el recipiente cuadrado. En particular, se observa un acercamiento notable entre los números de onda críticos, observándose una diferencia que no supera el 4 % en todo el

rango de frecuencias analizado. También es remarcable la mejora de los umbrales de excitación, notándose que la proporción de la desviación disminuye con la frecuencia.

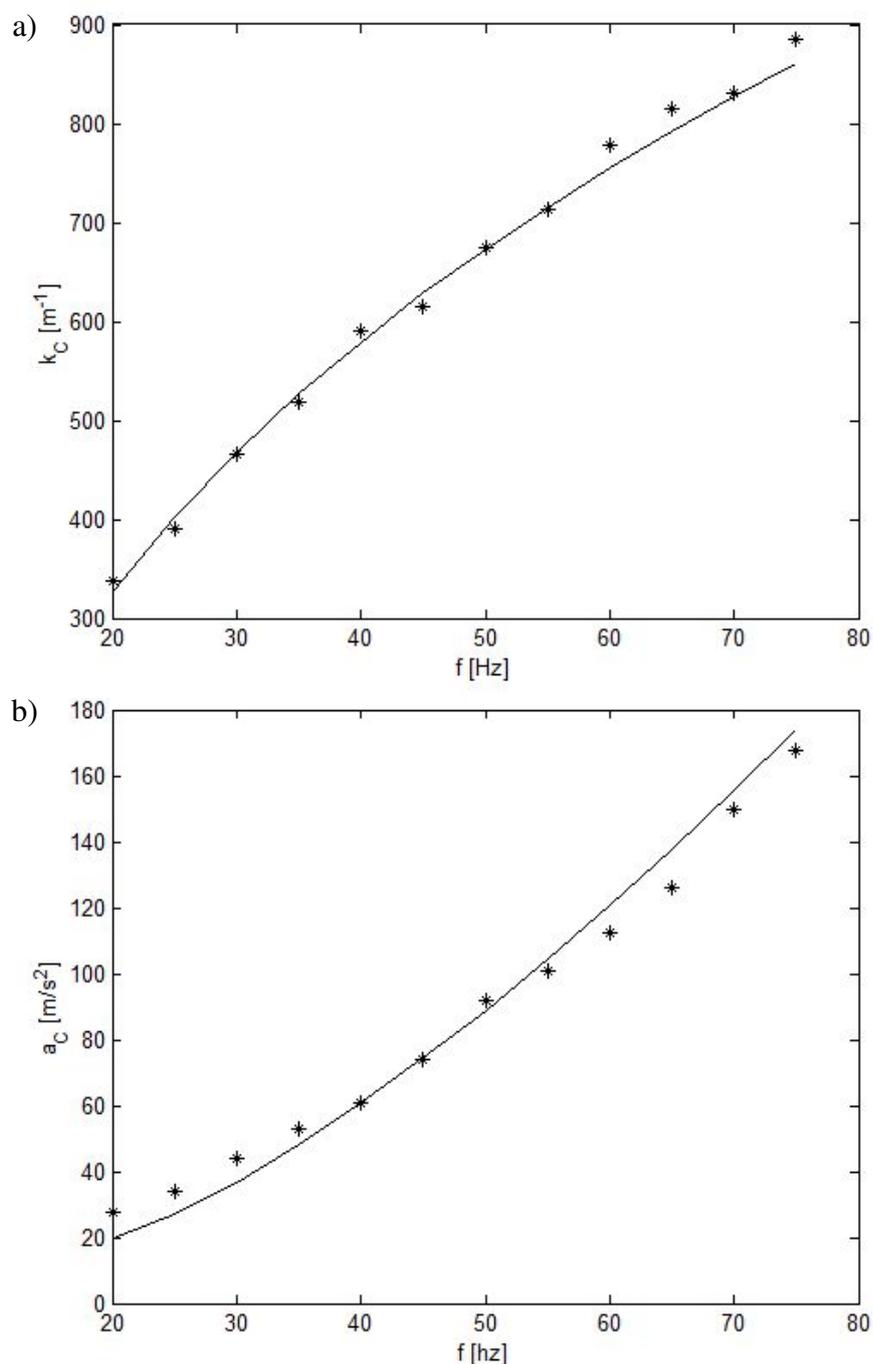


Figura 6: Condiciones de excitación críticas predichas por el modelo (curva continua) y experimentales (asteriscos) en función de la frecuencia de vibración para el recipiente circular de 13 cm de diámetro utilizando una altura de liquido de 0,6 cm. (a) Aceleración crítica. (b) Número de onda crítico.

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

Los resultados obtenidos en estas experiencias permiten concluir que:

- a) el empleo de un líquido no polar como el PDMS es conveniente por dos razones. Por un lado, su baja tensión interfacial disminuye notablemente la posibilidad de contaminación de la interfase; por otro, esto combinado con su elevada viscosidad, disminuye la longitud de decaimiento de las ondas capilares producidas por el menisco en la línea de contacto.
- b) El diseño de la forma del recipiente, en particular las paredes laterales, es un punto importante que requiere mayor atención.

En los experimentos que se presentan en este trabajo se emplearon aceites de silicona de 50 cSt y 100 cSt, cuyas especificaciones se detallan en el Capítulo 4. La forma de los recipientes definitivos se determinó luego de realizar distintas evaluaciones de la forma del borde, con el objetivo de reducir el movimiento de líquido en esta región y la cuantización de los modos. En la siguiente sección se presenta el análisis llevado a cabo para diseñar los recipientes empleados.

3.4 ELECCION DE LOS RECIPIENTES

Las experiencias realizadas permitieron establecer que un recipiente circular es más apropiado que uno de sección cuadrada. El recipiente de paredes verticales ha sido utilizado en trabajos donde se estudian pequeños sistemas (se busca la formación de la onda fundamental, exclusivamente) utilizando dos líquidos (Tipton y Mullin, 2004) y en sistemas de gran dimensión (Westra y col, 2003; y Bechhoefer y col., 1995) como los analizados en este trabajo, donde la formación de las ondas no está afectada por el tamaño del recipiente. En esta condición, a veces denominada natural, el líquido moja completamente la pared del recipiente emitiendo ondas de menisco que vibran a la frecuencia de la forzante y pueden enmascarar el umbral de la onda de Faraday.

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

La utilización de una playa inclinada (Bechhoefer y col, 1995; Lioubashevski y col., 1997) permite tener menores profundidades a medida que el líquido llega a la periferia; como la aceleración crítica aumenta al disminuir la profundidad del líquido, las ondas se forman en la región central más profunda. Existen además otras configuraciones de borde como, por ejemplo, la de llenado al ras (Bechhoefer y col, 1995; Kudrolli y Gollub, 1996), en donde el líquido llega hasta un borde pronunciado, generándose un ángulo de contacto determinado en la interfase líquido-aire, impidiendo que se produzcan ondas debidas al menisco. La desventaja de esta forma de contorno es que requiere un muy buen alineamiento del sistema y un excelente maquinado del contorno. Los primeros recipientes diseñados se esquematizan en la Fig. 7 y fueron construidos en acrílico. Como se observa en la figura, se utilizaron la condición de “pared vertical” (Fig.7-(a)) y la condición de “playa inclinada” con un ángulo de inclinación de 45° (Fig. 7-(b)). Además se presenta una tercera condición denominada de “escalón descendente” o “de pozo”, que tiene la particularidad de presentar una mayor profundidad de líquido en el borde del recipiente. Esta última configuración, no ha sido ensayada en experimentos reportados previamente en la bibliografía y su empleo se decidió debido a los buenos resultados preliminares obtenidos (Fig. 6). La parte central del recipiente posee un diámetro de 12 cm y es en donde se determina la altura de líquido a estudiar, en tanto que el contorno posee una profundidad mayor, que para este diseño es de 5 mm por encima de la altura de líquido elegida.

En esta serie de experimentos la altura de líquido utilizada en todos los recipientes es de 3 mm; por lo tanto, la profundidad en el pozo es de 8 mm. El ancho de esta zona es de 5 mm, dando un diámetro interno del recipiente de 13 cm.

De esta forma, los recipientes con playa inclinada y escalón descendente intentan producir una “des-adaptación de impedancias” en los bordes laterales, al producir cambios, graduales y abruptos, en la profundidad de líquido.

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

El aceite de silicona utilizado posee una viscosidad cinemática de 50 cSt, una densidad de 963 Kg/m^3 y una tensión superficial de 0.0208 N/m (Dow Corning Co. 200® Fluid a $25 \text{ }^\circ\text{C}$).

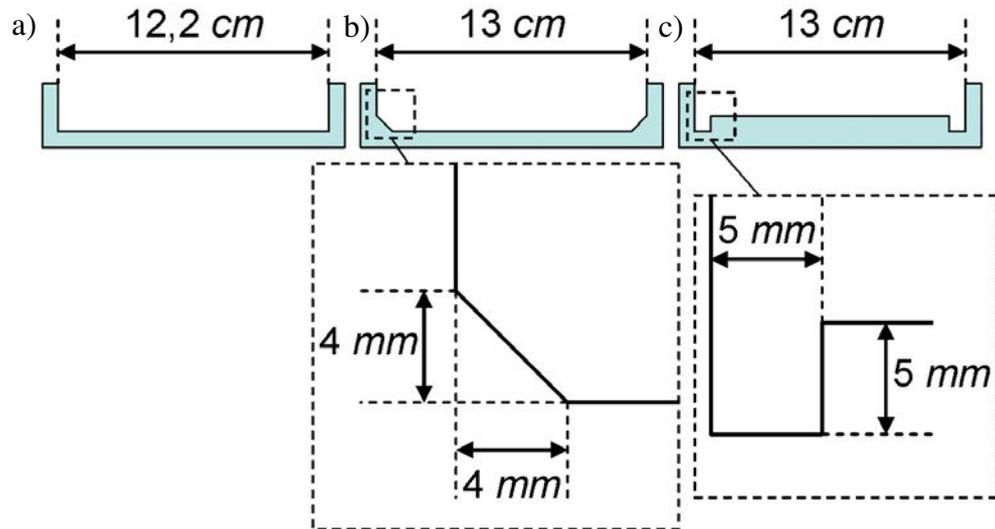


Figura 7. Esquema de los primeros recipientes diseñados. (a) Recipiente de "paredes verticales", (b) "playa inclinada" con ángulo de 45 grados y (c) con "escalón descendente".

La nivelación del sistema y el llenado del recipiente, sigue el procedimiento descrito para las experiencias anteriores.

En la Fig. 8 se pueden observar imágenes de experimentos típicos, correspondientes a cada uno de los recipientes empleados. Las inestabilidades se producen, en la mayoría de los casos, cerca del borde y perpendiculares a la pared del recipiente; es decir, no ocupan toda la superficie del líquido. Esto puede deberse a las no homogeneidades en la aceleración (Bechhoefer y col, 1995; Kudrolli y Gollub, 1996). Para el recipiente de paredes verticales, se observó en todos los casos formaciones similares a las que muestra la Fig. 8-(a), en donde el patrón de rollos se extiende hasta el borde mismo del contenedor. En el recipiente con playa inclinada, la formación de ondas en la mayoría de las experiencias se produjo próxima al borde como lo muestra la Fig. 8-(b), pero hubo casos en donde las inestabilidades aparecieron en el centro del recipiente. Para el

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

contenedor con “escalón descendente”, las ondas se localizaron cerca del borde (Fig. 8-(c)).

La Fig. 9 muestra los resultados de la comparación entre las predicciones teóricas y las mediciones experimentales. Como puede observarse, existe en general un buen acuerdo entre ambas en todos los casos. Sin embargo, las diferencias son menores para el caso del recipiente con “escalón descendente”. Las curvas, particularmente aquellas que ilustran k_C , revelan un cambio de comportamiento para frecuencias superiores a los 45 Hz, esto se debe a algunos problemas en la respuesta del vibrador.

A partir de estas observaciones se decide realizar experiencias en dos tipos de recipiente; uno es el caracterizado por el “escalón descendente” y el otro, que ha sido utilizado previamente por Bechhoefer y col. (1995), presenta una zona más plana, de profundidad constante cerca del borde y se lo denomina de “playa constante”.

Antes de mostrar las dimensiones que caracterizan a cada uno de los recipientes ensayados, analizaremos las condiciones que se tuvieron en cuenta para el diseño de los mismos. Los parámetros que se definen independientemente de la forma del contorno del recipiente son la altura de líquido y el diámetro. Para la determinación de los mismos se toma una frecuencia de 50 Hz, que en general es un valor medio dentro del rango estudiado.

El espesor de líquido permite analizar la influencia de la capa límite que se produce en el fondo del recipiente. Así, la mínima altura de líquido se eligió lo suficientemente pequeña como para que el piso del recipiente afecte la formación de las ondas pero lo suficientemente grande para que el experimento sea factible, ya que por problemas de nivelación, no es aconsejable trabajar con películas menores a 2 mm. Por el contrario, la altura máxima, representa el caso de profundidad infinita; para fijar este valor se tuvo en cuenta el máximo peso (recipiente más líquido) compatible con el funcionamiento del equipo.

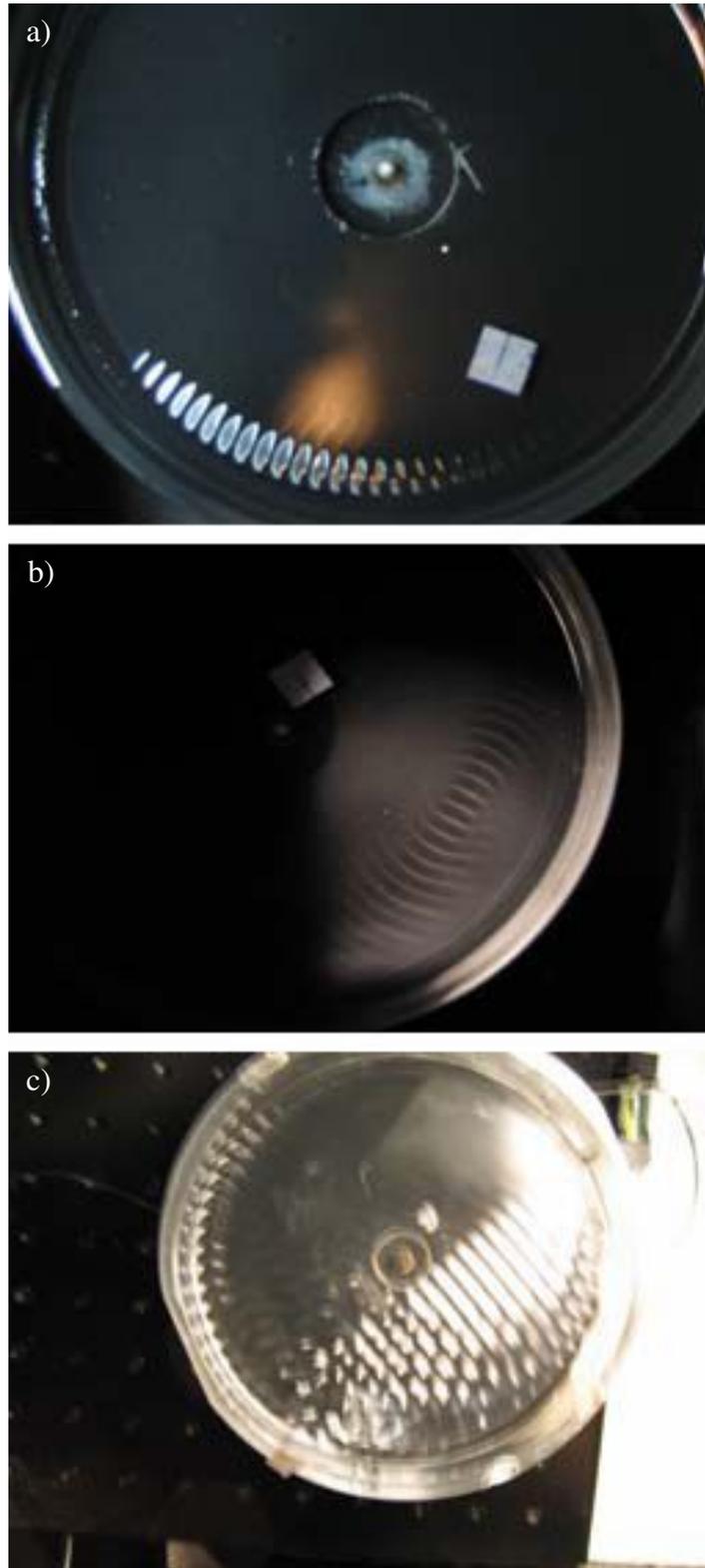


Figura 8. Fotografías de experimentos típicos, para cada uno de los recipientes utilizados. (a) “pared vertical”, (b) “playa inclinada” y (c) “escalón descendente”.

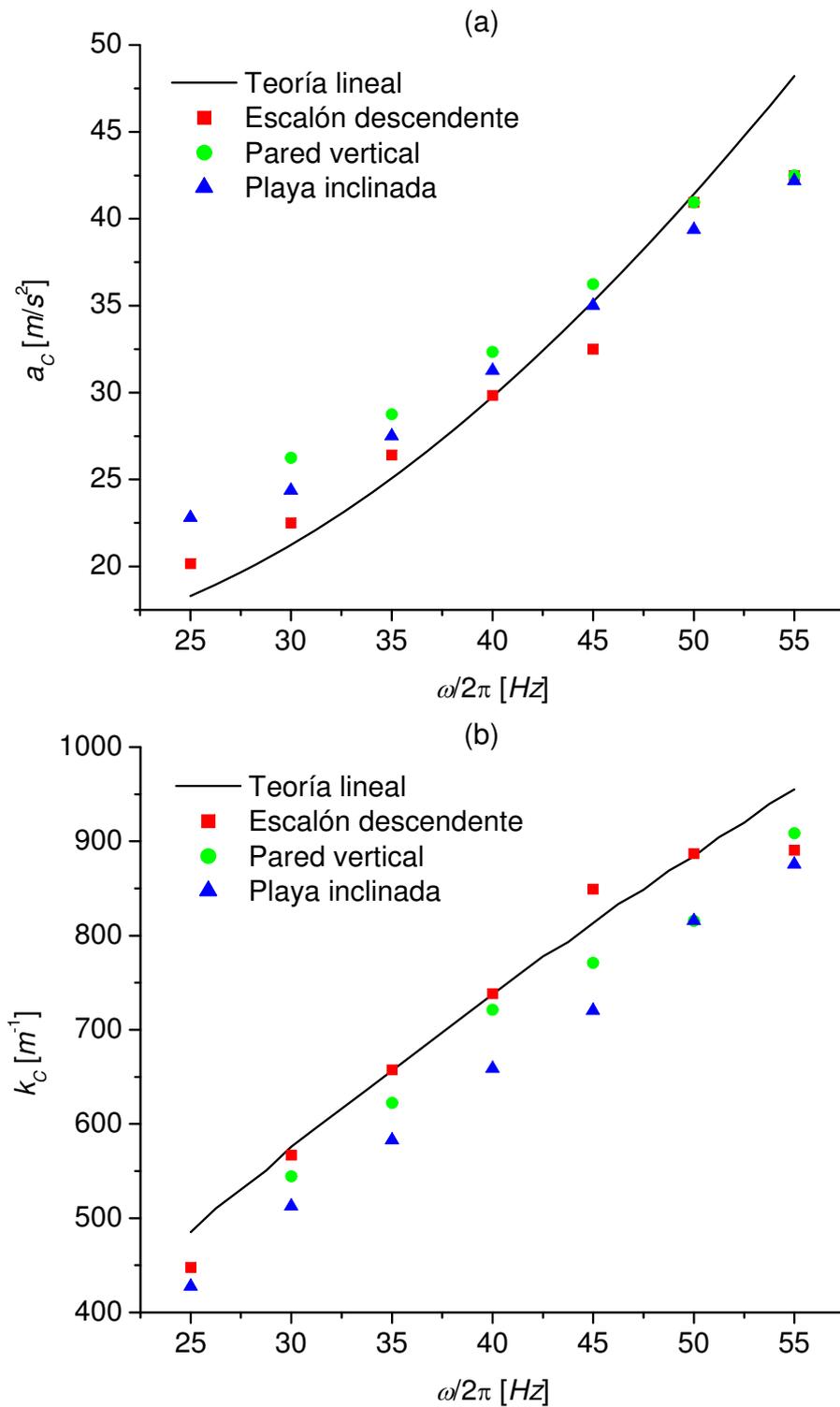


Figura 9. Aceleración (a) y número de onda (b) críticos en función de la frecuencia de excitación. El líquido empleado es aceite de silicona ($\rho = 963 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 50 \text{ cSt}$,

$$\sigma = 0.0208 \text{ N/m y } H_0 = 3 \text{ mm}).$$

H_0	50 cSt	100 cSt
2 mm	6,9 mm	7,4 mm
10 mm	7,2 mm	8,2 mm
20 mm	7,2 mm	8,2 mm

Tabla 2. Valor de la longitud de onda crítica para distintas altura de líquido y distintas viscosidades cinemáticas, calculados a 50 Hz, utilizando una densidad de 963 Kg/m³ y una tensión superficial de 0.0208 N/m.

Para determinar los valores de H_0 mínimo y H_0 máximo se calculó la longitud de onda crítica utilizando el modelo completo descrito en el Capítulo 2 de este trabajo. La tabla 2 muestra los valores obtenidos para las viscosidades de los dos aceites de silicona utilizados en las experiencias, a una frecuencia de 50 Hz y para 2, 10 y 20 mm de altura de líquido. Como se puede observar, una altura de líquido de 10 mm se puede considerar infinita; esto es, la formación de las ondas no es afectada por el piso del recipiente.

El diámetro del sistema se calculó en la situación más desfavorable; esto es, mayor viscosidad y mayor altura de líquido, ya que al aumentar la viscosidad se tiene una longitud de onda mayor, situación se que repite al aumentar la altura de líquido (Ubal, 2002). En base a los valores de la tabla 2 se optó por un diámetro que fuera como mínimo 10 veces la longitud de onda calculada; esta dimensión se tomó igual a 10 cm. Fijada esta magnitud se procedió a determinar las dimensiones características del borde de cada recipiente.

El recipiente con “escalón descendente”, que a partir de aquí será denominado E, fue diseñado de modo tal de permitir variación tanto en el ancho como en la profundidad del escalón. La Fig. 10 muestra el diseño del recipiente, que como se puede ver, consta de dos partes: el recipiente propiamente dicho, cuyo diámetro interno D se fijará luego y

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

una parte roscada, que dependiendo del valor de h , producirá distintas profundidades en el pozo. Esta parte roscada, posee un diámetro de 10 cm consecuencia del análisis previo. Para la elección del diámetro D se tiene en cuenta la longitud de decaimiento $l_{decaimiento} \approx \omega / (4\nu k_c^3)$ calculada a partir de los resultados de la tabla 2; los valores obtenidos se presentan en la tabla 3.

H_0	50 cSt	100 cSt
2 mm	2 mm	1,2 mm
10mm	2,3 mm	1,7 mm

Tabla 3. Valor de la longitud de decaimiento $l_{decaimiento}$ para las alturas de líquido y viscosidades cinemáticas empleadas, calculados a 50 Hz, utilizando una densidad de 963 kg/m³ y una tensión superficial de 0,0208 N/m.

En base a los resultados anteriores, se decidió analizar dos medidas de playa una de 2 mm y la otra de 15 mm de modo tal de tener condiciones extremas para el efecto que podría producir la onda originada en el menisco. De este modo el diámetro D queda definido en dos valores 10,4 cm y 13 cm.

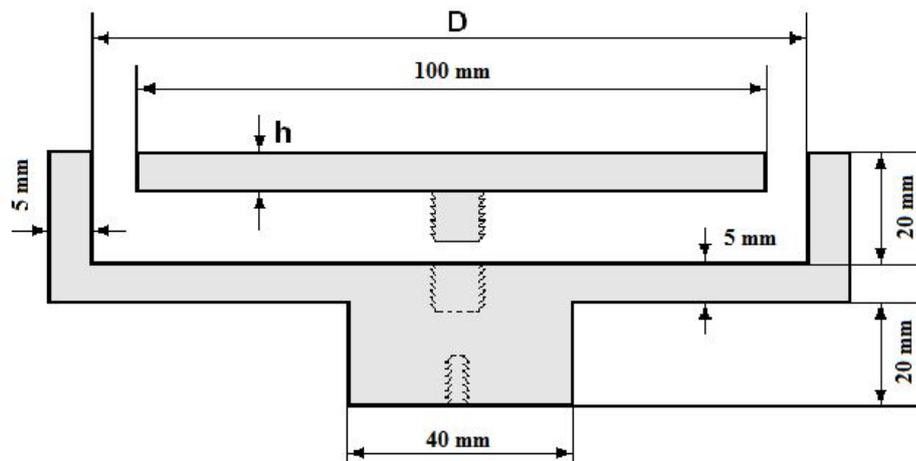


Figura 10. Esquema del recipiente “escalón descendente” o “pozo” E.

En cuanto al valor h del disco roscado, se decide construir uno con altura de 2 mm y el otro de 5 mm, para poder estudiar el efecto de la influencia del piso sobre la formación

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

de las ondas. Por ejemplo, si se utiliza un h igual a 0,5 cm, y se desea estudiar una altura de líquido de 1 cm en el disco central, la profundidad en el contorno será de 1,5 cm, no habiendo influencia del piso en ambas regiones. Ahora bien, si se desea disminuir la capa de líquido a 0,5 cm, entonces se tendrá influencia en la parte central del recipiente y no en la región del pozo. Con el disco de 2 mm se pueden lograr alturas de líquido mayores o iguales a 4 mm en la región del pozo. Como se puede observar, para un determinado valor de D , se pueden estudiar diferentes condiciones experimentales con tan solo modificar el disco interior.

En la Fig. 11 se muestra el diseño de recipiente con “playa constante” (designado P, de aquí en adelante). Como en el caso anterior la zona central posee un diámetro de 10 cm y el valor de D se elige siguiendo el criterio anterior.

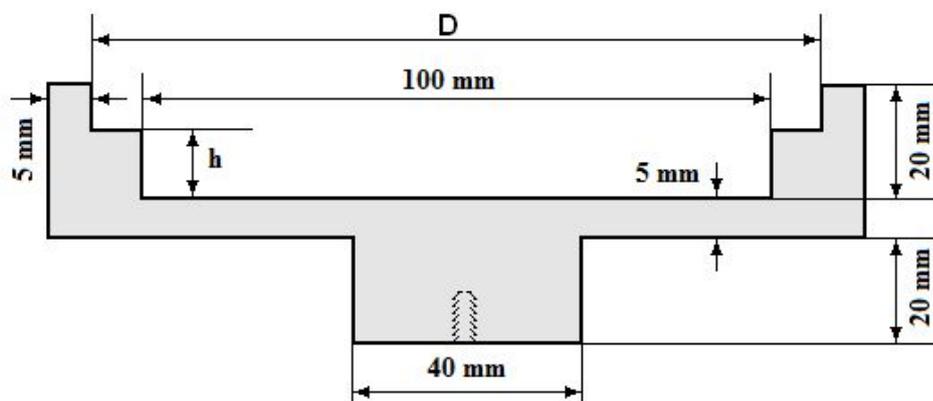


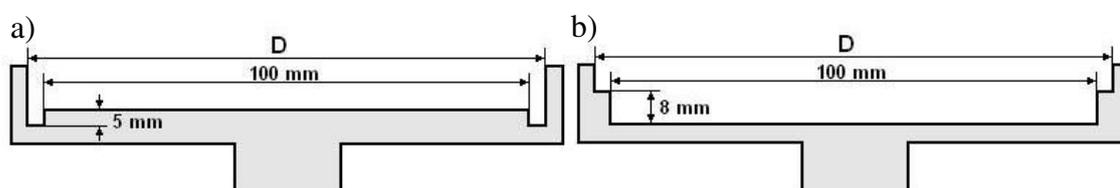
Figura 11. Esquema del recipiente con “playa constante” P.

La mayoría de los experimentos se realizaron para una altura de líquido de 1 cm. De este modo, en el recipiente E la altura de líquido en el contorno es de 1,5 cm y en el recipiente P, es de 2 mm (ver Figura 12). Siendo el diámetro D igual a 10,4 o 13 cm en ambos recipientes.

Los recipientes que se usaron en las experiencias anteriores se realizaron en acrílico, pero debido a su alto valor económico, para construir los nuevos recipientes se optó por DELRIN. Este material, ya utilizado por Kudrolli y Gollub (1996) y Lioubashevski y col. (1997), es muy fácil de ser maquinado aparte de ser económico. Su peso específico

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

es similar al acrílico ($1,41 \text{ gr/cm}^3$) lo cual es importante a la hora de determinar el peso del recipiente. El maquinado de los distintos diseños se realizó en los talleres del CCT – Santa Fe, CONICET y se muestran en la Fig. 13.



*Figura 12. Recipientes utilizados para una altura de liquido de 1 cm. (a) Recipiente E.
(b) Recipiente P.*



Figura 13. Recipientes utilizados en los experimentos. Izquierda: Recipientes P. Medio y derecha: Recipientes E mostrando el disco interior que se atornilla a los recipientes.

3.5 MODIFICACION DEL MONTAJE EXPERIMENTAL

Durante el transcurso de la realización de esta tesis, el laboratorio del Instituto de Física de la Universidad de la República (Montevideo, Uruguay) adquirió nuevos equipos que junto con las modificaciones que se introdujeron en el montaje inicial, mejoraron las condiciones experimentales.

La Fig. 14 muestra un esquema del montaje final. El nuevo sistema posee una PC (6) que maneja la placa de adquisición USB 6215 de National Instrument (5). Con esta

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

placa se genera la señal sinusoidal de excitación y se mide la señal de aceleración en el recipiente (3). La placa de adquisición es comandada por un programa desarrollado bajo el lenguaje gráfico de LabVIEW. El vibrador/amplificador utilizado es el Modelo 300 portátil de APS Dynamics Inc. El mismo posee 2 módulos, un amplificador (7) que acondiciona la señal generada por la placa de adquisición y el vibrador propiamente dicho (8). La señal de aceleración medida por el acelerómetro (B&K 4393) en el recipiente, es amplificada/acondicionada por el módulo B&K 2635; ambos dispositivos se indican en la figura por 3 y 4, respectivamente.

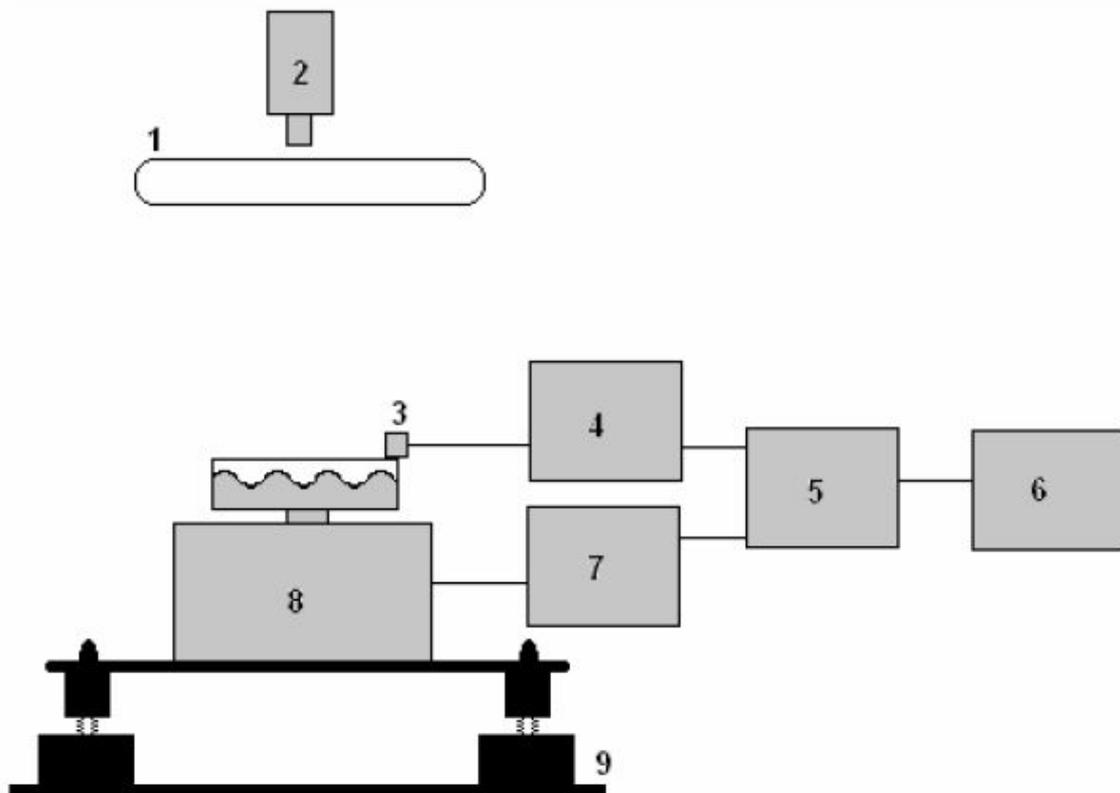


Figura 14. Esquema del montaje experimental

El aislamiento mecánico del sistema con la superficie donde se apoya, se logra utilizando cuatro tacos de gomas (9), que permiten variar la altura para lograr que el sistema quede horizontal. A su vez, todo se apoya sobre placas de goma antivibración. Esto permite realizar mediciones en un rango de frecuencias mayor sin que se produzcan movimientos indeseados.

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

El sistema de iluminación (1) consta de un tubo fluorescente circular. En el centro del tubo se coloca la cámara de CCD marca PixelinK (2), con la cual se toman fotos y videos que luego son procesados para el cálculo del número de onda. La cámara está conectada a otra PC que es la encargada de almacenar las imágenes tomadas durante el experimento.

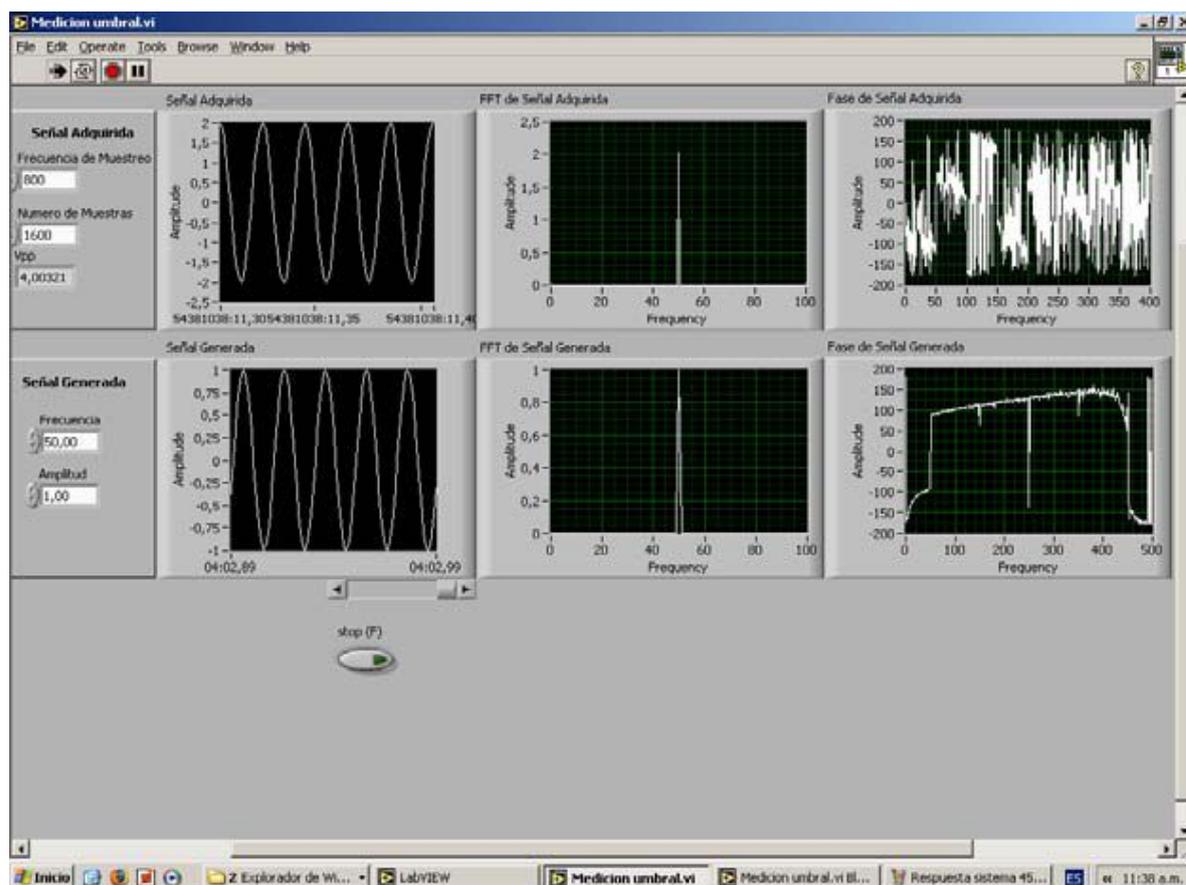


Figura 15: Interfase desarrollada en LabView.

Para la determinación de la frecuencia de oscilación de las ondas en la superficie del líquido, se tomaron videos cortos con una frecuencia de captura entre cuadros igual al doble y al cuádruple de la frecuencia de excitación del vibrador. De esta manera haciendo un análisis de las intensidades de la imagen y teniendo los tiempos correspondientes, se puede establecer si las ondas estacionarias son armónicas o subarmónica. El procedimiento se describe en la próxima sección.



Figura 16. Fotografía de la placa de adquisición USB 6215

La altura de líquido se determina utilizando un tornillo micrométrico y una aguja. En el llenado, se procede tocando la punta de la aguja con la superficie del recipiente, se mueve el tornillo hasta la altura deseada. Luego se derrama líquido en el recipiente hasta que la punta de la aguja es alcanzada por el mismo. De esta manera se mejora el método de llenado, que antes se realizaba en base al cálculo teórico del volumen.

La Fig. 15 muestra la interfase desarrollada para generar la onda sinusoidal y para medir la señal de aceleración. Como se puede observar, en la parte superior se grafica la señal adquirida (pudiéndose variar la frecuencia de muestreo y el número de muestras) y en la parte inferior se muestra la señal generada (pudiéndose variar tanto la amplitud como la frecuencia). A la señal medida se le aplica la FFT para determinar la frecuencia y la amplitud de la misma.

Como se mencionó antes, la señal generada por software es transformada en una señal analógica por la placa de adquisición (ver Fig. 16), que a su vez digitaliza la señal proveniente del acelerómetro.

La Fig. 17 muestra una fotografía del vibrador/amplificador portátil Modelo 300, montado sobre el sistema de aislamiento mecánico descrito que evita que el sistema vibre cuando el vibrador está en funcionamiento.

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

Por último, la medición de la temperatura se realiza mediante una termocupla ubicada cerca del recipiente, obteniéndose una precisión de $0,1^{\circ}\text{C}$ en la medición de la misma. No obstante, la temperatura sigue siendo controlada en el laboratorio.

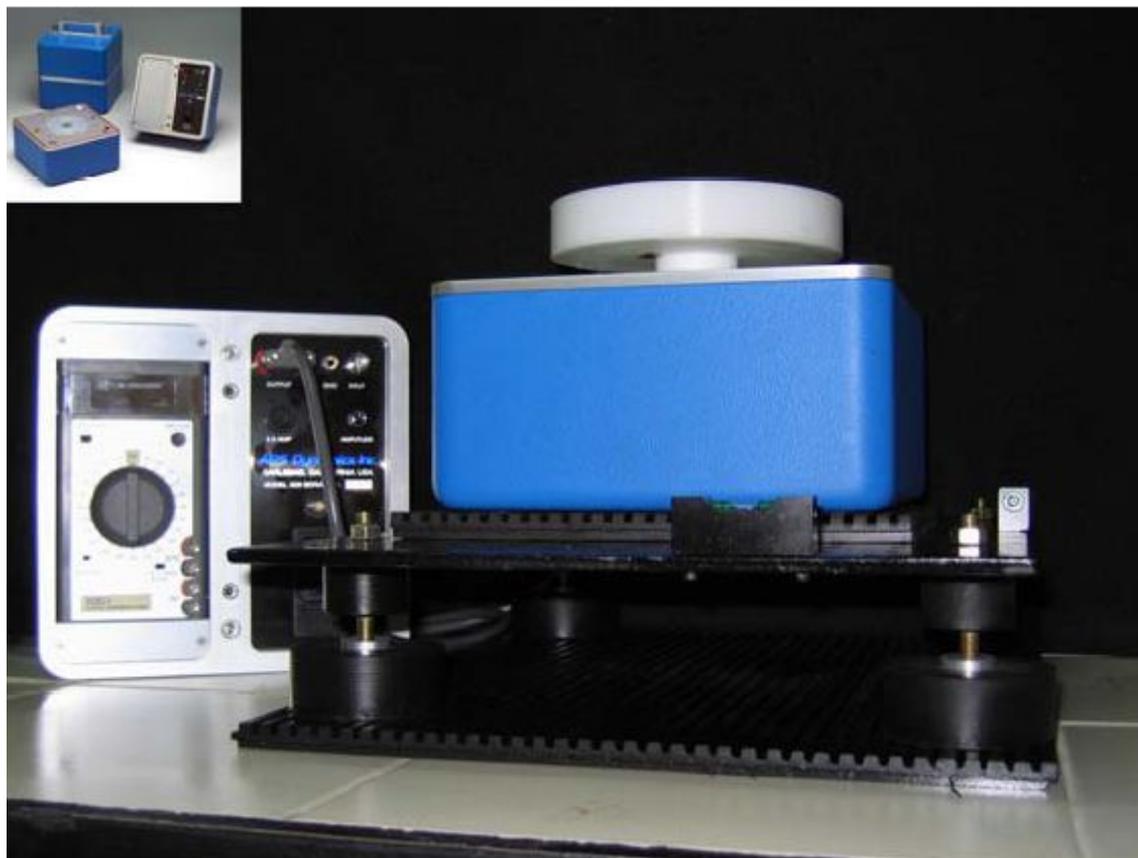


Figura 17. Fotografía del vibrador sobre el sistema antivibración y del amplificador.

Imagen del vibrador/amplificador Modelo 300 (Extremo superior izquierdo)

3.6 PROCESAMIENTO DE LAS IMÁGENES

3.6.1 OBTENCIÓN DEL NÚMERO DE ONDA

En las primeras experiencias, el número de onda se determinó de forma manual, trazando líneas perpendiculares a las ondas y midiendo distancias entre las intersecciones onda-recta. Este proceso no solo resulta tedioso cuando el número de experiencias es muy grande, sino que además, la medición se hace sobre una o pocas ondas de la imagen. Estas fueron las razones principales que llevaron al desarrollo de un programa utilizando el toolbox de Matlab, para la determinación de este parámetro.

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

Existe una gran variedad de herramientas para lograr que la imagen pueda develar información útil (González y Woods, (2002) y Pitas (2000)). Las técnicas pueden corregir diferentes aspectos en la imagen, desde una mala iluminación hasta la eliminación de artefactos en la misma. La técnica adoptada depende del tipo de imágenes a procesar y de la información que se desea obtener. La aquí empleada se explica a continuación a través de un ejemplo.

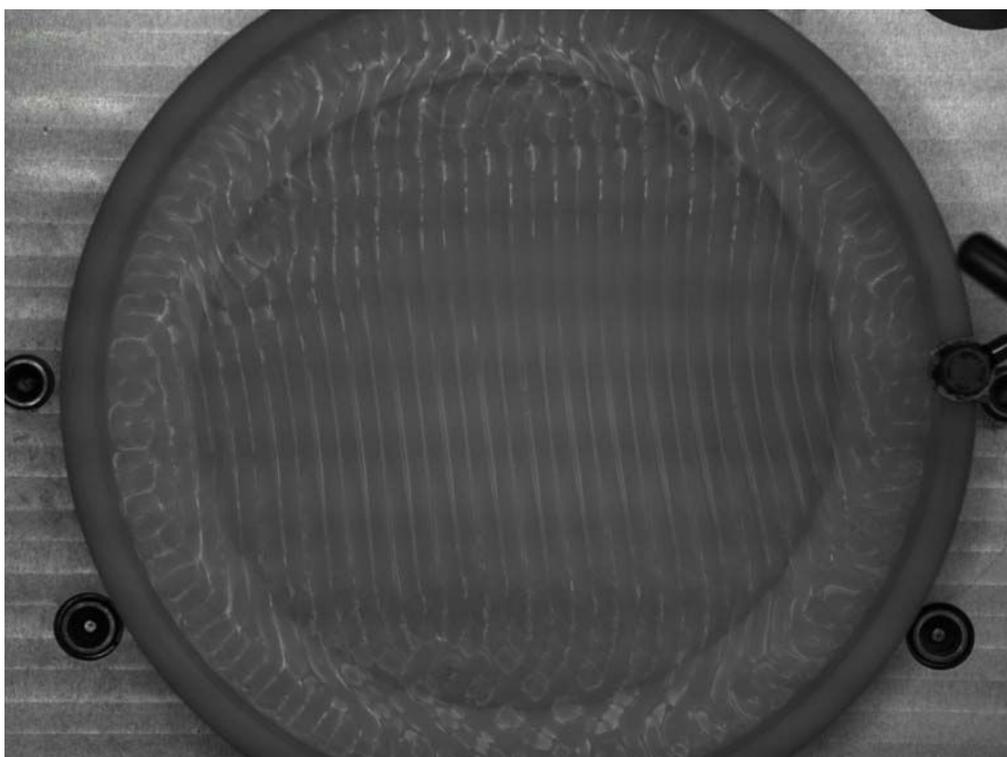


Figura 18. Fotografía de rollos en la interfase durante el experimento de Faraday.

En la Fig. 18 se muestra una fotografía obtenida durante una experiencia, en la cual se observan elementos como el recipiente, tornillos, termocupla, acelerómetro junto con las ondas en la superficie del líquido. Al aplicar a esta imagen una serie de pasos, se puede obtener un resultado como el que se muestra en la Fig. 19. Esta última es más sencilla de analizar y contiene básicamente la información que se utilizará para determinar el número de onda.

Las distintas etapas involucradas en esta transformación se muestran en la Fig. 20. En la primera etapa se delimita la región de interés, que en este caso es la región donde se

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

encuentran las ondas; de este modo se reduce la imagen original, eliminando todo lo que se encuentra fuera del recipiente. Mediante la aplicación de operaciones morfológicas, como por ejemplo, erosión combinada con una dilatación (ver Apéndice), se realiza un suavizado de la imagen para luego efectuar una detección de borde usando el comando *Sobel* de Matlab. Esta herramienta tiene la ventaja de aplicar un gradiente y suavizar la imagen resultante. La búsqueda del contorno se realiza utilizando los comandos *bwlabel*, *imfeature* y *smember*, los cuales se detallan en el Apéndice. El resultado se muestra en la Fig. 20-(a).

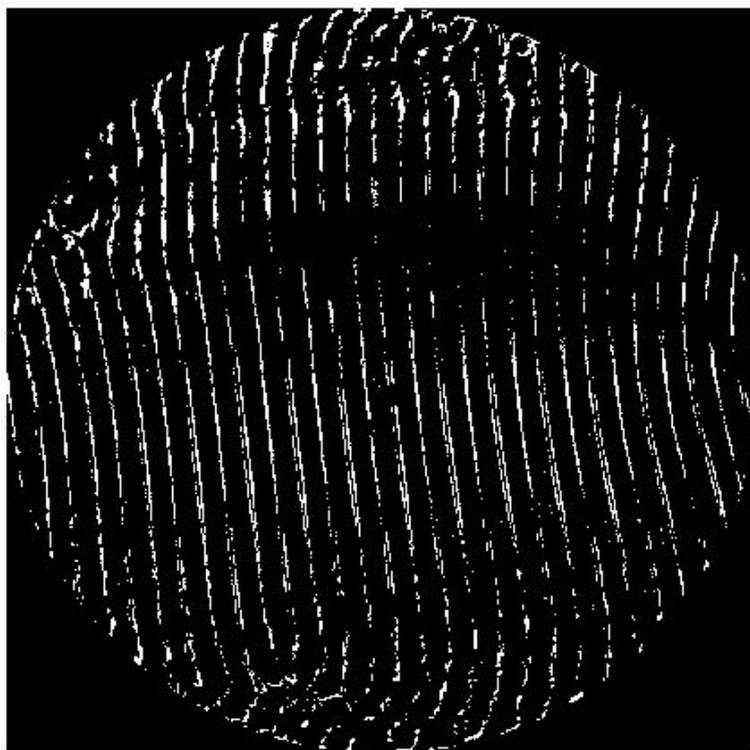


Figura 19. Imagen binaria luego del procesamiento desarrollado

En este punto es necesario encontrar un círculo que permita acotar la imagen al borde del recipiente para así delimitar la información a analizar. La transformada de Hough (ver Apéndice) permite detectar formas geométricas sencillas en una imagen, intentando extraer primitivas de más alto nivel como son líneas, circunferencias, elipses o cualquier tipo de curva parametrizable. Una vez hallado el centro y el radio del círculo, se procede a recortar la imagen y eliminar, pintando de negro, los píxeles fuera del recipiente (Fig.

20-(b) y (c)).

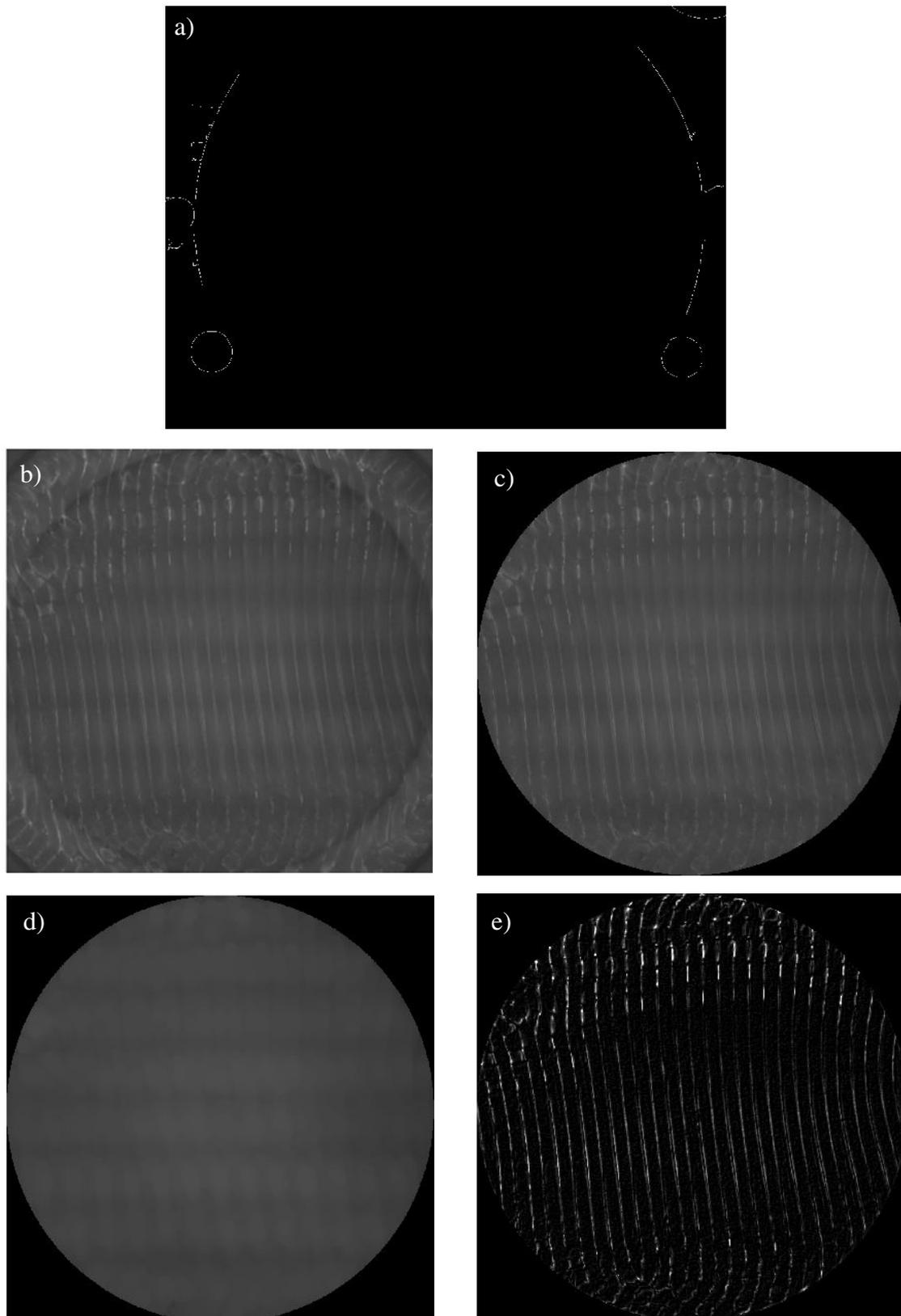


Figura 20. Etapas de simplificación de imágenes.

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

El paso siguiente es poder resaltar las líneas que aparecen en la imagen. Esto se realiza generando una imagen de fondo (background) (Fig. 20-(d)) a través de una operación de apertura; esta se resta de la imagen anterior obteniéndose así la imagen mostrada en la Fig. 20-(e). Si bien el resultado es contrastante, se debe realizar una binarización de la misma para efectuar algún tipo de análisis. Dicha operación se realiza utilizando el método desarrollado por Otsu (1979), arribando al resultado de la Fig. 19 (ver Apéndice).

Como se puede observar la imagen obtenida puede ser fácilmente procesada. Una posibilidad es aplicar la transformada de Hough para determinar las rectas principales y así obtener la distancia entre las mismas. Si bien Matlab no posee una herramienta que realice esta operación, la misma se puede desarrollar utilizando otra transformada que está estrechamente relacionada: la transformada de Radon (ver Apéndice).

La Fig. 21 muestra la transformación Radon de la imagen mostrada en la Fig. 19. Como se puede observar en el rango de 0 a 10° se encuentra una zona de máximos. Esto significa que en ese rango la dirección de integración de esta transformada coincide con las direcciones de las rectas en la imagen.

A partir de esta transformada, se genera un algoritmo que detecta la posición de los máximos y evaluando las diferencias entre éstos se determina la longitud de onda, dada por la diferencia que más se repite.

La herramienta desarrollada, produjo un buen resultado de los datos medidos. En este caso el número de onda obtenido por el programa es 955 m^{-1} en tanto que el medido manualmente es de $934,4 \text{ m}^{-1}$. La diferencia, cercana al 2 %, no es significativa ya que para el ejemplo mostrado, las ondas se encuentran bien definidas y la elección de la medida manual será acertada siempre y cuando se tomen los valores en regiones donde la onda sea paralela. El programa mejora las mediciones en los casos en donde las ondas aparecen circunscriptas a una región del recipiente.

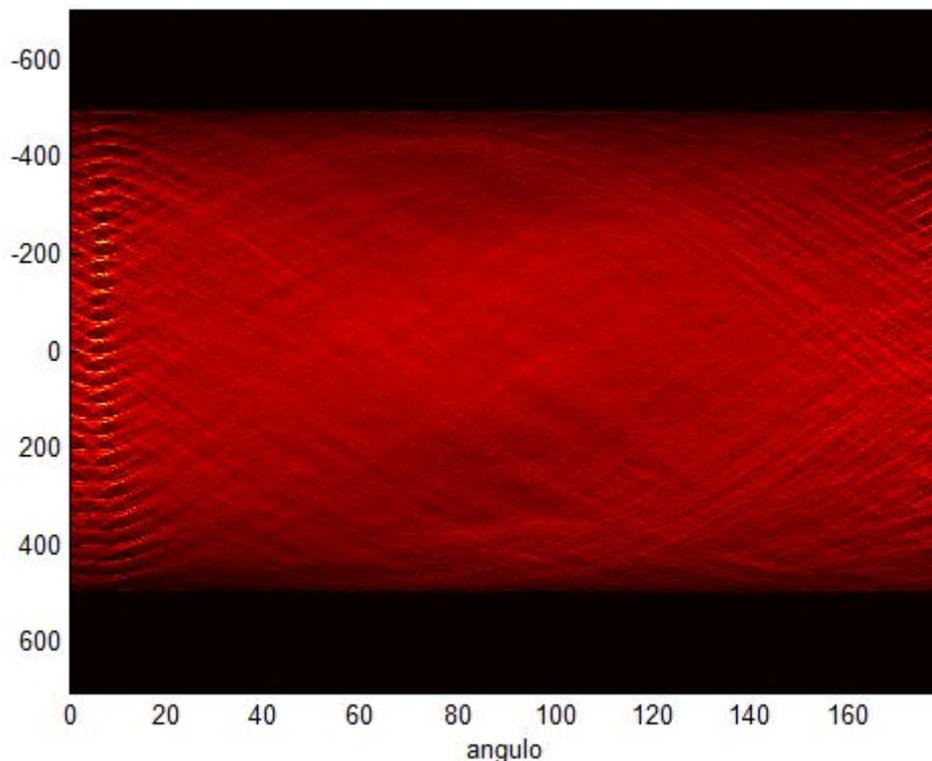


Figura 21. Transformada Radon de la imagen binaria.

En este punto cabe destacar que también se exploraron otras alternativas como por ejemplo la transformada de Fourier, cuyos resultados se muestran en el Apéndice.

Hasta aquí se ha presentado el análisis para ondas paralelas. Pero existen casos para los cuales, al tener una longitud de onda comparable al tamaño del recipiente, se produce un efecto de distorsión de la forma en la onda. Esto sucede especialmente para frecuencias bajas. La Fig. 22 muestra un ejemplo para la formación de ondas a 20 Hz, donde las ondas parecerían adoptar una forma circular.

Para estos casos el procesamiento para obtener la imagen umbralizada es el mismo, pero la aplicación de la transformada Radon no permite obtener información en la imagen que se muestra en la Fig. 23.

En estas imágenes se procede a realizar una transformación circular donde cada píxel en el plano cartesiano es transformado por radio y ángulo. A partir de aquí, se busca la distancia que más se repite.



Figura 22. Deformación de la onda por efecto del recipiente

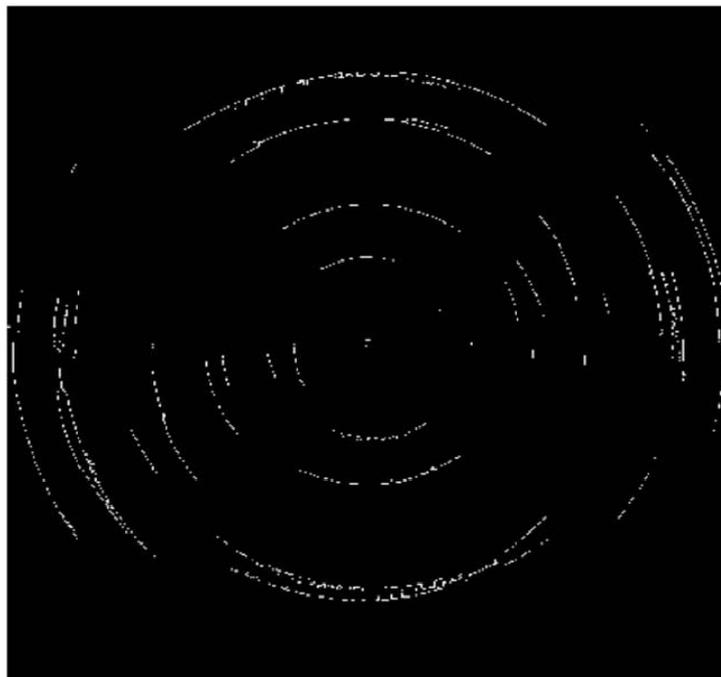


Figura 23. Imagen umbralizada luego de aplicar el procesamiento

3.6.2 ANALISIS DE LA FRECUENCIA DE LA ONDA

Para establecer la frecuencia de las ondas en la superficie, se tomaron videos de 30 cuadros cada uno. La frecuencia de muestreo era el doble y el cuádruple de la frecuencia

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

de excitación. El procedimiento consiste en explorar cuadro a cuadro y encontrar imágenes con igual distribución de intensidad.

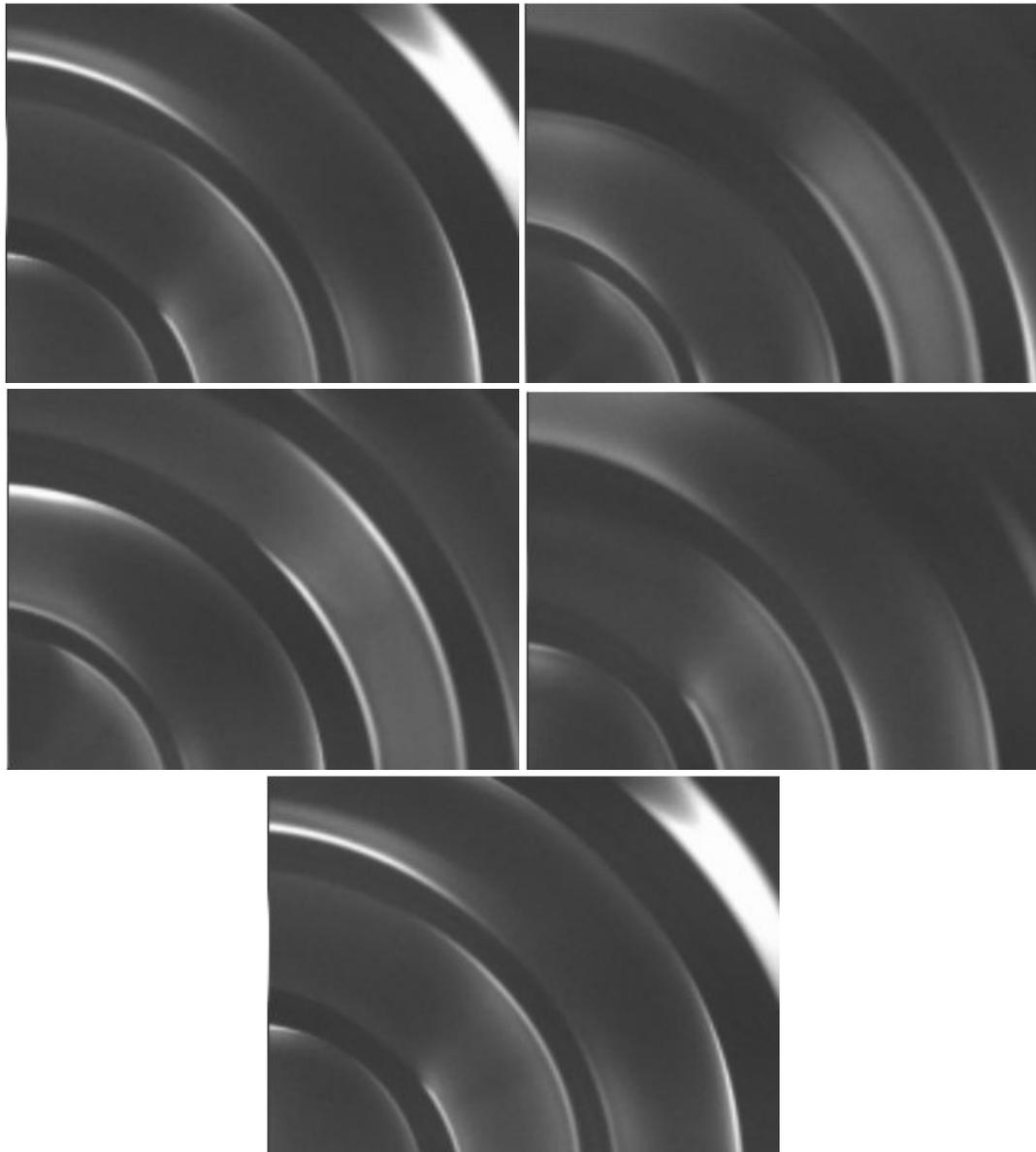


Figura 24. Secuencias de imágenes tomadas a 40 cuadros por segundos para las ondas estacionarias generadas a 20 Hz.

Por ejemplo, en la Fig. 24 se muestra una secuencia de cuadros tomados para una frecuencia de excitación de 20 Hz; la frecuencia de muestreo, es decir el número de cuadros por segundos, es de 40 Hz. Como se observa en la figura en el quinto cuadro se vuelve a repetir la primera imagen. Esto quiere decir que se necesitan cuatro cuadros para volver a la misma cresta (o valle). Como el tiempo entre cuadros es de 25 ms ($1/40$

CAPÍTULO 3 MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTOS DE MEDICIÓN

s), el periodo de la onda es de 100 ms, dando una frecuencia de la onda de 10 Hz. Esto permite afirmar que la onda estacionaria es subarmónica.

El mismo resultado se obtiene si se toman imágenes al cuádruple de la frecuencia de excitación. Para el ejemplo dado, una forzante de 20 Hz y una frecuencia de muestreo de 80 Hz, se necesitan 8 cuadros para volver a tener la imagen inicial, obteniéndose nuevamente una frecuencia igual a la mitad de la forzante. Esta secuencia de imágenes se muestra en la Fig. 25.

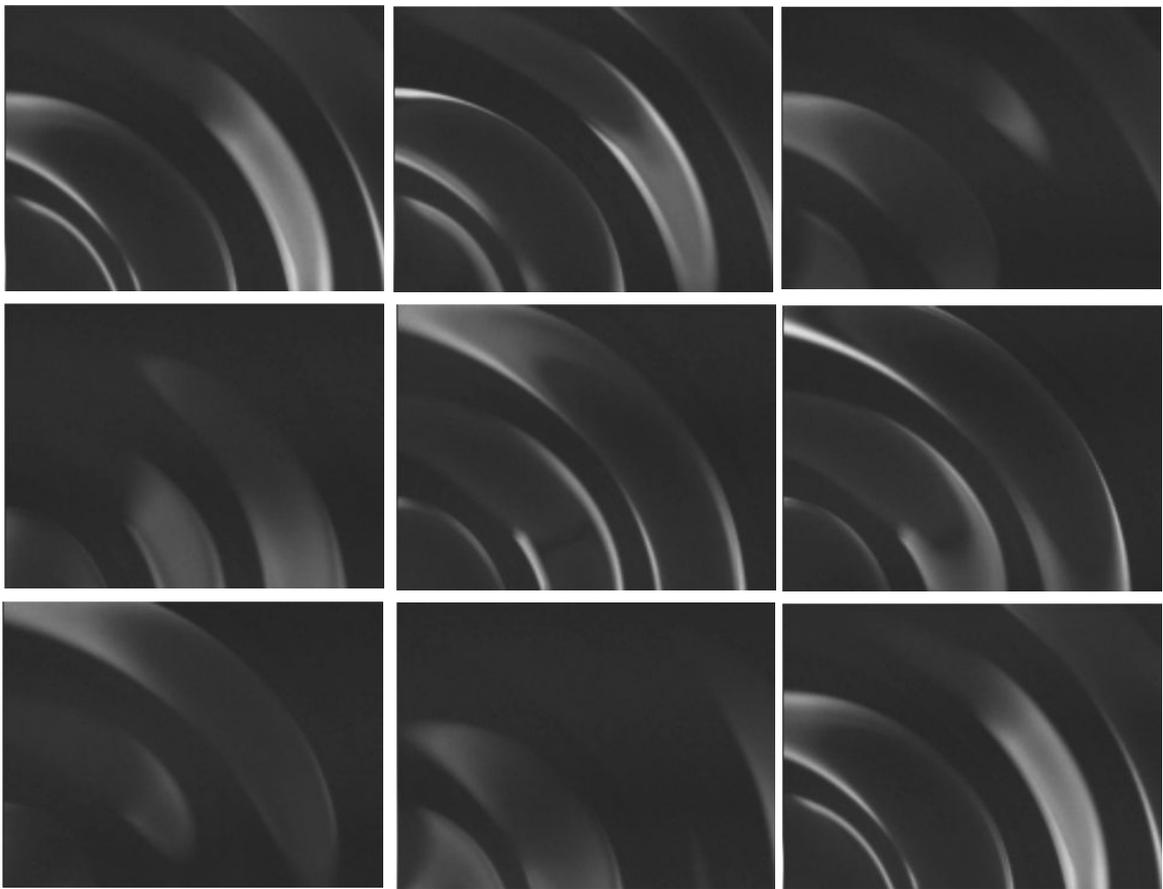


Figura 25. Secuencias de imágenes tomadas a 80 cuadros por segundos para la onda estacionaria generada a 20 Hz

CAPITULO 4 RESULTADOS

4.1 INTRODUCCIÓN

Los modelos teóricos presentados junto con las herramientas desarrolladas en capítulos anteriores, sirven de base para la interpretación y obtención de los resultados experimentales aquí expuestos. En los diferentes ensayos se utilizaron los recipientes diseñados (sección 3.4), empleando aceite de silicona como líquido de prueba. Las propiedades fisicoquímicas de este último se presentan en la sección 2, en tanto que en las secciones 3 y 4, se comparan los valores experimentales con los resultados obtenidos de evaluar el modelo lineal completo y el modelo simplificado presentados en el Capítulo 2.

4.2 PROPIEDADES DEL FLUIDO

El primer paso para poder comparar resultados experimentales con cualquier predicción teórica, es determinar las características fisicoquímicas de los líquidos a utilizar. Las propiedades necesarias para tal identificación son la densidad, la viscosidad (dinámica o cinemática) y la tensión superficial. Con esto presente, se realizaron mediciones de estos parámetros o, en su defecto, se buscó información sobre los valores de los mismos en un rango de temperatura acorde con la situación experimental.

4.2.1 VISCOSIDAD CINEMÁTICA

En las determinaciones experimentales se utilizaron dos aceites de silicona marca SIGMA-ALDRICH fabricado por Dow Corning de viscosidades cinemáticas de 50 cSt y de 100 cSt; la elección de estos líquidos es el resultado de las experiencias descriptas en 3.3. Como consecuencia de la variación en la composición, la viscosidad de ambos PDMS puede presentar una desviación de $\pm 5 \%$ respecto de la especificada por el fabricante. El certificado de análisis adjunto al producto, indica una viscosidad de 49,4 cSt y de 98,7 cSt a 25 °C, respectivamente.

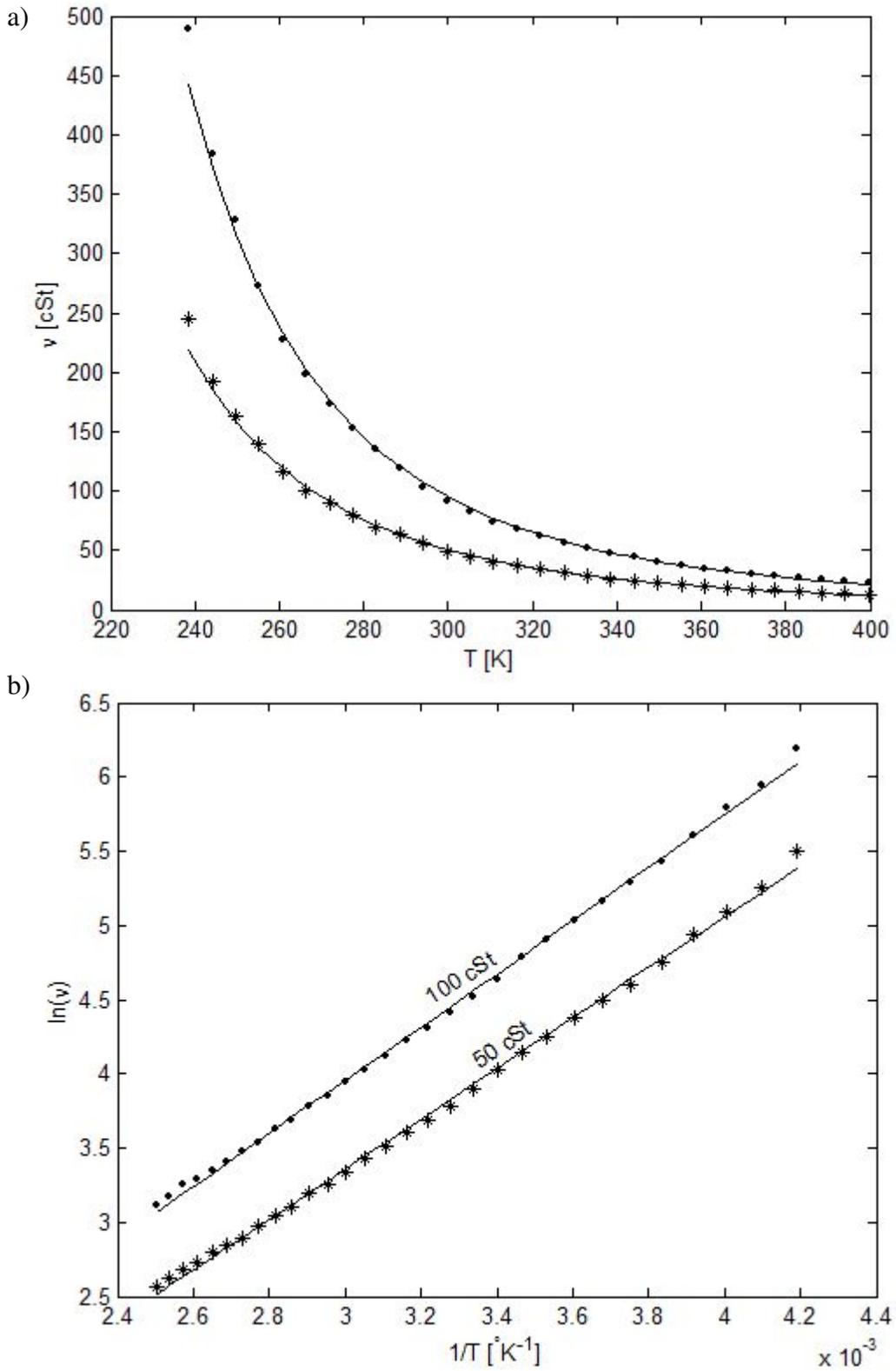


Figura 1. (a) Viscosidad ν en función de la temperatura absoluta. (b) Logaritmo de ν en función de $1/T$.

Como los valores umbrales para la formación de ondas se midieron en general a 21 °C y además la viscosidad es altamente sensible a los cambios de temperatura, es necesario

CAPITULO 4 RESULTADOS

encontrar una expresión que permita determinar el valor de esta última a la temperatura de trabajo. Siguiendo a Nagel (1991), la viscosidad cinemática ajusta con una expresión del tipo Arrhenius; esto es

$$\nu = \nu_0 e^{-E_a/K_B T}$$

donde ν_0 es el factor pre exponencial y se calcula conociendo un valor de viscosidad a una determinada temperatura, T es la temperatura absoluta en K y E_a/K_B representa la pendiente de la recta cuando la ecuación anterior se expresa en forma logarítmica:

$$\ln(\nu) = \ln(\nu_0) + \frac{E_a}{K_B} \frac{1}{T}$$

A partir de los datos suministrados por Dow Corning para los dos aceites utilizados (Fig. 1), fue posible obtener los valores de los parámetros (ν_0) y (E_a/K_B); los mismos se muestran en la tabla 1.

	50 cSt	100cSt
E_a/K_B [K]	1,7015 10 ³	1,7906 10 ³
ν_0[cSt]	0,1637	0,2425

Tabla 1. Valores que ajustan la variación de la viscosidad con la temperatura.

4.2.2 DENSIDAD

La determinación de la densidad se realizó mediante la utilización de un picnómetro en el laboratorio de SECEGRIN, CCT-Santa Fe. Los resultados obtenidos para ambos aceites de silicona se muestran en la tabla 2.

La bibliografía consultada (de Gennes y col., 2004) revela que la densidad no presenta grandes variaciones con la composición del aceite de silicona, es por esto que los resultados no muestran diferencias importantes.

CAPITULO 4 RESULTADOS

Muestras en [cSt]	Determinaciones a 20 °C en [Kg/m ³]
50	963
100	966

Tabla 2. Mediciones de densidad para PDMS de 50 cSt y 100 cSt

El estudio del efecto térmico de este parámetro no se llevó a cabo debido a la imposibilidad de realizar mediciones a distintas temperaturas. Por esta razón se recurrió a los datos proporcionados por fabricantes de PDMS. La Fig. 2 muestra la variación de la densidad con la temperatura para distintos aceites. Como se puede observar, al no haber variación con la composición, las pendientes con que varía la densidad, son similares para cualquier PDMS.

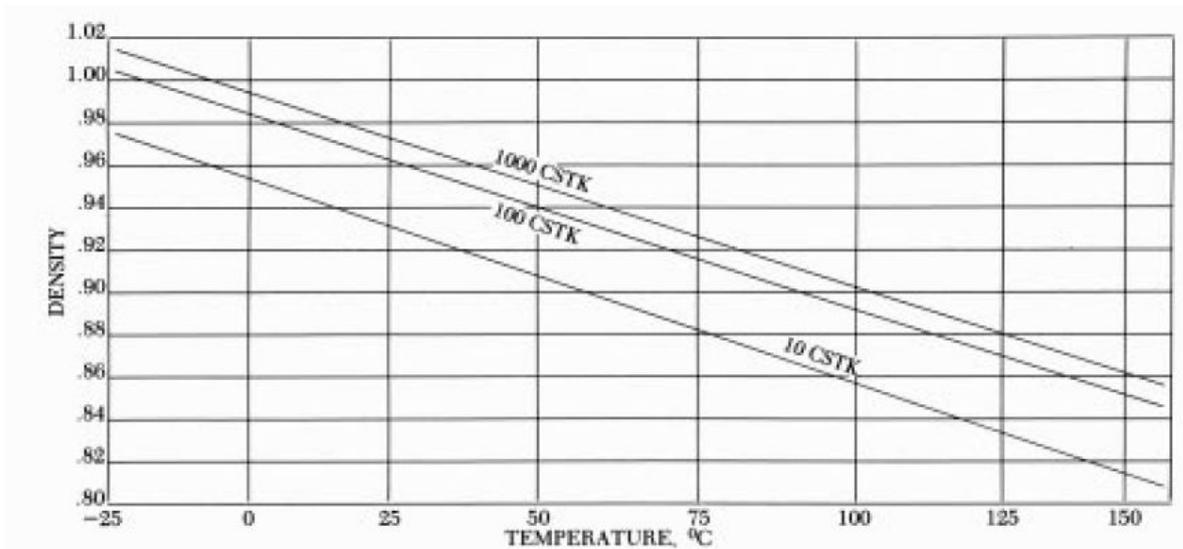


Figura 2. Variación de la densidad de distintos PDMS con la temperatura (UCT, United Chemical Technologies, Inc.).

A partir de lo expuesto, se supone un comportamiento lineal de la densidad con la temperatura, de la forma:

$$\rho = \rho_0 - C_\rho \Delta T$$

donde ρ_0 es la densidad medida experimentalmente a 20° C y C_ρ el coeficiente de variación de la densidad con la temperatura que de acuerdo a la información provista por la Figura 2, es igual a 0,96 Kg/m³/°C.

4.2.3 TENSIÓN SUPERFICIAL

Por último, se determinó la tensión superficial de ambos aceites de silicona utilizando un tensiómetro (Kruss, Modelo K8) que el grupo de Flujo de Fluidos y Dinámica Interfacial de INTEC posee. Este equipo utiliza el método del anillo para la determinación de esta propiedad. Los valores medidos, se muestran en la tabla 3. Estas cantidades están en concordancia con los valores promedios provistos por el fabricante. El aumento de la temperatura produce una disminución de la tensión interfacial; cuando la variación de T no es muy grande, la dependencia de σ con T se puede describir mediante la siguiente expresión:

$$\sigma = \sigma_0 - C_\sigma \Delta T$$

donde σ_0 es la tensión superficial a 20 °C y C_σ es el coeficiente de variación con la temperatura; en este trabajo, este coeficiente se tomó igual a 0.065 mN/m°C (Skarlupka, 1996; de Gennes y col., 2004).

Muestras en [cSt]	Determinaciones a 20 °C en [mN/m]
50	20,8
100	20,8

Tabla 3. Mediciones de tensión superficial para PDMS de 50 cSt y 100 cSt

En la tabla 4 se muestran los valores de tensión interfacial, densidad y viscosidad cinemática a 20°C y 25°C, para los dos PDMS. Es fácil observar que la única propiedad que presenta una variación importante con T es la viscosidad. Las expresiones

CAPITULO 4 RESULTADOS

presentadas en esta sección se usan para ajustar los valores de ρ , σ y ν a la temperatura de las experiencias para determinar así, los valores de aceleración y número de onda teóricos mediante el modelo lineal completo y el modelo simplificado.

	PDMS de 50 cSt		PDMS de 100 cSt	
	20°C	25°C	20°C	25°C
σ [N/m]	20,8	20,5	20,8	20,5
ρ [Kg/m ³]	963	958,2	966	961,2
ν [cSt]	54,5	49,4	109,3	98,7

Tabla 4. Variación de los parámetros fisicoquímicos para 20 °C y 25 °C.

4.3 COMPARACION DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES CON LAS PREDICCIONES DEL MODELO LINEAL

En esta sección se presentan los resultados experimentales comparados con los arrojados por el modelo lineal completo presentado en el Capítulo 2. Primeramente se exponen los resultados para el PDMS de 50 cSt, en los recipientes E y P (ver Capítulo 3), una altura de líquido de 1 cm y para los dos tamaños de diámetro D propuestos.

Seguidamente se presentan los datos obtenidos para el aceite de silicona de 100 cSt y una altura de líquido de 1 cm, ensayado únicamente en el recipiente P con diámetro D igual a 13 cm. Debido a problemas en el funcionamiento del vibrador, no se pudieron realizar experimentos con este aceite en los recipientes restantes.

Por último, se muestran los valores obtenidos para una capa de 2 mm en el recipiente E de mayor diámetro D, usando el PDMS de 50 cSt.

En todos los ensayos se procedió de la siguiente manera. Primero se comenzó nivelando y llenando el recipiente con la capa de líquido deseada, como se describió en el capítulo anterior. El rango de frecuencias estudiado se especifica para cada recipiente, pero en

CAPITULO 4 RESULTADOS

general va de 20 Hz a 70 Hz. La exploración comienza por la menor frecuencia a partir de la situación de superficie plana. En este punto, se aumenta gradualmente la amplitud de la forzante hasta que la inestabilidad aparece en alguna parte de la superficie. Para ello se realizan incrementos utilizando la interface desarrollada en LabVIEW con pasos que permitan una variación en la señal que entrega el acelerómetro, generándose así un cambio en el valor que se muestra en pantalla cuando la misma es digitalizada por la placa de adquisición (Ver Sección 3.5). El aumento se realiza de modo tal de evitar una sobrestimación del umbral; esto es, dando un tiempo de espera de aproximadamente 30 segundos, suficiente para que las ondas se formen en la interfase luego del cambio en el estímulo. Una vez detectado el umbral, se procede a registrar el valor de aceleración observado en la pantalla del programa desarrollado en LabVIEW, y capturar una imagen de la superficie y videos cortos a frecuencias de muestreo igual al doble y al cuádruple de la frecuencia impuesta. Luego, se disminuye la aceleración de excitación para volver a la situación de equilibrio y se repite la determinación del umbral.

Los valores experimentales medidos se muestran en el apéndice B. En las graficas presentadas en esta sección, solo se muestra el promedio de los dos valores de aceleración medidos. En tanto que para el número de onda se elige la imagen en donde el patrón observado se encuentre mejor definido en la imagen, dando como resultado un solo valor de k_c . Las imágenes registradas se almacenaron para luego medir el número de onda y la frecuencia de la inestabilidad.

El tiempo de detección para una frecuencia dada es de aproximadamente 30 minutos; por lo tanto, para barrer el rango completo de frecuencias se necesitan más de 4 horas.

Es importante destacar que Bechhoefer y col. (1995) reportan dos valores de aceleración crítica para cada experimento: uno correspondiente a la mínima amplitud necesaria para formar ondas en alguna parte del recipiente y el otro es la mínima aceleración a la cual las ondas cubren toda la superficie líquida. Si esta diferencia es pequeña, se tiene un

CAPITULO 4 RESULTADOS

parámetro de la calidad del experimento. En este trabajo el valor umbral corresponde al valor mínimo que desestabiliza alguna parte de la superficie, pero también se tomaron valores de aceleración que producen desestabilización en toda la superficie, y permiten evaluar el grado de horizontalidad del experimento.

Los parámetros fisicoquímicos utilizados en las simulaciones, se ajustan con la temperatura experimental. En este punto es bueno destacar que las soluciones correspondientes al modelo lineal cuando la temperatura del sistema cambia en 5°C, son equivalentes a las que se obtienen cuando únicamente se corrige la viscosidad del líquido con la temperatura. Esto reafirma la necesidad de tener un buen ajuste de este parámetro, ya que influye sustancialmente sobre los resultados y a su vez está fuertemente influenciado por la temperatura.

Como se mencionó en el Capítulo 3 no es posible ajustar la temperatura del líquido durante las experiencias, siendo únicamente factible estabilizar la temperatura del laboratorio en un valor determinado, que típicamente fue de 21°C. Durante los experimentos, se registró la temperatura medida por una termocupla localizada cerca del recipiente, junto con los valores de aceleración crítica correspondientes. En general, las variaciones observadas fueron de $\pm 0,3$ °C. Si bien al comienzo de las experiencias el líquido se encuentra a la temperatura indicada por la termocupla, es probable que durante el transcurso del experimento, su temperatura sea mayor como consecuencia, por ejemplo de la disipación viscosa.

La disipación viscosa en la superficie del líquido puede estimarse por medio de la siguiente expresión (Landau y Lifshitz, 1987; Bechhoefer y col., 1995):

$$\frac{dE}{dt} \approx 4^{2/3} \pi \nu \rho a_c^2 L^2 \frac{(\rho/\sigma)^{1/3}}{\omega^{4/3}}$$

Tomando valores típicos para las variables ($\rho = 963 \text{ kg m}^{-3}$; $\sigma = 0,020 \text{ N m}^{-1}$; $\nu = 50$

CAPITULO 4 RESULTADOS

$$cSt; L = 0,10 \text{ m}; a_C = 40 \text{ m s}^{-2}; \omega = 2\pi 50 \text{ s}^{-1}), \frac{dE}{dt} \approx 0,1 \text{ W} .$$

La conductividad térmica del PDMS es aproximadamente igual a $0,1 \text{ W cm}^{-1}\text{K}^{-1}$; por lo tanto, un cálculo simple, indica que la disipación viscosa genera un gradiente normal a la interfase de aproximadamente $1 \text{ }^\circ\text{C/cm}$. El mezclado, producto del movimiento del líquido, debería contribuir a eliminar este gradiente, aumentando la temperatura del líquido.

Teniendo en cuenta la discusión de los párrafos precedentes, las mediciones experimentales se confrontaron con los valores arrojados por los dos modelos evaluados a la temperatura del laboratorio y a una temperatura 3°C más alta. Sin embargo, es importante tener en cuenta que los números de onda evaluados a 21°C y 24°C , por ejemplo, difieren en 1% a 70 Hz y son aproximadamente iguales a 20Hz. En lo que respecta a la aceleración, las diferencias entre los valores teóricos son cercanas al 5% para cualquier valor de la frecuencia. Por lo tanto, las discusiones que se presentan en este capítulo, cuando se comparan las mediciones con las soluciones de la teoría lineal, buscan explicar cuantitativamente las posibles causas de las discrepancias observadas.

Las Fig. 3 y 4 muestran los resultados experimentales obtenidos para el recipiente E, caracterizado por un escalón de 2 mm de ancho y 5 mm de profundidad. Esto significa que la altura de líquido en la parte central del recipiente es de 1 cm y en el borde (región del escalón descendente) es de 1,5 cm. El rango de frecuencias estudiado va de 20 a 70 Hz. La temperatura del laboratorio durante la experiencia tuvo variaciones en un rango comprendido entre $21 \pm 0,3 \text{ }^\circ\text{C}$.

En la Fig. 3 se grafican los valores experimentales y teóricos del número de onda calculados a $21 \text{ }^\circ\text{C}$ y a $24 \text{ }^\circ\text{C}$; el primer valor coincide con la temperatura del laboratorio y el segundo tiene en cuenta el posible calentamiento del líquido durante la experiencia. Además, en los detalles de la figura se muestran los dos tipos de patrones observados.

CAPITULO 4 RESULTADOS

Para frecuencias menores a 35 Hz (ver detalle (a)) el patrón de las ondas está fuertemente influenciado por la forma del recipiente; a partir de este valor, las ondas se reordenan en el contorno del recipiente, como muestra el detalle (b) de esa figura. También se observa que las inestabilidades no se producen en toda la superficie libre, lo cual concuerda con lo observado por Gollub y col. (1996) y Bechhofer y col. (1995).

En principio, se podría suponer que la formación de ondas “aparentemente circulares” para frecuencias menores a 35 Hz, está relacionada con el movimiento del recipiente; esto es, ondas oscilando a la misma frecuencia que la vibración externa. El análisis de la frecuencia de oscilación de estas ondas revela que las mismas son subarmónicas. Probablemente, la mayor longitud de onda λ que tienen los rollos para estos valores de frecuencia sea la causa del patrón observado. El cálculo de λ , revela un valor de 1,95 cm a 20 Hz, lo cual produciría la formación de 5 ondas en los 10 cm; es decir igual a la mitad del elegido como mínimo al momento de diseñar los recipientes. Para 35 Hz, en cambio, el valor de λ es de aproximadamente 1 cm. La influencia del recipiente sobre el patrón estaría avalada por el hecho que las ondas más largas se sitúan cerca del borde y las más cortas cerca del centro y que en ningún caso son efectivamente circulares.

Es fácil observar que los valores de k_c medidos son muy similares a los calculados con la teoría lineal. En efecto, la diferencia entre los valores experimentales y los predichos tanto a 21°C como a 24°C, no superan el 2,5% en todo el rango de frecuencias analizado. Los valores de aceleración umbral experimentales se comparan con los predichos con la teoría lineal calculados a 21 °C y a 24 °C en la Fig. 4. Como se observa, los datos medidos se encuentran por encima de la curva teórica calculada a la temperatura del laboratorio (color negro) hasta 40 Hz, en donde comienzan a ubicarse por debajo. Este resultado se refleja también en el cálculo de la diferencia porcentual que comienza a disminuir a partir de 10,7% a 20 Hz, llegando a un mínimo en 35 Hz de

CAPITULO 4 RESULTADOS

2,2 % y volviendo a aumentar hasta 6,6 % en 70 Hz. El mismo tipo de comportamiento fue reportado por Bechhoefer y col. quienes observaron que a frecuencias bajas, los valores están levemente por encima del valor teórico mientras que a altas frecuencias, se encuentran por debajo. Estos autores argumentan que la diferencia mencionada en primer lugar se debe al efecto de las paredes laterales sobre la formación de las ondas; esta hipótesis estaría avalada en este caso, por la influencia que tiene el recipiente sobre el patrón de las ondas.

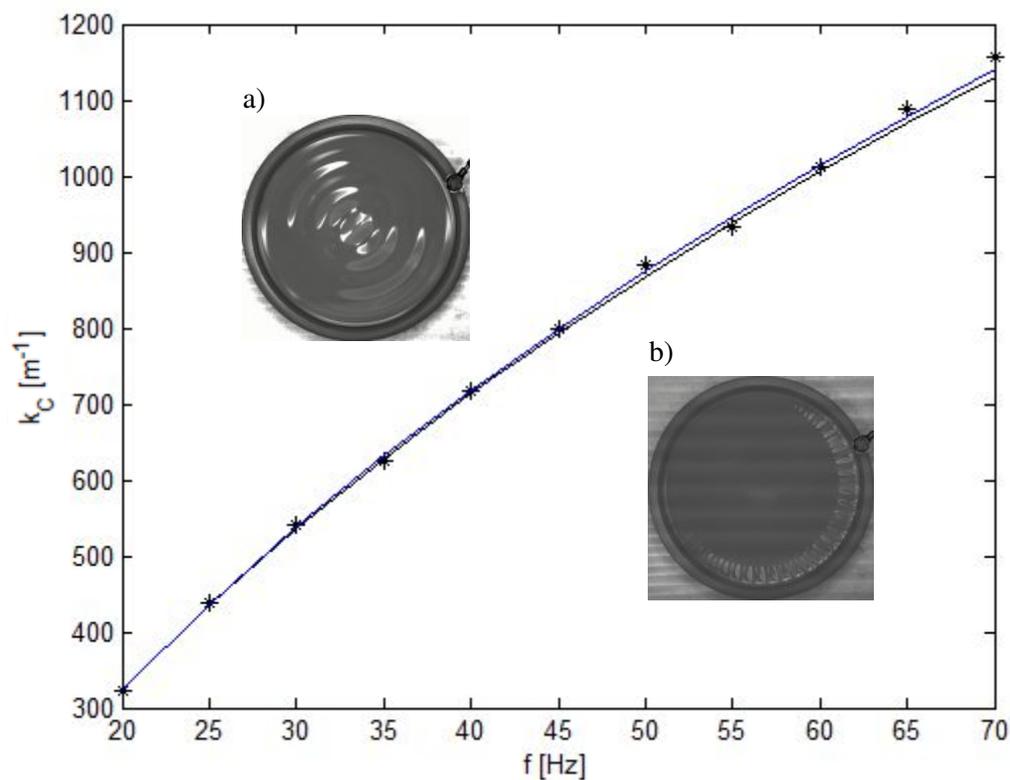


Figura 3. Números de ondas experimentales (asteriscos) comparados con la teoría lineal a 21 °C y a 24 °C (curva continua negra y azul, respectivamente) para PDMS de 50 cSt en recipiente E de 10,4 cm de diámetro (tamaño del escalón: 2mm de ancho y 5 mm de profundidad) en función de la frecuencia. Patrones de ondas: (a) frecuencias menores a 35 Hz y (b) frecuencias mayores o iguales a ese valor.

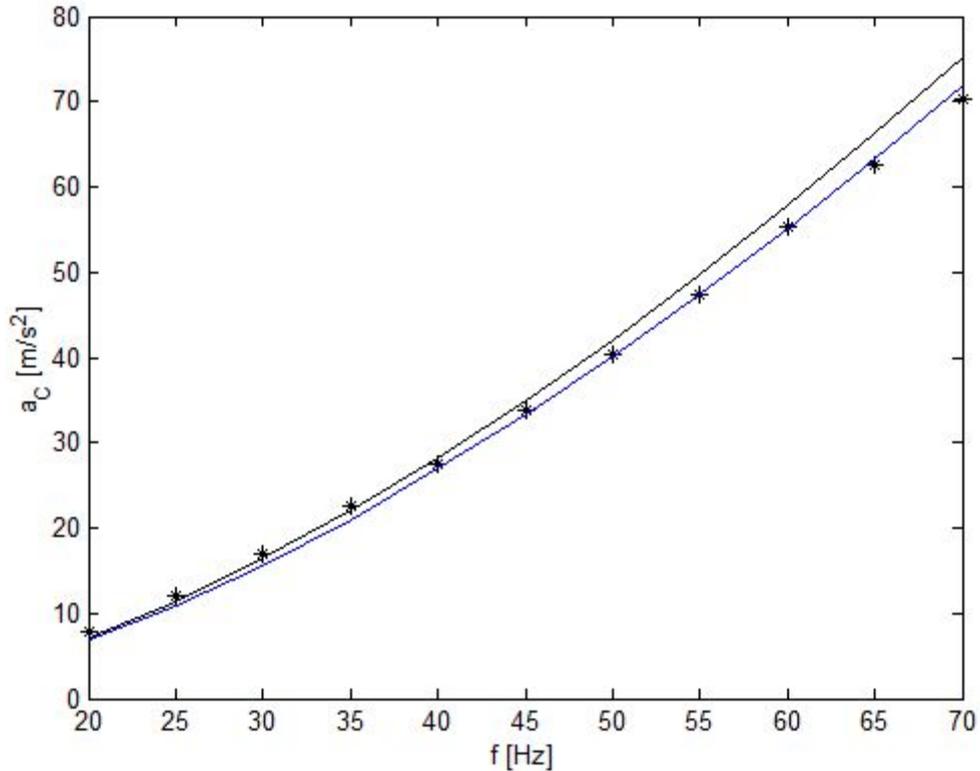


Figura 4. Aceleraciones umbrales experimentales (asteriscos) comparadas con la teoría lineal a 21°C y 24°C (curva continua negra y azul, respectivamente) para PDMS de 50 cSt en recipiente E de 10,4 cm de diámetro (tamaño del escalón: 2mm de ancho y 5 mm de profundidad).

Las desviaciones entre las mediciones y los valores calculados a 21°C, podrían atribuirse a un aumento en la temperatura del líquido y, en consecuencia a una disminución de la viscosidad. Esta presunción toma mayor fuerza si se compara los resultados medidos con los calculados a 24°C (curva azul Fig. 4).

En efecto, analizando las diferencias porcentuales se tiene un máximo a 20 Hz de 16,5 %, disminuyendo monótonicamente hasta 50 Hz (0,3%) y volviendo a aumentar hasta 2,2% en 70 Hz. Los resultados experimentales para los números de onda obtenidos en el recipiente P con una playa de 2 mm, se grafican en la Fig. 5. Para este caso la altura de líquido en la parte central es de 1 cm, en tanto que en el borde es de 2 mm. Tener tal profundidad en el borde, permite una variación abrupta en las condiciones del sistema, impidiendo que se formen ondas en la región de menor profundidad.

CAPITULO 4 RESULTADOS

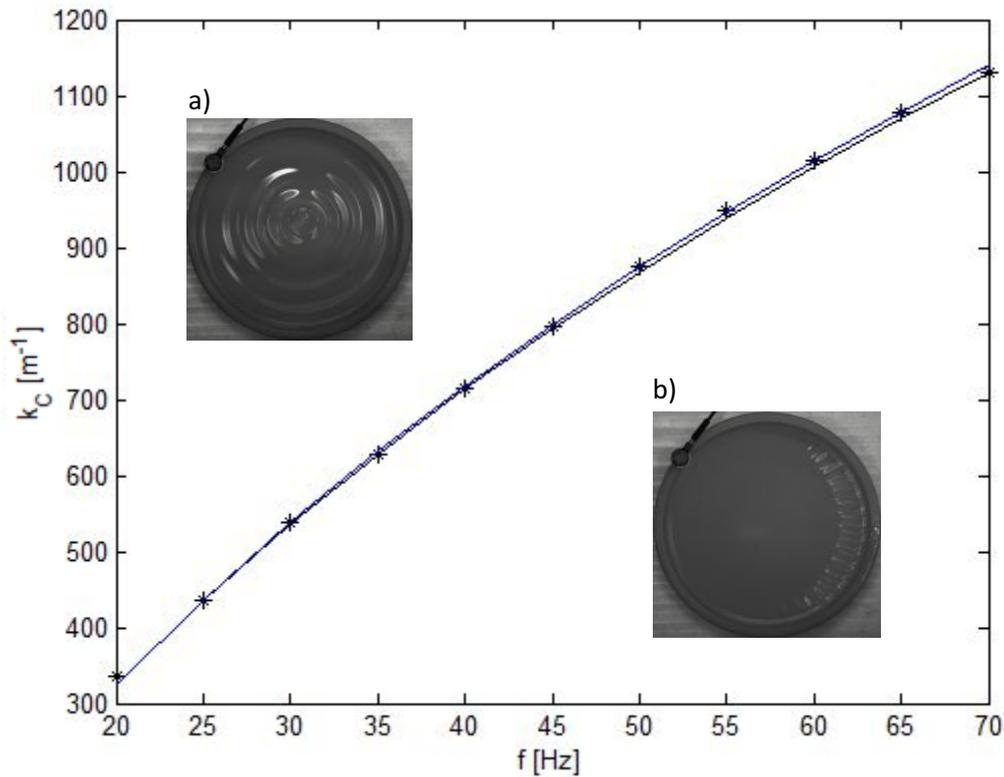


Figura 5. Números de ondas experimentales (asteriscos) comparados con la teoría lineal (curva continua negra a $21^\circ C$ y azul a $24^\circ C$) para el PDMS de 50 cSt utilizando recipiente P de 10,4 cm de diámetro (tamaño de la playa: 2mm de ancho). Patrones de ondas: (a) frecuencias menores a 40 Hz y (b) frecuencias mayores o iguales a ese valor.

El rango de frecuencia estudiado va de 20 a 70 Hz, la temperatura del laboratorio fue de $21^\circ C$ y también se observaron dos patrones de onda (ver detalle en la Fig. 5), ocurriendo la transición entre ambos a 40 Hz. La Fig. 5 muestra que el número de onda experimental y los valores arrojados por la teoría lineal a $21^\circ C$ y $24^\circ C$ son muy similares. En efecto, en ambos casos la mayor diferencia se encuentra a 20 Hz (aproximadamente un 3%) y se mantiene próxima al 1% para el resto del intervalo.

Los valores teóricos de aceleración, contemplando una variación de temperatura de $3^\circ C$, junto con los valores umbrales experimentales se muestran en la Fig. 6. También en este caso se observa que las aceleraciones medidas se aproximan a las calculadas a la mayor temperatura a medida que la frecuencia aumenta, mientras que a bajas frecuencias las mediciones se encuentran levemente por encima de la curva teórica.

CAPITULO 4 RESULTADOS

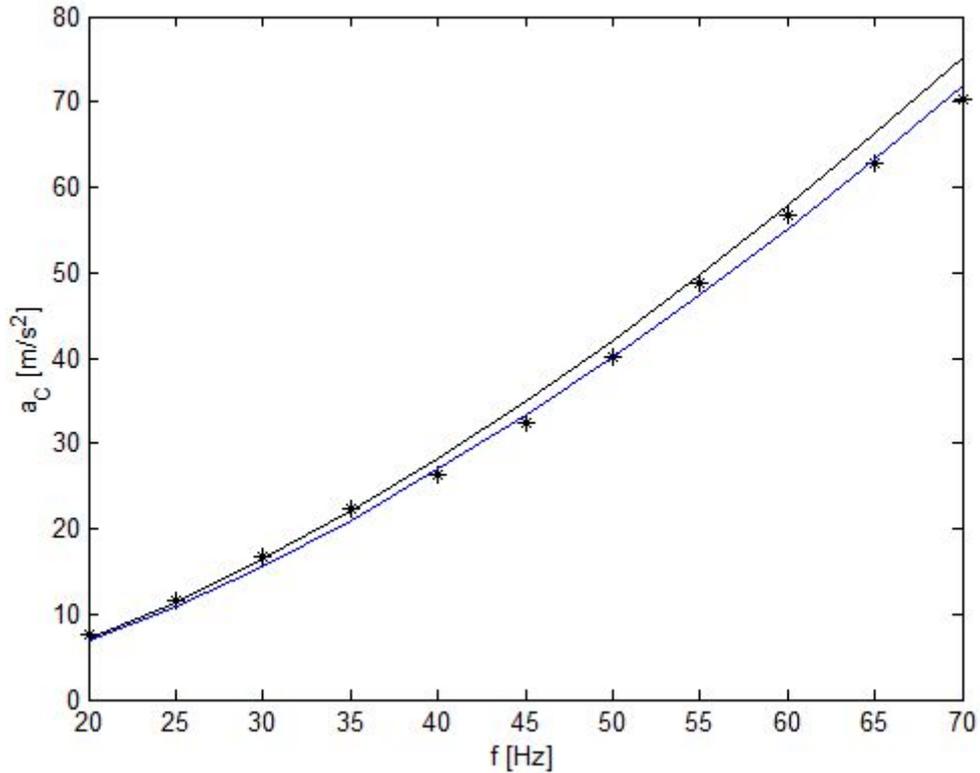


Figura 6. Aceleraciones umbrales experimentales (asteriscos) comparadas con la teoría lineal calculados a 21 °C y 24 °C (curva continua negra y azul, respectivamente) para PDMS de 50 cSt en recipiente P con playa constante de 2 mm en función de la frecuencia.

Los resultados hasta aquí presentados indican que en los dos tipos de recipiente ensayados (con pozo y con playa) los resultados son muy similares, tanto en lo que se refiere a los patrones observados como a las diferencias cuali y cuantitativas que existen entre los números de onda y aceleraciones medidos y predichos por el modelo.

Las experiencias que se describen a continuación buscan analizar la influencia del tamaño de la zona lateral (pozo o playa) sobre la formación de las ondas. El ancho en el contorno es ahora de 1,5 cm y la region central sigue teniendo un diametro de 10 cm, lo cual hace un diámetro total del contenedor de 13 cm. El primer recipiente analizado es el E.

Al cambiar de recipiente aumenta la masa del mismo junto con la cantidad de liquido, reduciéndose el rango de frecuencias que es posible analizar (de 20 a 60 Hz). La

CAPITULO 4 RESULTADOS

limitación está dada por la fuerza que genera el vibrador, no pudiendo desestabilizar la superficie a frecuencias mayores de 60 Hz. La Fig. 7 compara los números de onda experimentales y teóricos a la temperatura del laboratorio (curva negra) y a una temperatura 3°C mayor (curva azul). Aquí también se observa un cambio en el patrón de las ondas, para frecuencias menores a 35 Hz. Cabe destacar que para frecuencias mayores, las ondas se forman en el borde del liquido donde la profundidad es mayor (1,5 cm).

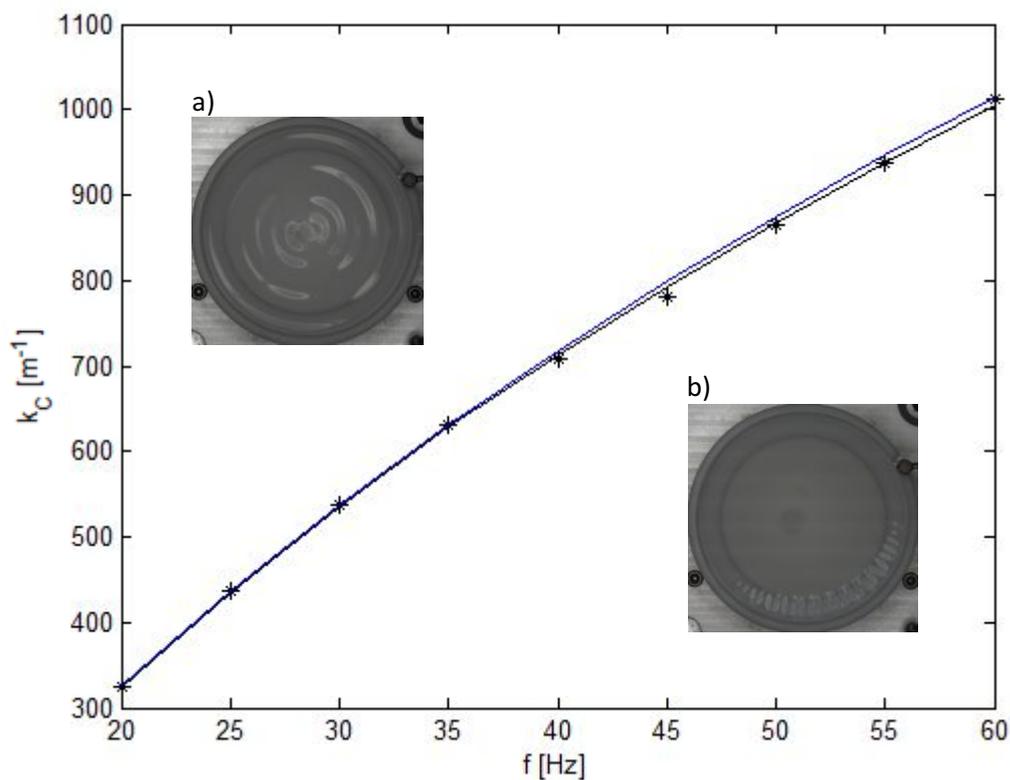


Figura 7. Números de ondas experimentales (asteriscos) comparados con la teoría lineal (curva continua) para PDMS de 50 cSt en el recipiente con borde de escalón descendente de 13 cm de diámetro (tamaño del escalón: 1,5 cm de ancho y 5 mm de profundidad) para distintas frecuencias. Patrones de ondas: (a) frecuencias menores a 35 Hz, (b) frecuencias mayores o iguales a ese valor.

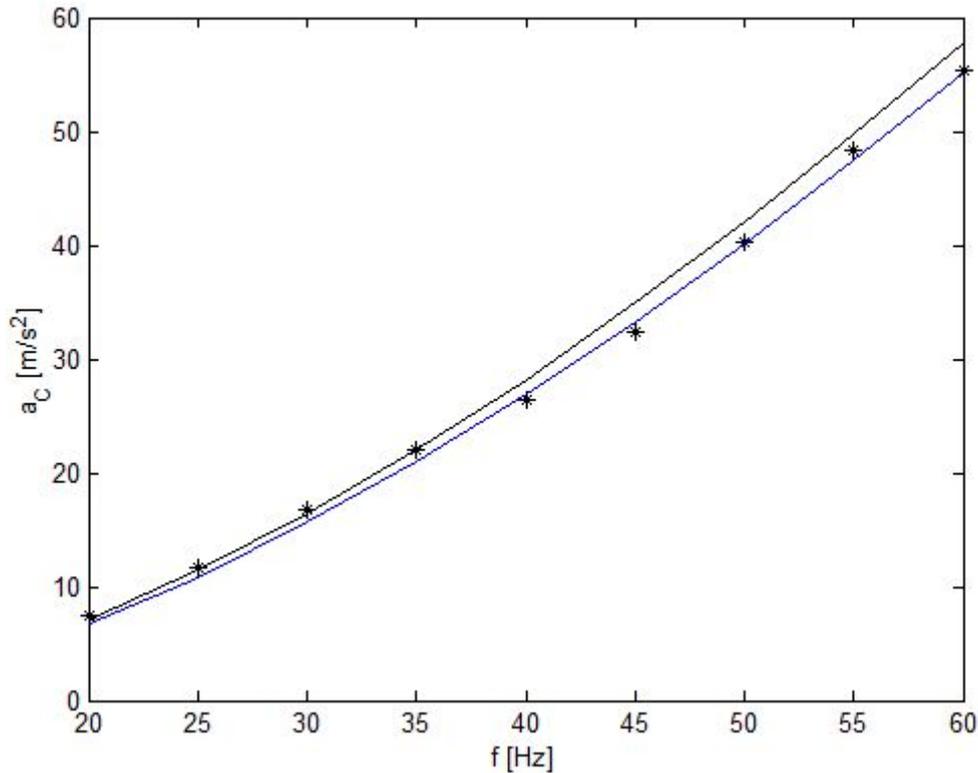


Figura 8. Aceleraciones umbrales experimentales (asteriscos) comparadas con la teoría lineal a 21 °C y 24 °C (curva continua negra y azul, respectivamente) para el PDMS de 50 cSt utilizando el recipiente E de 13 cm de diámetro (tamaño del escalón: 1,5 cm de ancho y 5 mm de profundidad) en función de la frecuencia.

Debido a que la longitud de onda crítica a 20 Hz es cercana a los 2 cm y prácticamente no varía para alturas de la capa líquida entre 10 y 15 mm, resulta razonable que a bajas frecuencias las ondas estén influenciadas por la forma del recipiente; más aún si consideramos que el diámetro no ha cambiado sustancialmente respecto de las experiencias reportadas en las Fig. 3 y 4. Es fácil observar que también en este caso, las predicciones teóricas están en buen acuerdo con los números de onda experimentales. Para ambas temperaturas, la mayor diferencia se detecta a 45 Hz y es próximo al 2 %.

Los resultados de las aceleraciones umbrales para este recipiente se muestran en la Fig. 8; como es fácil observar, los valores experimentales presentan un comportamiento muy parecido al ilustrado en la Fig. 4, para un recipiente similar pero con un pozo más pequeño. En efecto, las mediciones están levemente por encima de la curva teórica

CAPITULO 4 RESULTADOS

correspondiente a 21 °C, cuando la frecuencia es menor a 40 Hz y se aproximan a las aceleraciones calculadas a 24°C, para frecuencias mayores. No obstante esta similitud, el cálculo de las diferencias muestra para este caso, una leve mejora entre mediciones y predicciones.

Para completar el análisis de los cuatro recipientes utilizando la misma altura y viscosidad de líquido, se presentan los resultados del recipiente P con playa constante de 1,5 cm de ancho.

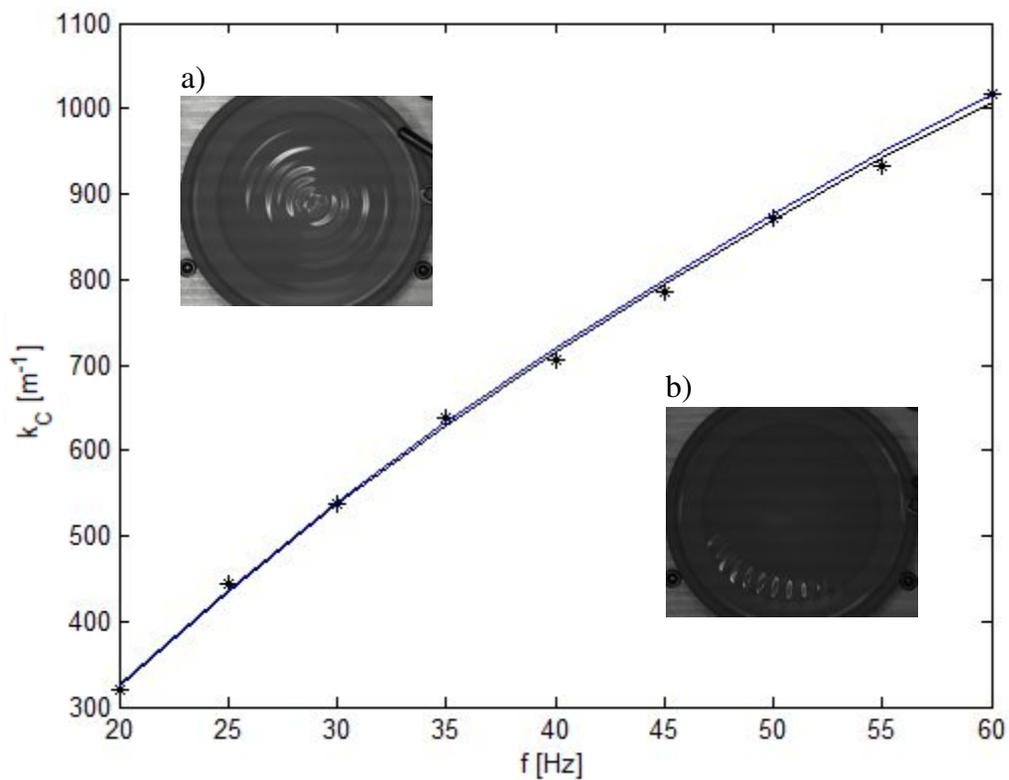


Figura 9. Números de ondas experimentales (asteriscos) comparados con la teoría lineal (curva continua negra a 21°C y azul a 24 °C) para el PDMS de 50 cSt utilizando el recipiente de 13 cm de diámetro con playa constante de 1,5 cm. Patrones de ondas:

(a) frecuencias menores a 40 Hz, (b) frecuencias mayores o iguales a ese valor.

Al igual que en el caso anterior, el rango de frecuencia analizado va de 20 a 60 Hz. La principal característica de este recipiente es la extensión de la zona playa; si se tiene en cuenta que se requiere una fuerza considerablemente mayor para excitar una capa

CAPITULO 4 RESULTADOS

líquida de 2 mm que una de 10 mm, resulta razonable suponer que las ondas se formarán en la zona central mientras que en la región menos profunda, el movimiento del líquido será prácticamente nulo. Las fotos de los patrones de onda típicos mostrados en la Fig. 9 indican que efectivamente es así, sobre todo cuando se consideran las ondas formadas a frecuencias mayores a 40 Hz.

Los números de onda medidos muestran un muy buen acuerdo con los predichos con la teoría lineal, tanto a la temperatura del laboratorio (22°C) como a una temperatura mayor. En ambos casos, las diferencias no superan el 2%.

Los valores de aceleración para este recipiente se muestran en la Fig. 10. La diferencia más notable con las mediciones reportadas previamente (Figs. 4, 6 y 8) es que en éste caso, las aceleraciones experimentales muestran un muy buen ajuste con las predicciones hechas a la temperatura del laboratorio, tanto para las frecuencias más bajas como para las más altas. No obstante, las diferencias entre las aceleraciones medidas y las calculadas están dentro de los mismos valores que en los ensayos previos.

Los resultados hasta aquí presentados, muestran que los cuatro recipientes ensayados son adecuados para determinar las condiciones críticas del fenómeno de Faraday, cuando el fluido es PDMS de 50 cSt, la capa líquida tiene un espesor de 1 cm y la frecuencia externa se encuentra entre 20 y 70 Hz. Las conclusiones más importantes son las siguientes:

- a) Se observan dos patrones de ondas que están asociados con la frecuencia. A bajos valores de la misma, las ondas tienen aspecto circular y se extienden en gran parte de la superficie líquida, mientras que a frecuencias mayores, las ondas se localizan cerca y perpendiculares al borde del recipiente. El cambio en el patrón ocurre a 35 Hz en los recipientes denominados E y a 40 Hz, en los designados P.

CAPITULO 4 RESULTADOS

- b) A bajas frecuencias, las aceleraciones medidas son levemente superiores a las predichas a la temperatura del laboratorio, en concordancia con los resultados reportados previamente por Becchoeffler y col.
- c) En todos los casos, excepto para el recipiente con una playa de 1,5 cm de ancho, las aceleraciones experimentales se aproximan a las predichas con el modelo teórico a una temperatura 3°C mayor que la temperatura del laboratorio a medida que la frecuencia de la forzante aumenta. Esto podría deberse a un aumento de la temperatura del líquido, producto de la disipación viscosa.
- d) La extensión de la zona ocupada por la playa o el escalón no produjo cambios significativos en los resultados experimentales.

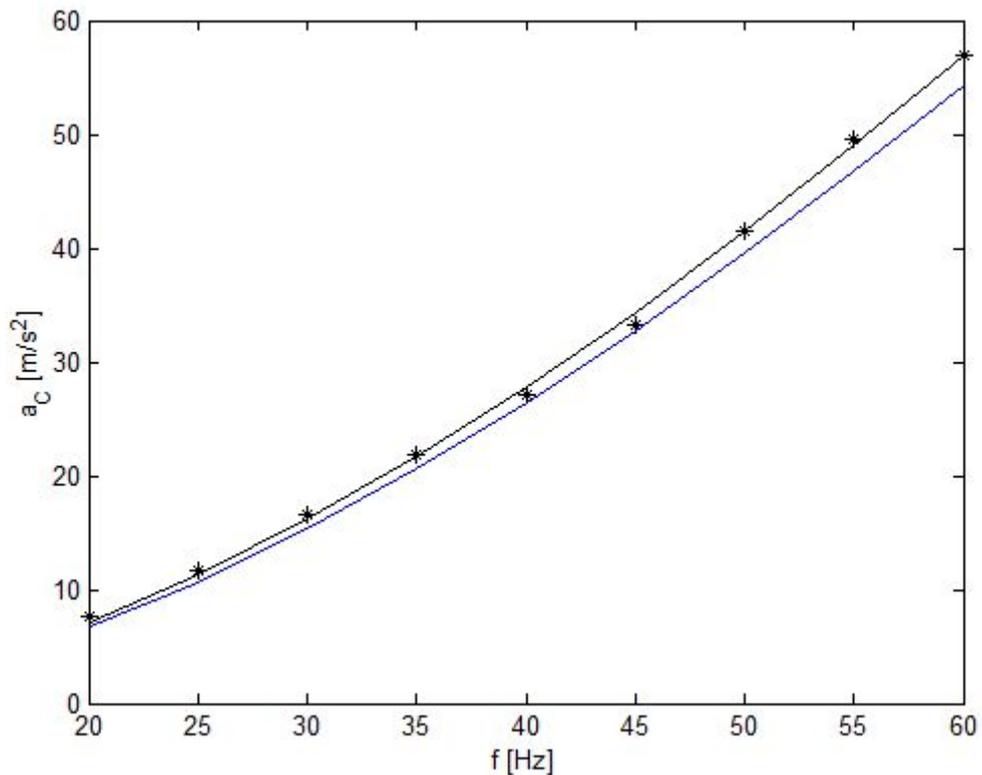


Figura 10. Aceleraciones umbrales experimentales (asteriscos) comparadas con la teoría lineal (curva continua negra a 22 °C y azul a 25°C) para el PDMS de 50 cSt usando el recipiente P de 13 cm de diámetro (ancho de playa de 1,5 cm) en función de la frecuencia.

f [Hz]	a_{min} [m/s²]	a_{max}[m/s²]	$(a_{max}-a_{min})/a_{max}$ 100
20	7,61	7,80	2,4
25	11,60	11,82	1,9
30	16,50	16,64	0,8
35	21,90	22,81	4,0
40	27,03	28,43	4,9
45	33,28	34,73	4,2
50	41,49	42,16	1,6
55	49,61	50,46	1,7
60	56,86	60,60	6,2

Tabla 5. Valores de aceleración umbrales que desestabilizan parte o toda la superficie.

Como se mencionó al comienzo de esta sección, la diferencia entre los umbrales mínimos que desestabilizan parte o toda la superficie, es una medida de la calidad del experimento. En la tabla 5 se reportan la mínima aceleración que produce ondas en alguna parte de la superficie (a_{min}), la aceleración necesaria para que las ondas se extiendan a toda la superficie del líquido (a_{max}) y las diferencias porcentuales entre ambas, en función de la frecuencia externa. Los valores corresponden a una experiencia, pero son representativos de la serie discutida en los párrafos anteriores. Como puede observarse, salvo para 60 Hz, las diferencias son menores al 4,3 %. Este valor es semejante al reportado por Becchoeffe y col. (1995) en sus experimentos.

Para finalizar esta sección, se reportan los experimentos realizados con el aceite de silicona de 100 cSt y una capa líquida de 1 cm de espesor, y con el PDMS de 50 cSt cuando la altura del líquido es igual a 2 mm.

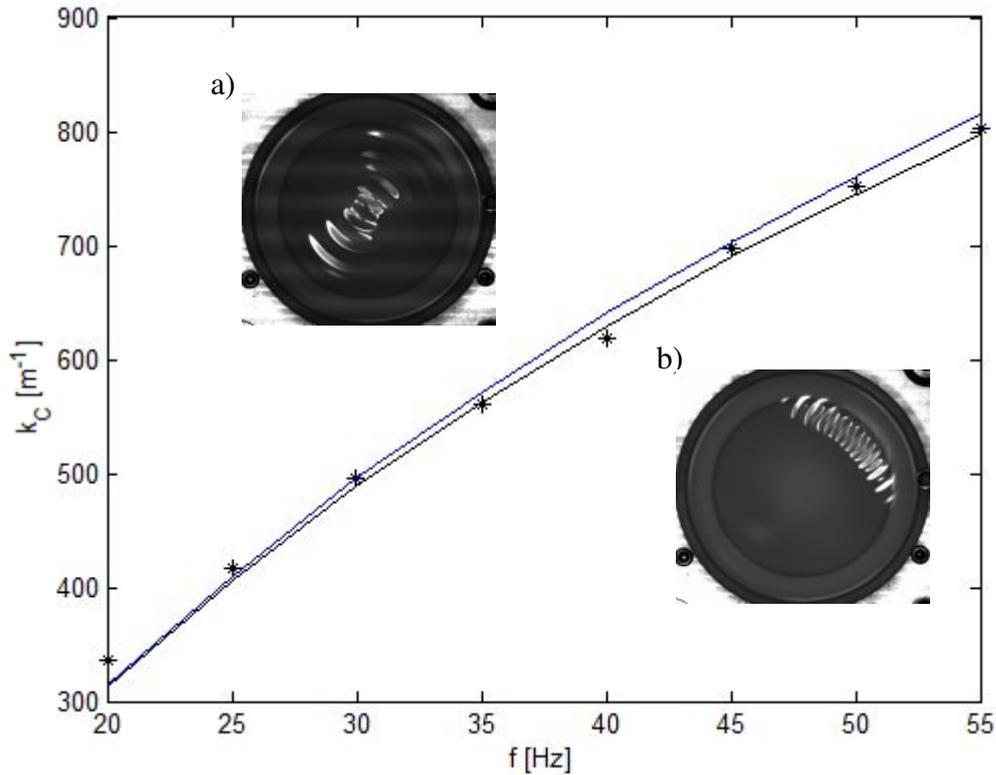


Figura 11. Números de ondas experimentales (asteriscos) comparados con la teoría lineal calculado a $21^\circ C$ (curva negra) y a $24^\circ C$ (curva azul) para el PDMS de 100 cSt utilizando el recipiente de 13 cm de diámetro con playa constante de 1,5 cm de ancho. Patrones de ondas: (a) frecuencias menores a 35 Hz, (b) frecuencias mayores o iguales a ese valor.

Para el PDMS más viscoso, las experiencias se realizaron en el recipiente P con una playa de 1,5 cm de ancho; la altura del líquido en la zona central es 1 cm y el rango de frecuencias estudiado va de 20 a 55 Hz. Los valores medidos y las soluciones del modelo lineal para $21^\circ C$ (la temperatura del laboratorio) y $24^\circ C$ se ilustran en las Figs. 11 y 12. Como puede observarse existe buena concordancia entre los experimentos y las predicciones tanto en lo que se refiere al número de onda como a la aceleración. En efecto, la máxima diferencia entre los valores medidos y calculados de k_C es del 7% a 20 Hz y disminuye a medida que aumenta la frecuencia hasta el 1% a 55 Hz. En lo que respecta a las aceleraciones, la diferencia es menor o igual al 3,5 %.

También en este caso se observan los dos tipos de patrones descritos, produciéndose la transición a 35 Hz.

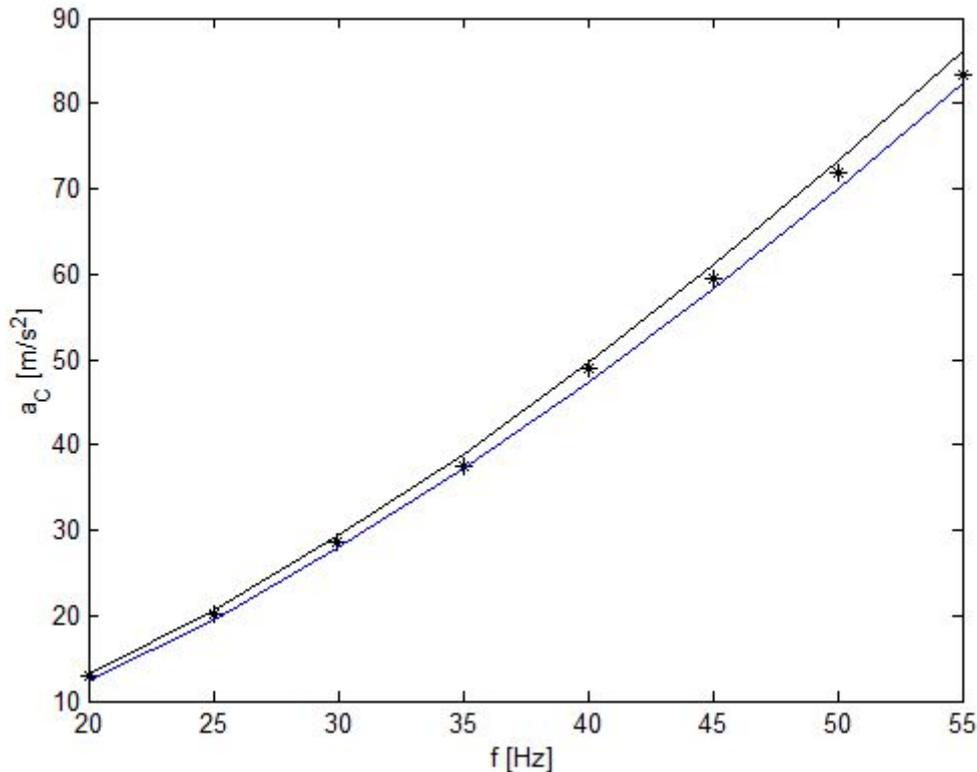


Figura 12. a) Aceleraciones umbrales experimentales (asteriscos) comparadas con la teoría lineal (curva continua) utilizando el PDMS de 100 cSt en el recipiente de 13 cm de diámetro con playa constante de 1,5 cm de ancho en función de la frecuencia.

Finalmente, si se comparan estos resultados con los reportados en las Figs. 9 y 10 para el PDMS de 50 cSt, es fácil verificar que al aumentar la viscosidad el número de onda disminuye y la fuerza necesaria para desestabilizar la interfase aumenta.

Si bien el análisis de la influencia de la altura de líquido fue uno de los objetivos iniciales, este no pudo cumplirse plenamente debido a problemas en el funcionamiento del vibrador. Las únicas experiencias realizadas con una capa líquida de 2 mm corresponden al recipiente E con escalón descendente de 2 mm de profundidad y 1,5 cm de ancho; el PDMS utilizado fue el de 50 cSt. En esta configuración se tiene una altura de líquido de 4 mm en el borde del recipiente.

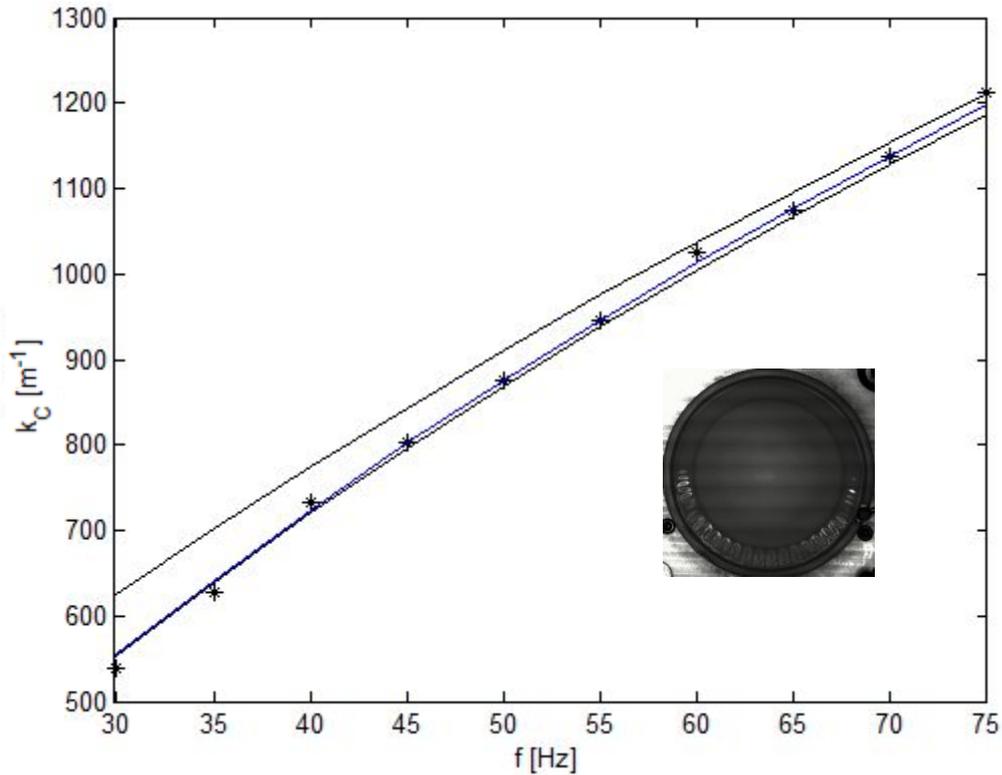


Figura 13. Números de ondas experimentales (asteriscos) comparados con la teoría lineal para 2 mm y 4 mm (curvas continuas negras superior e inferior, respectivamente) y para un salto de 3 °C calculados a 4 mm (curva azul) utilizando el PDMS de 50 cSt en el recipiente de 13 cm de diámetro con escalón descendente de 2 mm de profundidad y 1,5 cm de ancho. Detalle: patrón de las ondas.

Todos las experiencias realizadas indican que las ondas se forman siempre en la periferia (ver detalle en Figura 13), es decir, en la zona más profunda del recipiente. Esto es razonable, si se tiene en cuenta que se requieren menores aceleraciones para desestabilizar una capa líquida cuyo movimiento no está afectado por la superficie sólida. En la Fig. 13 se muestran los números de onda medidos junto con los calculados con la teoría lineal a 20 °C (la temperatura del laboratorio) y para dos capas líquidas: una de 2 mm y otra de 4 mm. Como se puede observar, los datos obtenidos coinciden razonablemente bien con los calculados para la capa de 4 mm: las diferencias no superan el 2,5 % en todo el rango de frecuencias analizado. Un resultado muy similar se obtiene cuando la comparación se hace con los valores calculados a 23°C (curva azul).

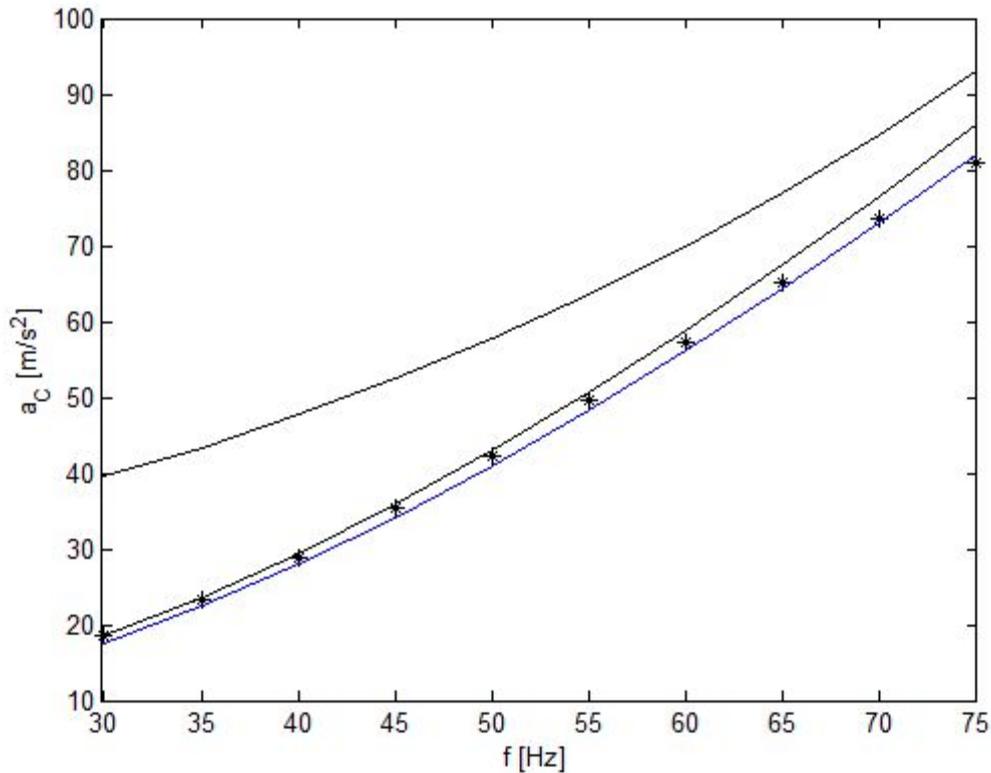


Figura 14. Aceleraciones umbrales experimentales (asteriscos) comparadas con la teoría lineal para 2mm y 4 mm (curvas continuas negras superior e inferior) y para un salto de 3 °C calculados a 4 mm (curva azul) utilizando el PDMS de 50 cSt en recipiente de 13 cm de diámetro escalón descendente de 2 mm de profundidad.

La Fig. 14 muestra las aceleraciones medidas y los valores teóricos correspondientes a las dos alturas de líquido (2 y 4 mm). Como es esperable, los datos experimentales están en concordancia con los calculados para el mayor espesor de líquido. A 20°C, la diferencia entre las aceleraciones medidas y calculadas es mínima a 30 Hz (0,1%) y máxima a 75 Hz (6%). Si los valores experimentales se comparan con los teóricos calculados para una capa líquida de 4 mm que se encuentra a 23°C (curva azul), la diferencia es máxima a 20 Hz (5,5%) y disminuye con la frecuencia hasta 1,4% a 75 Hz. Esto podría sugerir que la temperatura del líquido aumentó durante la experiencia.

Las soluciones del modelo lineal completo revelan que para las propiedades fisicoquímicas del PDMS ensayado, la influencia de la pared inferior es despreciable

CAPITULO 4 RESULTADOS

cuando la capa líquida tiene un espesor mayor al indicado en la tabla 6, donde se presentan los valores de H_0 máximo para tres valores de frecuencia: la mínima y la máxima usada en los experimentos y una intermedia.

F [Hz]	$H_{0 \max}$ [mm]
30	6
50	4
75	2

Tabla 6. Máximos valores de espesor de la capa líquida que está influenciada por la capa límite del fondo del recipiente.

A partir de los datos de la tabla, es fácil concluir que en el rango inferior de frecuencias analizadas, el fondo del recipiente influye sobre la aceleración y el número de onda críticos. Esto junto con el buen acuerdo que muestran las mediciones con las predicciones (Figs. 13 y 14), indican que el recipiente empleado es adecuado para detectar el umbral cuando la altura de la capa líquida puede considerarse infinita y, también, cuando su espesor es finito.

También en este recipiente se realizaron mediciones que permitieron determinar la diferencia entre el valor de aceleración mínimo que producía una desestabilización en una parte del recipiente o en toda la superficie que se encuentra a la misma altura; esto es, la zona perteneciente al pozo donde la altura de líquido es de 4 mm. La tabla 7 muestra los resultados obtenidos y la diferencia porcentual entre ambos. Como se observa, las diferencias son menores al 4% salvo para 60 y 65 Hz.

En la próxima sección se realizarán las comparaciones de los resultados experimentales con el modelo simplificado. El principal objetivo es determinar en qué condiciones este modelo, que es muy sencillo de implementar, predice adecuadamente la transición del sistema

f [Hz]	a_{min} [m/s²]	a_{max} [m/s²]	$(a_{max}-a_{min})/a_{max}$ 100
30	18,59	18,78	1,0
35	23,36	23,58	0,9
40	28,72	29,55	2,8
45	35,29	36,13	2,3
50	42,11	43,44	3,1
55	49,54	51,55	3,9
60	57,25	61,45	6,8
65	65,24	69,31	5,9

Tabla 6. Aceleración mínima para desestabilizar una región (a_{min}) o en toda la superficie (a_{max}) de la capa líquida de 4mm.

4.4 COMPARACION DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES CON LAS PREDICCIONES DEL MODELO SIMPLIFICADO

Las soluciones del modelo simplificado que se muestran en este trabajo surgen de resolver la ecuación (2.37) usando la misma metodología que proponen Kumar y Tuckerman.

Para analizar los resultados que se obtienen con este modelo, se realizaron corridas para distintos valores de la viscosidad y se compararon con los que resultan de evaluar el modelo lineal completo. Los parámetros fisicoquímicos empleados en las simulaciones fueron: densidad de 963 Kg/m³, tensión superficial igual a 0.0208 N/m y viscosidad cinemática de 10 y 100 cSt; la altura de liquido empleada fue de 1 cm. Los valores para el número de onda calculados con ambos modelos se muestran en la Fig. 15-(a) y las excitaciones umbrales en la Fig. 15-(b). Los resultados obtenidos con el modelo simplificado se muestran en línea de trazo y los correspondientes al modelo completo

CAPITULO 4 RESULTADOS

con línea continua. Las curvas de color azul muestran las condiciones umbrales utilizando el valor de viscosidad de 100 cSt en tanto que las de color negro muestran los resultados para 10 cSt. Como es esperable, los resultados de ambos modelos se aproximan a medida que la viscosidad del líquido disminuye. Es importante notar que los número de onda arrojados por el modelo simplificado son menores que los predichos por el modelo completo, en cambio para las aceleraciones, los valores arrojados por el primero son mayores.

Como se observa en las figuras 15-(a) y (b), para la menor viscosidad, existe una buena concordancia entre los modelos sobre todo a frecuencias bajas; en cambio, para 100 cSt, las predicciones son notablemente diferentes, si bien se aproximan a medida que la frecuencia disminuye.

Kumar y Tuckerman estudiaron teóricamente el comportamiento tanto de la longitud de onda como de la aceleración umbral en función de la viscosidad cinemática para una frecuencia determinada. Estos autores mostraron que cuando la viscosidad tiende a cero, el modelo completo y el simplificado convergen. Cuando la viscosidad aumenta, se produce un pequeño mínimo en la longitud de onda umbral, a partir del cual comienza a aumentar significativamente con la viscosidad, pues la disipación viscosa es considerablemente mayor a altas frecuencias y por lo tanto el sistema prefiere menores k (o mayores longitudes de ondas) para minimizarla. Si bien, las predicciones de ambos modelos son cualitativamente similares, la longitud de onda calculada con la ecuación (2.37) crece más rápidamente con la viscosidad que la evaluada con la teoría lineal.

En cuanto a la aceleración umbral, estos autores muestran que la tendencia es la siguiente: para valores de ν menores a 1 cSt, las soluciones de ambos modelos son muy similares, aún cuando la ecuación (2.37) arroje valores menores de a_c ; si ν es mayor a 1 cSt, las predicciones del modelo simplificado crecen más rápidamente con la viscosidad

CAPITULO 4 RESULTADOS

que las correspondientes al modelo completo. Esto indica que cuando la viscosidad no es despreciable, la disipación de energía en el sistema no puede tratarse como una perturbación, tal como propone el modelo simplificado.

En la Fig. 16-(a) y (b) se muestran los resultados experimentales del número de onda y de la aceleración umbrales, respectivamente, para todos los recipientes ensayados utilizando el aceite de silicona de 50 cSt y un espesor de líquido de 1 cm; en esta figura, se ilustran además, las soluciones del modelo simplificado para su comparación. Debido a que la temperatura no es la misma en todas las determinaciones, se grafican los resultados del modelo tanto para 20 °C (curva negra) como para 25 °C (curva azul).

Como se observa, los valores medidos de números de onda se encuentran por encima de los predichos, observándose diferencias máximas a mayores frecuencias (30 % a 70 Hz). La Fig. 16-(b) muestra los resultados experimentales de excitación umbrales junto con la solución del modelo con amortiguamiento para 20 °C y 25 °C. Los valores predichos son mayores a los medidos y las diferencias aumentan con la frecuencia, llegando, aproximadamente al 30% para 70 Hz. De las graficas anteriores se observa que un aumento de temperatura produce un acercamiento entre las mediciones y las soluciones teóricas, lo cual se traduciría en una disminución de la viscosidad. Los cálculos hechos, indican que se necesita un salto de temperatura aproximadamente de 15 °C para tener una mejor aproximación en las aceleraciones y uno mayor aún, para aproximar los números de onda.

Si bien la implementación del modelo simplificado es significativamente más sencilla que la del modelo completo, cuando se deba decidir con cuál de los dos se compararán los resultados experimentales, hay que tomar en consideración que la ecuación (2.37) sólo es capaz de describir cualitativamente el comportamiento del sistema cuando la viscosidad del líquido es mayor a 1 cSt.

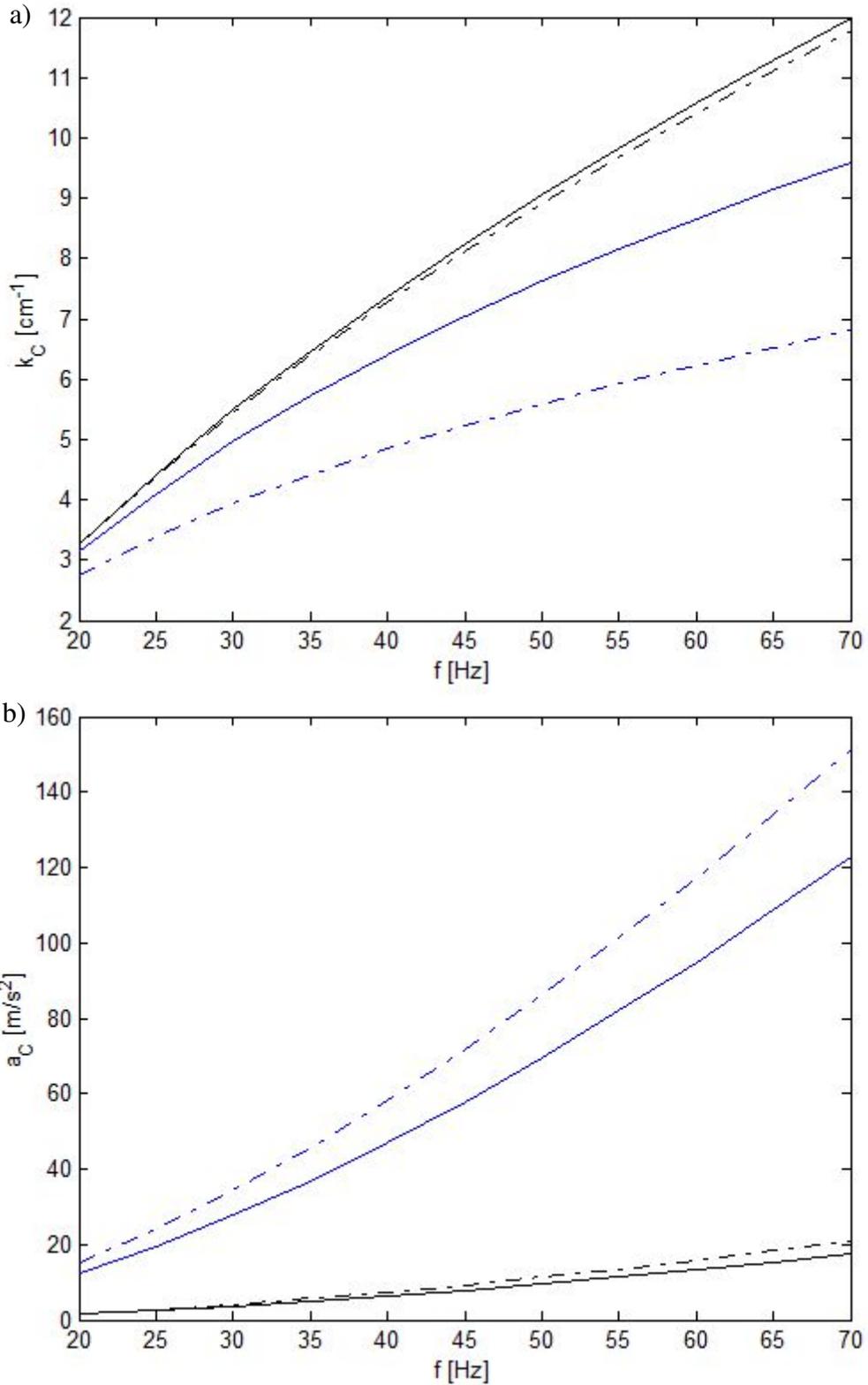


Figura 15. a) Números de onda en función de la frecuencia calculados con el modelo lineal (curva continua) y el modelo aproximado (curva de trazos) para 10 cSt (curvas negras) y para 100 cSt (curvas azules). b) Resultados para la aceleración umbral.

CAPITULO 4 RESULTADOS

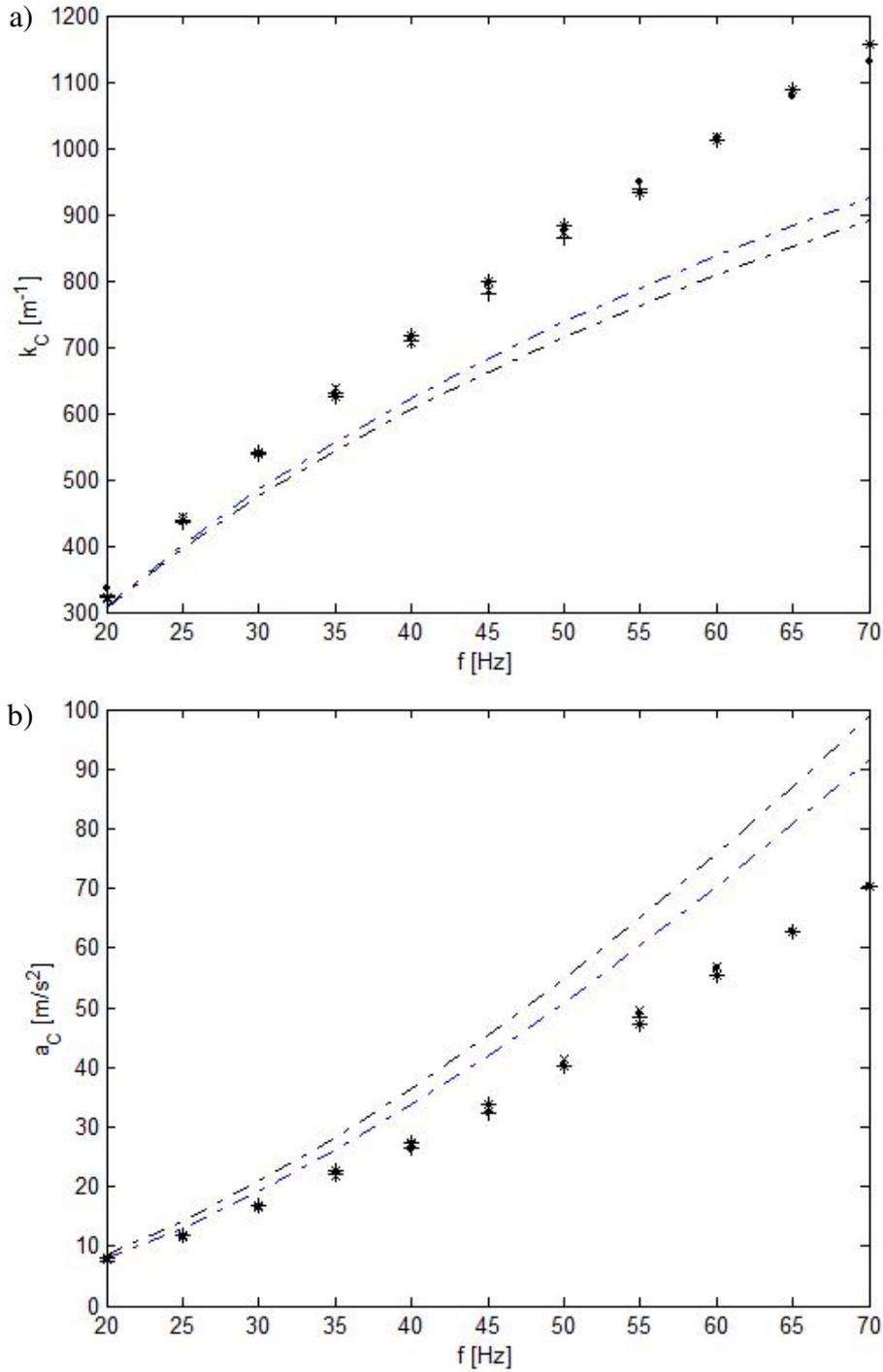


Figura 16. a) Valores de número de onda experimentales (símbolos) y teóricos arrojados por el modelo simplificado a 20 °C (curva continua negra) y a 25°C (curva continua azul). b) Comparación de las aceleraciones umbrales. Los símbolos corresponden a todos los recipientes ensayados utilizando aceite de silicona de 50 cSt y altura de líquido de 1 cm.

CAPITULO 5 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS

Los resultados experimentales presentados en esta tesis muestran que la técnica implementada para la determinación de los valores críticos de número de onda y aceleración provee resultados adecuados para ser comparados con las soluciones del problema hidrodinámico lineal. Este modelo teórico supone que las paredes laterales no influyen sobre la formación de las ondas y la interfase está libre de contaminantes.

Para establecer el dispositivo experimental definitivo, fueron fundamentales las experiencias preliminares. A partir de ellas, se seleccionó el líquido y se diseñaron los recipientes con el objetivo de lograr que la aceleración y número de onda medidos muestren una buena concordancia con las predicciones del modelo lineal.

Las conclusiones más importantes de los experimentos llevados a cabo con el aceite de silicona de 50 cSt y una capa líquida de 1 cm de espesor, son las siguientes:

- a) Se observaron dos patrones de ondas asociados a la frecuencia externa. Cuando este valor es bajo, las ondas tienen aspecto circular y se extienden en gran parte de la superficie líquida, mientras que a frecuencias mayores, las ondas se localizan cerca y perpendiculares al borde del recipiente. El cambio en el patrón ocurre a 35 Hz en los recipientes denominados E y a 40 Hz, en los designados P.
- b) A bajas frecuencias, las aceleraciones medidas son levemente superiores a las predichas a la temperatura del laboratorio.
- c) En todos los casos, excepto para el recipiente con una playa de 1,5 cm de ancho, las aceleraciones experimentales se aproximan a las predichas con el modelo teórico a una temperatura 3°C mayor que la temperatura del laboratorio, a medida que la frecuencia de la forzante aumenta. Esto podría deberse a un aumento de la temperatura del líquido, producto de la disipación viscosa.
- d) La extensión de la zona ocupada por la playa o el escalón no produjo cambios significativos en los resultados experimentales.

CAPITULO 5 CONCLUSIONES Y PERPECTIVAS FUTURAS

Las limitadas experiencias realizadas con el PDMS de 100 cSt muestran que también en este caso los valores de aceleración y número de onda críticos medidos son muy similares a los predichos con el modelo lineal.

Lo mismo puede concluirse de los experimentos llevados a cabo con una capa de líquido de menor espesor; en este caso, la formación de ondas en la superficie está influenciada por el piso del recipiente para algunos valores de las frecuencias estudiadas. El buen acuerdo que muestran las mediciones con las predicciones, indican que el recipiente empleado es adecuado para detectar el umbral, tanto cuando la altura de la capa líquida puede considerarse infinita como cuando su espesor es finito.

Los resultados experimentales indican que el control de la temperatura merece especial atención debido a la fuerte influencia que ésta tiene en la viscosidad y, a su vez, la fuerte dependencia que tiene la estabilidad del sistema con esta propiedad.

La comparación del modelo lineal con el aproximado, permite verificar que la adición de un término que contemple la disipación viscosa en la ecuación de Mathieu, sólo proporciona resultados cualitativos cuando la viscosidad del fluido no es despreciable. Sin embargo, es destacable que a bajas frecuencias, las soluciones de este modelo muestran una concordancia razonable con los datos experimentales correspondientes al PDMS de 50 cSt. Esta observación puede ser útil a la hora de seleccionar un modelo teórico contra el cual contrastar los datos experimentales, si se toma en consideración la sencillez de su resolución respecto al modelo hidrodinámico completo.

El algoritmo que determina la longitud de onda, a partir de las imágenes adquiridas en los experimentos, proveyó de una herramienta de análisis sistemático. Además, el uso de una cámara CCD con altas frecuencias de muestreo, permitió la captura de películas de cortas duración, a partir de las cuales se logró establecer la frecuencia de oscilación de la onda estacionaria.

El trabajo aquí expuesto puede considerarse como un excelente punto de partida para

CAPITULO 5 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS

encarar el estudio de problemas más complejos asociados con la formación y evolución de ondas de Faraday; por ejemplo:

- a) Estudio de la evolución espacio-temporal de la superficie libre desde el umbral de estabilidad hasta la ruptura.

Básicamente, la idea es medir el desplazamiento de la superficie libre en función de los parámetros del sistema, desde la formación de las ondas hasta la eyección de las gotas. Las observaciones se contrastarán en la medida de lo posible con los resultados de simulaciones numéricas realizadas con los códigos disponibles en el grupo. Estos códigos permiten estudiar la formación y evolución de ondas bidimensionales sin llegar a la ruptura; por lo tanto, se deberán diseñar experimentos en donde predominen este tipo de ondas. Investigaciones recientes, como el trabajo de Wernet y col. (2001), han propuesto formas de recipientes que cumplen este requerimiento, proporcionando una fase inicial para el estudio de este problema

- b) Estudio experimental de la estabilidad de una interfase entre dos líquidos sometidos a movimiento oscilatorio vertical.

Este tema está íntimamente relacionado con la formación de emulsiones. Experimentalmente, se requiere poder salvar una serie de inconvenientes en cuanto a la forma de visualización de la interfase entre ambos líquidos. A diferencia de la situación en donde se tiene una sola capa líquida, el sistema conformado por dos fluidos, no puede ser analizado mediante la técnica de reflexión expuesta en este trabajo. Si bien el trabajo Kityk y col. (2005), propone una técnica novedosa para la detección del punto de bifurcación utilizando la absorción de luz, cuando se interpone el recipiente entre la fuente de iluminación y la cámara, cabría explorar otros diseños de recipientes, donde la toma de imágenes se haga lateralmente. Esto requeriría recipientes que favorezcan ondas

CAPITULO 5 CONCLUSIONES Y PERPECTIVAS FUTURAS

en una dirección como en el caso anterior, permitiendo inspeccionar lo que sucede desde un costado del sistema.

APÉNDICE A HERRAMIENTAS UTILIZADAS EN EL PROCESAMIENTO DE LAS IMÁGENES

En este apéndice se muestran, muy brevemente, las herramientas utilizadas en el procesamiento de las imágenes para la determinación de la longitud de onda.

A.1 Operaciones morfológicas.

Las operaciones morfológicas pueden ser utilizadas en preprocesamiento (por ejemplo, en la eliminación de ruido), para destacar estructuras y así proporcionar información de objetos en la imagen. Dentro de las mismas, las operaciones más elementales son la dilatación y la erosión. En ambas se utilizan elementos estructurales (o kernel), los cuales cumplen la función de máscaras de convolución y pueden ser representados a través de matrices como se muestra en la Fig. 1. Estos elementos se clasifican dependiendo del número de píxeles que se conectan con el punto central. En la Fig. 1 se muestran dos máscaras, una de conectividad 4 y la otra de conectividad 8.



Figura 1: Elementos estructurales estándar. a) Conectividad 4. b) Conectividad 8.

En la dilatación, cada píxel de la imagen resultante se obtiene de comparar el elemento estructurante con el entorno, adoptando el mayor valor en la vecindad para imágenes en tonos de grises o el valor 1 para imágenes binarias, siempre y cuando, algún valor de la vecindad sea distinto de cero (Ver Fig. 2). Esta operación produce un efecto de ensanchamiento sobre los objetos en las imágenes binarias, en tanto que en las de tono de grises, atenúa el efecto de los mínimos.

APÉNDICE A HERRAMIENTAS UTILIZADAS EN EL PROCESAMIENTO DE LAS
IMÁGENES

La erosión es el proceso inverso a la dilatación. Aquí el pixel resultante busca el valor mínimo del vecindario. El efecto que produce, es de afinar los objetos de la imagen. Generalmente, esta operación disminuye el tamaño de los objetos, permitiendo eliminar detalles.

La dilatación y la erosión pueden combinarse para dar origen a otras operaciones como los son la apertura y la clausura. La primera, es una erosión seguida por una dilatación y produce un suavizado de los contornos de un objeto, eliminando protuberancias finas.

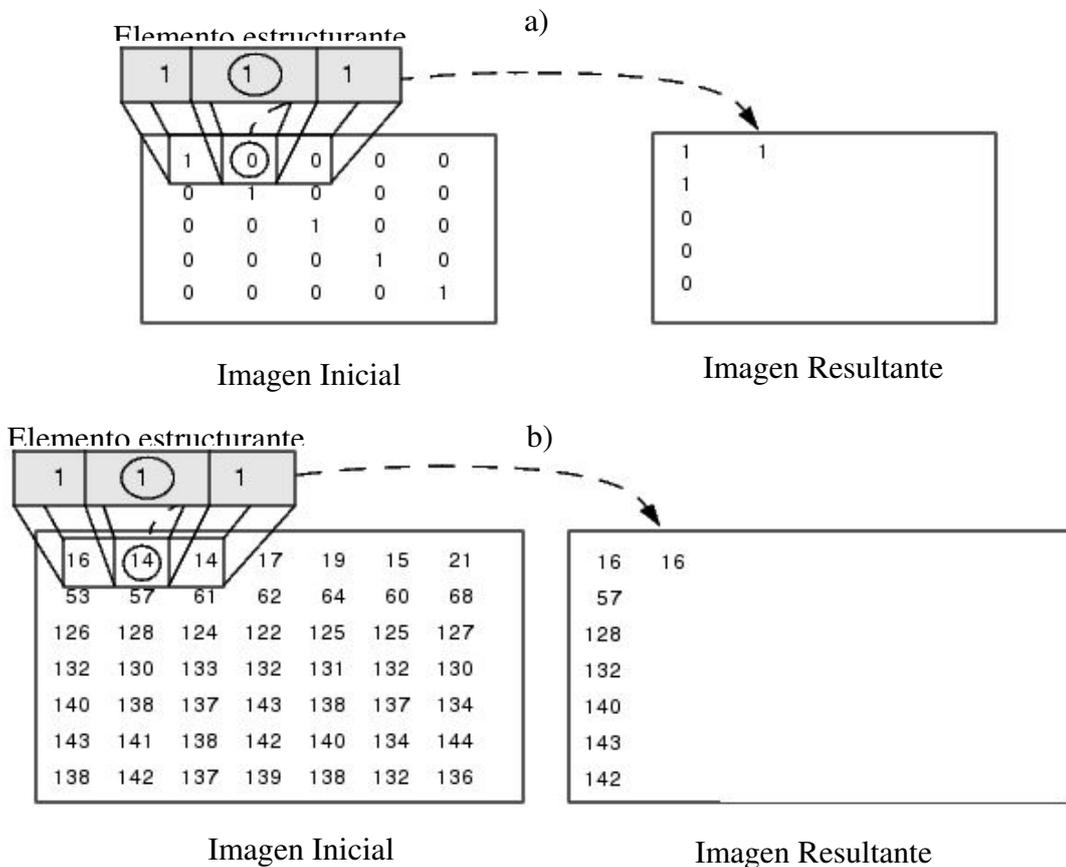


Figura 2. Proceso de dilatación. (a) Imagen binaria. (b). Imagen en escala de grises

La clausura es una dilatación seguida de una erosión, y también suaviza los contornos pero, contrariamente a la apertura, fusiona las finas y largas hendiduras presentes en los objetos, eliminando agujeros pequeños y rellenando brechas en el contorno.

APÉNDICE A HERRAMIENTAS UTILIZADAS EN EL PROCESAMIENTO DE LAS
IMÁGENES

A.2. Detección de bordes

El cálculo del gradiente se basa en obtener las derivadas parciales para cada píxel, permitiendo resaltar cambios abruptos en las intensidades de la imagen y de esta manera realizar un reconocimiento de contorno. Existen varias formas de definir un filtro para la implementación digital. La instrucción *edge* de Matlab permite obtener una imagen binarizada a partir de una en escala de grises. En la Fig. 3 se puede ver la máscara *Sobel*, que además de derivar la imagen, tiene la ventaja de proporcionar un suavizado, eliminando parte del ruido que resulta de aplicar el filtro.

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

Figura 3. Operadores de derivación Sobel

A.3 Selección de objetos dentro de la imagen

Una vez realizado el filtrado, se procede a la detección de objetos, mediante el comando *bwlabel*. Un objeto perteneciente a una imagen binaria, se determina por la conectividad entre los píxeles. Los que se encuentran etiquetados con 0 pertenecen al fondo de la imagen. Los píxeles etiquetados con 1 denotan el primer objeto (que se sitúa a la izquierda en la imagen), los píxeles etiquetados con 2 denotan el segundo objeto y así sucesivamente. La etiqueta mayor, asignada por *bwlabel*, indica el número de objetos que hay en la imagen binaria. Los comando *imfeature* y *smember* permiten realizar una elección de los objetos de acuerdo al criterio de selección empleado, por ejemplo, el área de los objetos.

APÉNDICE A HERRAMIENTAS UTILIZADAS EN EL PROCESAMIENTO DE LAS
IMÁGENES

A.4 Transformada de Hough

La transformada de Hough (Ballard, 1981) permite detectar formas geométricas sencillas en una imagen, intentado extraer primitivas de más alto nivel como son líneas, circunferencias, elipses o cualquier tipo de curva parametrizable.

Si se desea detectar una recta en la imagen, se puede pensar que por cada pixel con coordenadas (x_i, y_i) pasan infinitas rectas, lo cual se puede expresar como:

$$y_i = ax_i + b$$

donde a es la pendiente y b la ordenada al origen. Si se discretiza el espacio (a, b) , utilizando la ecuación anterior para despejar b , se puede generar una matriz que acumule estos valores a medida que varia el valor de a . Es decir, se debe determinar un máximo y un mínimo tanto para a como b , luego discretizar a y colocar un voto en la posición de b resultante. Si este procedimiento se realiza para todos los pixeles distintos de 1, se producirán lugares en el espacio parametrizado con mayores votos, cuando los puntos de la imagen se encuentren sobre una misma recta,. Dichos lugares permitirán encontrar las principales rectas de la imagen.

La parametrización anterior tiene el inconveniente de no poder representar rectas verticales, donde la pendiente de la recta se hace infinita. Para salvar esta singularidad, se expresa la ecuación de la recta en coordenadas polares de la siguiente manera:

$$\rho = x_i \cos \theta + y_i \sin \theta$$

donde los parámetros θ y ρ se definen en la Fig. 4.

De esta forma el ángulo θ varia de 0 a π en el espacio parametrizado. Este cambio en la parametrización, genera sinusoidales que se cortan en un mismo punto del plano (ρ, θ) , cuando los pixeles pertenecen a una misma recta.

APÉNDICE A HERRAMIENTAS UTILIZADAS EN EL PROCESAMIENTO DE LAS IMÁGENES

Una vez seleccionado el punto más votado, la recta moda estará dada por,

$$y = \frac{\rho_m}{\text{sen} \theta_m} - x \cot \theta_m$$

donde el sufijo m indica la posición de los parámetros (ρ, θ) con mayor voto en la matriz acumuladora.

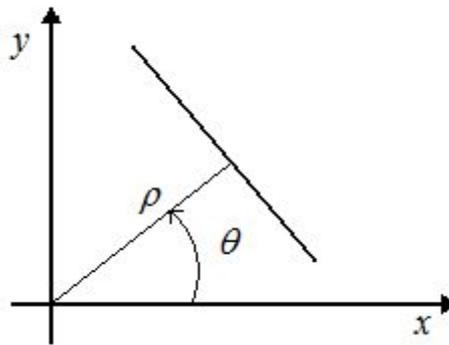


Figura 4. Parametrización en el espacio polar.

Cuando se desea detectar círculos, el procedimiento es similar al descrito anteriormente. La ecuación de un círculo responde a,

$$(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 = r^2$$

donde la coordenada (x_0, y_0) representa el centro del círculo y r su radio. En este caso, la matriz acumuladora tendrá dimensión 3, y las coordenadas del centro son los parámetros que variaran para dar votos a los diferentes radios. Una vez que se evalúan todos los píxeles, se busca el máximo valor de votos, quedando determinados los tres parámetros que definen el círculo.

A.5 Binarización de la imagen

La umbralización es una técnica de segmentación muy empleada en procesamiento de imagen, que da como resultado una imagen binaria. En esta operación, se trata de definir un umbral, de forma tal que

IMÁGENES

$$B(x, y) = \begin{cases} 1 & f(x, y) > U \\ 0 & f(x, y) \leq U \end{cases}$$

donde $f(x, y)$ es la función que retorna el nivel de gris del píxel (x, y) , $B(x, y)$ es la función de la imagen binarizada y U el umbral elegido. De esta forma se logra separar los objetos de interés respecto del fondo. El umbral puede ser global, local o dinámico, dependiendo si se tiene en cuenta la función intensidad, alguna propiedad del píxel y también la posición del mismo.

La segmentación por histograma es una técnica global por lo tanto no considera las relaciones de vecindad de los píxeles. Existen diferentes estrategias para la elección del umbral óptimo (por ejemplo, a través de ajuste gaussiano, minimización de la varianza interclase, entropía del histograma, métodos basados en momentos, etc.). De todas ellas, el método de umbral de Otsu (1979), es el más utilizado en Visión Artificial.

Este método supone que tanto el objeto como el fondo poseen una distribución de probabilidades gaussina. Teniendo en cuenta las intensidades del histograma, se procede a formar dos grupos. Uno que contiene los valores menores e iguales a U , denominado fondo y el otro contiene los valores mayores a U , denominado objeto. A partir de aquí se calcula la probabilidad de cada conjunto, sumando las probabilidades de los niveles de intensidad que integran el grupo, esto es:

$$P_f = \sum_{i=0}^U p_i \quad P_o = \sum_{i=U+1}^{M-1} p_i$$

donde P_f y P_o son las probabilidades acumuladas del fondo y el objeto, M el máximo nivel del histograma y p_i la probabilidad de cada nivel de gris. Luego se calcula la media μ y la varianza σ para cada grupo como,

$$\mu_f = \frac{1}{P_f} \sum_{i=0}^U p_i \cdot i \quad \mu_o = \frac{1}{P_o} \sum_{i=U+1}^{M-1} p_i \cdot i$$

IMÁGENES

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{P_f} \sum_{i=0}^U p_i \cdot (i - \mu_f)^2 \qquad \sigma_o^2 = \frac{1}{P_o} \sum_{i=U+1}^{M-1} p_i \cdot (i - \mu_o)^2$$

De esta forma para cada umbral U se puede definir la varianza ponderada como

$$\sigma_p^2 = P_f \sigma_f^2 + P_o \sigma_o^2$$

Si U varia desde 0 a M-1 y se calcula la varianza ponderada para cada U, se puede obtener el valor umbral que minimiza σ_p^2 , lo que supone que la suma de ambos histogramas se acerca al real y por lo tanto presenta menor desviación.

A.6 Transformada de Radon

Esta transformación integra una función imagen f sobre un conjunto de rectas. La cual se puede expresar como,

$$R(x') = \int_{-\infty}^{\infty} f(x' \cos \theta - y' \sin \theta, x' \sin \theta + y' \cos \theta) dy'$$

donde

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

La transformada de Radon computa proyecciones de la imagen a través de direcciones especificadas. Por ejemplo, la integral de lineal de la función $f(x, y)$ en la dirección vertical es la proyección de $f(x, y)$ sobre el eje x , la integral de línea en la dirección horizontal es la proyección de la imagen sobre el eje y .

Las proyecciones pueden ser realizadas en cualquier ángulo, La transformación de la imagen $I(x, y)$, es la integral de línea de I en la dirección del eje y' (o lo que es lo mismo proyecciones sobres el eje x'). La Fig.5 muestra la disposición de los ejes x' e y' , junto con la integral para un ángulo θ arbitrario, mostrando ejemplos de la integral cuando θ es igual a 0 y 45°.

El comando de Matlab que ejecuta la transformada de Radon posee como parámetros de entrada la imagen y el vector que contiene los ángulos sobre los cuales se realizan las integrales.

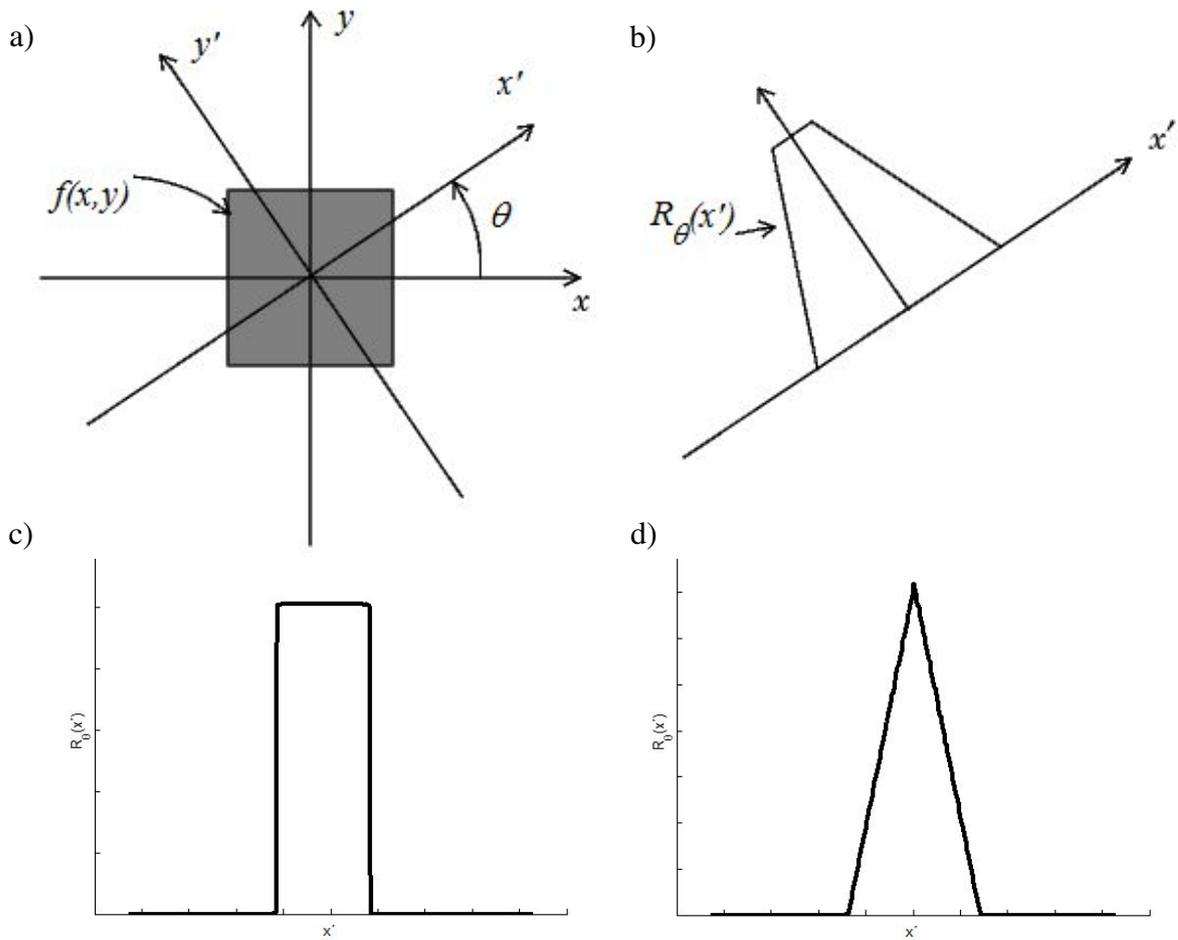


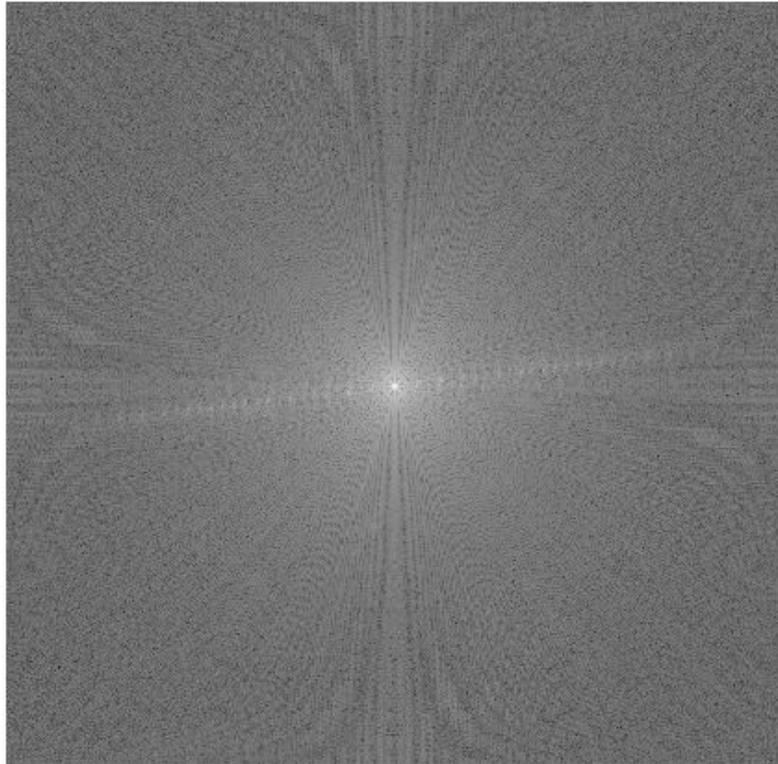
Figura 5. (a) Disposición de los ejes de integración de la Transformación Radon (b) Proyección de la imagen sobre el eje x' para un θ arbitrario. (c) Proyección para un θ igual a 0° . Proyección para un θ igual a 45° .

A 7 Transformada de Fourier

Como se mencionó en el Capítulo 3, también se exploraron otras alternativas de procesamiento sobre la imagen 20-(c), como lo es la transformada de Fourier. El resultado de la aplicación de la misma se muestra en la Fig. 6.

APÉNDICE A HERRAMIENTAS UTILIZADAS EN EL PROCESAMIENTO DE LAS
IMÁGENES

a)



b)

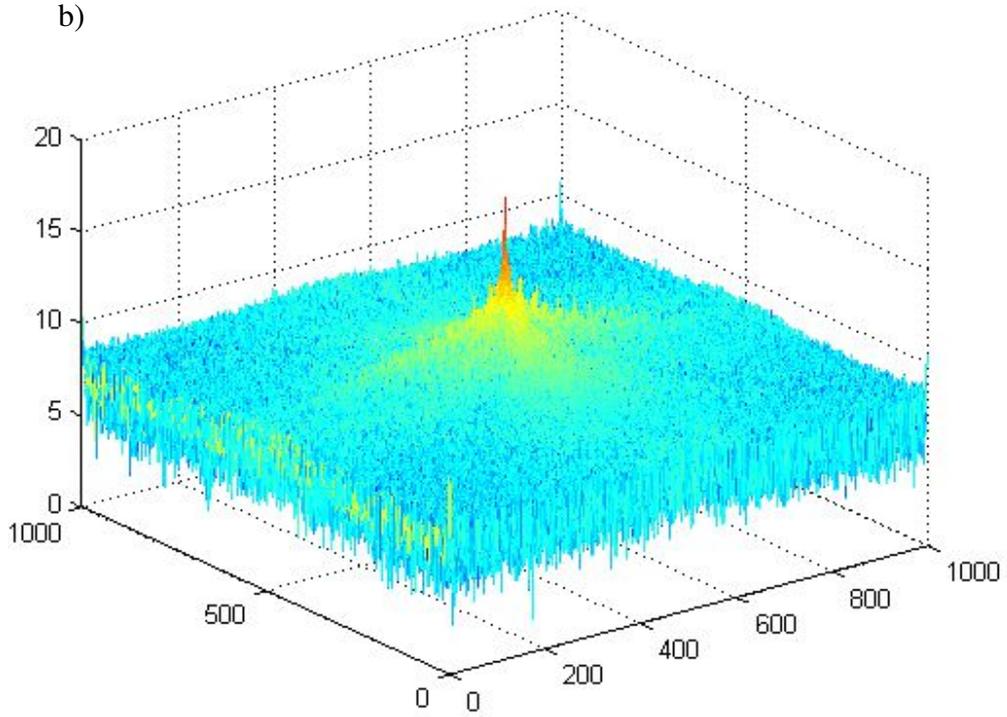


Figura 6. Módulo de la transformada de Fourier de la imagen mostrada en la Fig. 20-(c) del Capítulo 3. (a) Vista como imagen y (b) vista como superficie.

APÉNDICE A HERRAMIENTAS UTILIZADAS EN EL PROCESAMIENTO DE LAS IMÁGENES

Una vez obtenida la transformada de la imagen, se la multiplica por otra que posee un círculo centrado de radio variable. Esta operación actúa como un filtro que permite eliminar las bajas frecuencias, dependiendo del radio del círculo utilizado. Luego se antitransforma el resultado anterior, obteniéndose una imagen como la Fig. 7.

Si se comparan la Fig. 7 y la Fig. 19 (del Cap. 3) se puede concluir que el método descrito en el Capítulo 3 para determinar el número de onda crítico, arroja mejores resultados que la transformada de Fourier. Por esta razón, en este trabajo se optó por esa metodología.

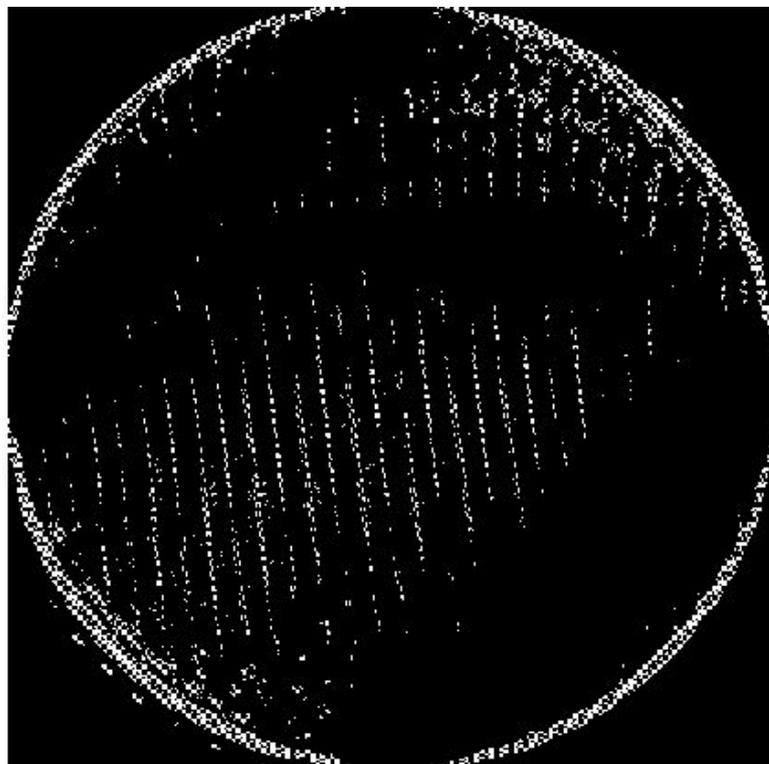


Figura 7. Imagen antitransformada luego de ser filtrada en el campo transformado.

APÉNDICE B DATOS EXPERIMENTALES DE ACELERACIÓN Y NÚMERO DE ONDA CRÍTICOS

APÉNDICE B DATOS EXPERIMENTALES DE ACELERACIÓN Y NÚMERO DE ONDA CRÍTICOS

En este apéndice se muestran los valores medidos de aceleración y número de onda. Las determinaciones a_{c1} y a_{c2} corresponden a dos valores de aceleración medidos en dos instantes distintitos como se explica en la Sección 4.3. Estos dos valores corresponden a la aparición de ondas en algún lugar de la superficie.

El número de onda es único ya que solo se realizo la determinación en una imagen (donde el patrón está mejor definido) utilizando el programa desarrollado para tal fin.

f [Hz]	a_c^I [m/s ²]	a_c^{II} [m/s ²]	k_c [m ⁻¹]
20	8,00	7,85	322,34
25	11,94	12,01	437,89
30	16,82	17,04	539,67
35	22,51	22,59	625,96
40	27,41	27,43	717,60
45	33,89	33,64	799,49
50	40,21	40,46	881,91
55	47,26	47,33	933,70
60	55,38	55,43	1012,86
65	62,77	62,49	1088,58
70	70,32	70,20	1157,83

Tabla 1. Aceleraciones y números de ondas experimentales para PDMS de 50 cSt en recipiente E de 10,4 cm de diámetro en función de la frecuencia.

APÉNDICE B DATOS EXPERIMENTALES DE ACELERACIÓN Y NÚMERO DE ONDA CRÍTICOS

f[Hz]	a_c^I [m/s²]	a_c^{II} [m/s²]	k_c[m⁻¹]
20	7,59	7,71	335,10
25	11,62	11,77	434,99
30	16,79	16,52	538,56
35	22,24	22,38	627,47
40	26,21	26,20	714,38
45	32,38	32,36	796,81
50	40,13	40,26	874,66
55	48,65	49,10	949,59
60	56,69	56,72	1014,46
65	62,82	62,78	1076,89
70	70,29	70,36	1130,79

Tabla 2. Aceleraciones y números de ondas experimentales para PDMS de 50 cSt en recipiente P de 10,4 cm de diámetro en función de la frecuencia.

f[Hz]	a_c^I [m/s²]	a_c^{II} [m/s²]	k_c[m⁻¹]
20	7,44	7,46	325,67
25	11,78	11,61	436,57
30	16,64	16,87	537,40
35	21,83	21,97	630,26
40	26,24	26,52	708,13
45	32,21	32,42	781,26
50	40,15	40,24	863,77
55	48,60	48,07	937,68
60	55,44	55,15	1012,20

Tabla 3. Aceleraciones y números de ondas experimentales para PDMS de 50 cSt en recipiente E de 13 cm de diámetro en función de la frecuencia.

APÉNDICE B DATOS EXPERIMENTALES DE ACELERACIÓN Y NÚMERO DE ONDA CRÍTICOS

f[Hz]	a_c^I [m/s²]	a_c^{II} [m/s²]	k_c[m⁻¹]
20	7,58	7,65	320,82
25	11,59	11,61	442,73
30	16,61	16,39	537,82
35	21,87	21,93	637,98
40	26,77	27,29	706,42
45	32,93	33,63	785,16
50	41,41	41,56	872,04
55	49,42	49,8	933,30
60	57,11	56,61	1016,29

Tabla 4. Aceleraciones y números de ondas experimentales para PDMS de 50 cSt en recipiente P de 13 cm de diámetro en función de la frecuencia.

f[Hz]	a_c^I [m/s²]	a_c^{II} [m/s²]	k_c[m⁻¹]
20	12,83	13,02	335,10
25	20,15	19,96	417,37
30	28,62	28,76	496,18
35	37,02	37,83	567,88
40	48,99	48,74	656,65
45	59,31	59,71	698,64
50	71,83	72,00	754,87
55	83,16	83,35	823,61

Tabla 5. Aceleraciones y números de ondas experimentales para el PDMS de 100 cSt utilizando el recipiente de 13 cm de diámetro con playa constante de 1,5 cm.

APÉNDICE B DATOS EXPERIMENTALES DE ACELERACIÓN Y NÚMERO DE ONDA
CRÍTICOS

f[Hz]	a_c^I [m/s²]	a_c^{II} [m/s²]	k_c[m⁻¹]
30	18,99	18,18	539,10
35	23,02	23,7	627,60
40	28,69	28,75	732,04
45	35,2	35,38	803,97
50	42,04	42,18	875,96
55	49,62	49,45	947,90
60	57,04	57,45	1024,79
65	65,36	65,11	1074,81
70	73,52	73,41	1137,77
75	80,84	80,97	1212,77

Tabla 6. Aceleraciones y números de ondas experimentales utilizando el PDMS de 50 cSt en el recipiente de 13 cm de diámetro con escalón descendente de 2 mm de profundidad.

REFERENCIAS

- Ballard D. H. (1981) Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes. *Pattern Recognition* **13**, 2, 111-122
- Bechhoefer, J., Ego, V., Manneville, S. y Johnson, B. (1995) An experimental study of onset of parametrically pumped surface waves in viscous fluid. *J. Fluid Mech.* **288**, 325-350.
- Benjamin, T. B. y Ursell, F. (1954) The stability of the plane free surface of a liquid in vertical periodic motion. *Proc. R. Soc. Lond.* **A 225**.
- Binks, D. y van de Water, W. (1997) Non linear pattern formation of Faraday waves. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4043.
- Cabeza, C., Ubal, S., y Giavedoni, M.D. (2005) The onset of Faraday waves: A comparison between theory and experiments. *Memorias del IX Latin American Workshop on Nonlinear Phenomena*, San Carlos de Bariloche, Argentina.
- Ciliberto S. y Gollub, J. P. (1985) Chaotic mode competition in parametrically forced surface waves. *J. Fluid Mech.* **158**, 381.
- Edwards, W.S. y Fauve, S. (1993) Parametrically excited quasicrystalline surface waves. *Phys. Rev. E* **47**, 788-791.
- Epstein, T. y Fineberg, J. 2008 Necessary Conditions for Mode Interactions in Parametrically Excited Waves. *Physical Review Letters*, **100**.
- De Gennes P.G, Brochard-Wyart F. y Quéré D. (2004) Capillarity and Wetting Phenomena: Drops, Bubbles, Pearls, Waves. *Springer*.
- D Douaday, S. (1990) Experimental study of the Faraday instability. *Europhys. Lett.* **6**, 221-226.

REFERENCIAS

- Douaday, S. y Fauve, S. (1988) Pattern selection in Faraday instability. *Europhys. Lett.* **6**, 221.
- Faraday, M. (1831) On the forms and states assumed by fluids in contact with vibrating elastic surfaces. *Philos. Trans. R. Soc. London* 121, 319
- Forrest, B. (2002) Modeling Faraday Excitation of a Viscous Fluid. Senior Thesis. Department of Mathematics, Harvey Mudd College, Claremont, California.
- Giavedoni, M. D. (1995) A numerical study on the two-dimensional dynamic behavior of a thin liquid film subject to a vertical oscillation. *Ind. Engng. Chem. Res.* **34**, 356-365.
- Giavedoni, M. D. y Ubal, S. (2007) Onset of Faraday Waves in a Liquid Layer Covered with a Surfactant with Elastic and Viscous Properties. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **46**, 5228-5237
- González R. y Woods R. (2002) Digital Image Processing, 2nd. Edition, Prentice-Hall
- Goodridge C. L., Shi W. T., y Lathrop D. P., (1996) Threshold dynamics of singular gravity-capillary waves *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1824.
- Hasegawa, E., Umehara, T. y Atsumi, M. (1984) The critical for the onset of wave on the free surface of a horizontal liquid layer under a vertical oscillation. *Bull. Of JSME*, 27-230, 1625
- Henderson, D. M. y Miles, J. W. (1990) Single mode Faraday waves in small cylinders. *J. F. Mech.* **213**, 95.
- Huepe, C., Ding, Y., Umbanhowar, P. y Silber, M. (2006) Forcing function control of Faraday wave instabilities in viscous shallow fluids. *Physical Review E*, **73**, 016310

REFERENCIAS

- Jiang L., Ting C. L., Perlin M., y Schultz W. (1996) Moderate and steep Faraday waves: Instabilities, modulation and temporal asymmetries *J.Fluid Mech.* **329**, 275.
- Jordan, D. W. y Smith, P. (1977) Nonlinear Ordinary Differential Equations, Cap. 8, 231-235, Clarendon Press, Oxford.
- Kityk, A. V., Embs, J., Mekhonoshin, V. V. y Wagner, C. (2005) Spatiotemporal characterization of interfacial Faraday waves by means of a light absorption technique. *Physical Review E*, **72**, 036209.
- Kudrolli, A. y Gollub, J. P. (1996) Patterns and spatiotemporal chaos in parametrically forced surface waves: a systematic survey at larger aspect ratio. *Physica D*, **97**, 133-154.
- Kumar, K y Tuckerman, L. S. (1994) Parametric instability of interface between two fluids. *J. Fluid Mech.*, **279**, 49-68.
- Kumar, K. y Bajaj, K. M. S. (1995) Competing patterns in the Faraday experiment, *Physical Review E*, **52**, R4606-R4609.
- Kumar, S. y Matar, O. K. (2004) On the Faraday instability in surfactant-covered liquid. *Phys. Fluids* **16**, 39.
- Landau, L. y Lifshitz, E. M. (1987) Fluid Mechanics, 2nd Edition. Pergamon Press.
- Levich, V. G. (1941) *Acta Phisicochim.* URSS **14**, 308
- Levich, V. G. (1962) *Phisicochemical Hydrodynamics*. New York: Prentice-Hall.
- Lioubashevski O., Fineberg J., y Tuckerman L. S. (1997) Scaling of the transition to parametrically driven surface waves in highly dissipative systems, *Physical Review E*, **55**, R3832-R3835.
- Marangoni, C. G. M. (1871) Uber die ausbreitung der tropfen einer flussigkeit auf der

REFERENCIAS

- oberfluche einer anderen. *Ann. Physik (Poggendorff)*, **3**, 337-354.
- Miles J. W. (1967) Surface-wave damping in closed basins, *Proc. R. Soc. Lond.*, **A 297**, 459.
- Miles, J. W. (1976) Nonlinear surface waves in closed basins. *J. Fluid Mech.* **75**, 419.
- Miles, J. W. (1984) Non linear Faraday resonance. *J. Fluid Mech.* **146**, 285.
- Miles J. W. y Henderson, D. (1990) Parametrically forced surface waves. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **22**, 143.
- Miles, J. W. (1993) On Faraday waves. *J. Fluid Mech.* **248**, 671.
- Müller, H. W. (1997) Linear aspects of the Faraday instability, en *A Perspective Look at Nonlinear Media in Physics, Chemistry, and Biology*. Editores: J. Parisi, S. C. Müller y W. Zimmermann.
- Murakami Y. y Chikano M. (2001) Two-dimensional direct numerical simulation of parametrically excited surface waves in viscous fluids. *Phys. Fluids* **13**, 65.
- Nagel, S. R. (1991) Experimental analysis of disordered systems. En 1990 Lectures in Complex Systems (Ed. L. Nadel y D. L. Stein), p 125-161. Addison-Wesley.
- Ockendon, T. B. y Ockendon, H. (1973) Resonant surface waves. *J. Fluid Mech.* **59**, parte 2, 397.
- Otsu N. (1979) A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics.* **9**, 1, 62-66.
- Perlin, M. y Schultz, W. W. (2000) Capillary effects on surface waves. *Ann. Re. Fluid Mech.*, **32**, 241-274.
- Pitas I. (2000) Digital Image Processing Algorithms and Applications. *John Wiley & Sons*.

REFERENCIAS

- Skarlupka, R. J., Seo, Y. y Yu, H. (1997) Electrocapillary Wave Studies of Oligomeric Ethers: Poly(dimethylsiloxane) and Poly(ethylene glicol). *Macromolecules*. **30**, 953-958.
- Rayleigh, Lord (1883a) On maintained vibrations. *Phi. Mag.* **15**, 229-235. Reprinted in *Scientific Paper by Rayleigh*, Vol. II, pp. 188-193. Dover, 1964
- Rayleigh, Lord (1883b) On the crispations of fluid resting upon a vibrating support. *Phi. Mag.* **15**, 50-58. Reprinted in *Scientific Paper by Rayleigh*, Vol. II, pp. 212-219. Dover, 1964
- Tipton C.R. y Mullin T. (2004) An experimental study of Faraday waves formed on the interface between two immiscible liquids, *Physics Fluid* **16**, 7.
- Ubal, S. (2002) Estudio de la influencia del espesor del líquido y de los surfactantes sobre ondas de Faraday bidimensionales. Análisis Numérico. Tesis doctoral. Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas, UNL.
- Wernet A., Wagner C., Papathanassiou D., Müller H. W. y Knorr K. (2001) Amplitude measurement of Faraday waves, *Physical Review E* **63**, 036305.
- Westra M. T., Binks D. J. y Van de Water W. (2003) Patterns of Faraday waves, *J. fluid Mech.* **496**, 1-32.
- Wright, J., Yon, S. y Pozrikidis, C. 2000 Numerical studies of two-dimensional Faraday oscillations of inviscid fluids. *J. Fluid Mech.*, **402**, 1.
- Zhang, W. y Viñals, J. 1995 Secondary instabilities and spatiotemporal chaos in parametric surface waves. *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 690.